

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет

Утверждено

решением Ученого совета ННГУ
протокол от «31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

**Теория функций комплексного
переменного**

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность
09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность образовательной программы
**Информационные системы и технологии в физических
исследованиях**

Форма обучения
очная

Год начала подготовки

2022 год

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» (Б1.В.ДВ.02.01) относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана основной образовательной программы, является курсом по выбору.

Дисциплина преподается в 4 семестре.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-15. Способен применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурного эксперимента	ПК-15.1. Знать современный математический аппарат, используемый при разработке компьютерных моделей и анализе результатов.	Знание методов решения основных типов задач теории функций комплексного переменного в приложении к обработке и анализу результатов компьютерного моделирования и экспериментальных исследований.	Собеседование
	ПК-15.2. Уметь применять современный математический аппарат при проведении, моделировании и анализе результатов компьютерного или натурного эксперимента	Умение выбирать правильные подходы к решению и решать основные типы задач теории функций комплексного переменного при обработке и анализе результатов компьютерного моделирования и экспериментальных исследований.	Задача
	ПК-15.3. Владеть навыками применения современных аналитических и численных методов в решении профессиональных задач.	Владение навыками решения задач теории функций комплексного переменного применительно к анализу результатов компьютерного моделирования и экспериментальных исследований.	Задача

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

Очная форма обучения	
Общая трудоемкость	5 ЗЕТ
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	66
- занятия лекционного типа, ч	32
- практические занятия, ч	32
- лабораторных, ч	
самостоятельная работа, ч	78
контроль	36
Промежуточная аттестация	экзамен

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
		Занятия лекционного типа	Практические занятия	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Вариационное исчисление. Определение функционала. Вариация функции, вариация функционала. Понятие экстремали. Условие экстремальности функционала, зависящего от функции одной переменной и ее производной. Условие экстремальности функционала, зависящего от производных порядка выше первого. Условия экстремальности функционала, зависящего от нескольких функций одной переменной и от их первых производных. Вариация	20	4	6	–	10	8

<p>концов функционала. Теорема Нетер. Первые интегралы уравнений Эйлера – Лагранжа. Условный экстремум функционала. Изопериметрические задачи. Условие экстремальности функционала, зависящего от функции нескольких переменных и ее первых производных.</p>						
<p>2. Уравнения второго порядка в частных производных. Уравнение колебаний струны. Постановка задачи Коши для струны. Метод разделения переменных в задаче о струне. Уравнения колебаний плоской мембраны и сплошной трехмерной среды. Уравнения диффузии и теплопроводности. Задача Коши для них. Метод разделения переменных для тела, имеющего форму параллелепипеда.</p>	25	4	4	—	8	12
<p>3. Аналитические функции. Условия Коши-Римана. Представление комплексного числа. Бесконечно удаленная точка. Действия с комплексными числами. Определение функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции. Однозначные и многозначные функции. Точка ветвления. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Теорема о существовании обратной функции для аналитической функции.</p>	20	2	2	—	4	8
<p>4. Конформные отображения.</p>	20	2	4	—	6	8

Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Теорема об отображении точек, симметричных относительно окружности, при дробно-линейном преобразовании.						
5. Интеграл функции комплексного переменного. Формула Коши. Определение интеграла от функции комплексного переменного и его свойства. Теорема Коши для односвязной области. Теорема Коши для многосвязной области и ее следствия. Интеграл Коши. Формула Коши. Принцип максимума модуля аналитической функции. Теорема Лиувилля.	24	4	4	—	8	10
6. Степенные ряды. Ряды комплексных чисел и функциональные ряды. Сходимость и абсолютная сходимость ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Теорема Тейлора. Изолированные особые точки аналитических функций. Ряд Лорана.	24	4	6	—	10	10
7. Аналитическое продолжение. Нули аналитической функции. Теорема о нулях. Теорема единственности и ее следствия. Аналитическое продолжение с действительной оси. Принципы аналитического продолжения.	11	4	—	—	4	6

8. Теория вычетов. Определение вычета функции. Основная теорема теории вычетов. Вычет функции в полюсе первого порядка. Вычет функции в полюсе произвольного порядка. Применение теории вычетов к вычислению действительных определенных интегралов. Лемма Жордана. Вычет аналитической функции в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме вычетов аналитической функции.	24	6	6	–	12	11
9. Гамма-функция. Определение Г-функции, ее значения при целых и полуцелых значениях аргумента, полюса, график. Вычеты Г-функции в полюсах. Вывод основных соотношений для Г-функции. Асимптотика Г-функции при больших значениях модуля аргумента – формула Стирлинга.	10	2	–	–	2	5
Промежуточная аттестация	2				2	
<u>Итого</u>	Error! Reference source not found	Error! Reference source not found	Error! Reference source not found	Error! Reference source not found	66	78

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках практических занятий

Промежуточная аттестация проходит в форме экзамена.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающегося проводится в форме выполнения домашних контрольных заданий и изучения лекционного материала. В качестве учебно-методического обеспечения самостоятельной работы используется литература, указанная в разделе 6. Примеры контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

№	Вопросы	Код формируемой компетенции
1	Определение функционала. Понятие экстремали.	ПК-15
2	Первые интегралы уравнений Эйлера – Лагранжа.	ПК-15
3	Представление комплексного числа.	ПК-15
4	Аналитические функции. Конформные отображения.	ПК-15
5	Теоремы Коши и их следствия.	ПК-15
6	Определение интеграла от функции комплексного переменного и его свойства.	ПК-15

7	Интеграл Коши. Формула Коши.	ПК-15
8	Степенные ряды и их сходимость. Теорема Абеля.	ПК-15
9	Типы изолированных особых точек аналитических функций.	ПК-15
10	Ряды Тэйлора и Лорана.	ПК-15
11	Определение вычета функции. Основная теорема теории вычетов.	ПК-15
12	Теорема о сумме вычетов. Вычет в бесконечно удаленной точке.	ПК-15
13	Типы действительных интегралов, берущихся с помощью теории вычетов. Лемма Жордана.	ПК-15
14	Основные соотношения для Γ -функции.	ПК-15
15	Полюса Γ -функции и вычеты в полюсах.	ПК-15
16	Аналитическое продолжение. Теорема единственности.	ПК-15
17	Уравнения колебаний, диффузии, теплопроводности. Постановка задачи Коши для них.	ПК-15
18	Метод решения уравнений колебаний, диффузии и теплопроводности.	ПК-15

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-15

1. Является ли аналитической функция $f(z) = \cos(2z^*)$?
2. Разложить функцию $f(z) = z^2/(z+1)$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0 = \infty$, указать область сходимости.
3. Вычислить интеграл $\int_0^{\infty} \frac{\cos(x)}{x^2 - 1} dx$.
4. Найти экстремаль функционала $v[y(x)] = \int_1^2 (xy'')^2 dx$, $y(1) = 1$, $y(2) = 0$.
5. Найти собственные частоты колебаний прямоугольной мембраны $0 < x < a$, $0 < y < b$, три края которой свободны, а один ($y = b$) закреплен.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука, 1969. 424 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 30 экз.
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М: Наука, 1981. Том 3, часть 2. 672 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 14 экз.
3. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М: Наука, 1967. 304 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 14 экз.

б) дополнительная литература:

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М: Наука, 1979. 688 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 10 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)
Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ <http://www.lib.unn.ru/>.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные досками и мелом или магнитно-маркерными досками с наборами маркеров.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций и ООП ВПО по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии».

Автор

Заведующий кафедрой ТФ
физического факультета, д.ф.-м.н.

Бурдов В.А.

Рецензент

д.ф.-м.н., профессор, зав. каф.
статистической радиофизики и
мобильных систем связи РФФ

Мальцев А.А.

Заведующий кафедрой ИТФИ
д.т.н., профессор

Фидельман В.Р

Программа одобрена на заседании методической комиссии физического факультета