

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
президиумом Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины

Численные методы

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Форма обучения
очная

Нижегород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.05, «Численные методы», относится к части, формируемой участниками образовательных отношений направления подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-1. Способен решать актуальные задачи математики и компьютерных наук	ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для решения актуальных задач математики и компьютерных наук	<p><i>Знает постановки задач дисциплины «Численные методы», понятийный аппарат и утверждения, основные приемы и формулы, подходы к изучению аппроксимации, устойчивости, сходимости:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – основы теории погрешности и теории приближения функций (интерполяция, поиск элементов наилучшего приближения); – методы численного дифференцирования и интегрирования; – методы решения задач линейной алгебры, условия сходимости итерационных процессов, итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем; – методы численного решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем; – методы численного решения стационарных и нестационарных задач математической физики, включая нелинейные задачи. <p><i>Знает постановки модельных задач</i></p>	<i>тест</i>

		дисциплины «Численные методы», их прикладное значение, этапы построения численной модели и проведения численного эксперимента	
	ПК-1.2. Умеет применять базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий при решении актуальных задач математики и компьютерных наук	На примере модельных задач дисциплины «Численные методы» умеет проводить эксперимент по проверке корректной реализации алгоритмов, обосновать аппроксимацию, устойчивость, сходимость, исследовать эффективность численного метода: умеет формулировать постановки модельных задач; исследовать корректность численной модели; эффективность и сходимость метода, анализировать (оценивать) погрешность; умеет ставить цели численного исследования, разрабатывать программную реализацию; проводить вычислительный эксперимент	задачи
	ПК-1.3. Имеет практический опыт решения актуальных задач математики и компьютерных наук	Владеет навыками алгоритмизации и реализации численных методов решения задач на ЭВМ, средствами визуализации результатов расчетов и методами анализа результатов Владеет навыками разработки и применения программных систем, поддерживающих спектр экспериментальных возможностей для изучения как свойств метода, так и свойств моделируемых объектов Владеет навыками численного решения математических задач, требующих комплексного подхода при подборе численных методов и проведении вычислительного эксперимента	задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	7 ЗЕТ
Часов по учебному плану	252
в том числе	

аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа	64
КСР	3
СР	85
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Семестр 5

Очная форма обучения						
Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема1. Теория погрешностей.	14	4	4		8	6
Тема 2. Теория интерполирования.	26	8	8		16	10
Тема 3. Численное дифференцирование.	11	4	4		8	3
Тема 4. Численное интегрирование.	28	8	8		16	12
Тема 5.Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.	28	8	8		16	12
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация - зачет						
ИТОГО	108	32	32		65	43

Семестр 6

Очная форма обучения						
Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 6. Численное решение нелинейных уравнений и их систем.	28	4	4		8	20
Тема 7. Численное решение задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	54	14	14		28	26

первого порядка и их систем.						
Тема 8. Численные методы решения задач для уравнений в частных производных.	60	14	14		28	32
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация - экзамен	36					
ИТОГО	144	32	32		66	42

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в форме – зачет в семестре 5, комплексный экзамен, включающий выполнение практических заданий наряду с традиционными ответами на вопросы по программе дисциплины в семестре 6.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Семестр 5: самостоятельные работы по темам: Теория погрешностей, Численное дифференцирование.

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением.

Обсуждение итогов самостоятельных и контрольных работ.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента

Котов В.Л. Задания и упражнения по численным методам. Учебное пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет. 2015. 111 с.

Учебное пособие содержит варианты заданий для самостоятельного выполнения. Изложены основные определения и необходимые теоремы в объеме, достаточном для их успешного применения при выполнении заданий в рамках типовой программы годового курса «Численные методы». Рассмотрены примеры решения различных вариантов задач.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможно оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

Умения	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие владения материалом. Невозможно оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
Теория погрешностей. Абсолютная и относительная погрешность. Верные значащие цифры. Правила округления. Основная и обратная задачи теории погрешностей.	ПК-1
Общая формула теории погрешностей. Абсолютные и относительные погрешности арифметических операций. Метод интервалов.	ПК-1
Интерполяционный полином в форме Лагранжа. Вывод остаточного члена.	ПК-1
Понятие разделенной разности. Интерполяционный многочлен Ньютона с разделенными разностями.	ПК-1
Итерационный способ Эйткена построения интерполяционного полинома. Оценка погрешности при проведении вычислений.	ПК-1
Интерполирование с кратными узлами.	ПК-1
Конечные разности. Формулы Ньютона для интерполирования вперед и назад.	ПК-1
Сходимость интерполяционного процесса.	ПК-1
Полиномы Чебышева. Многочлены, наименее отклоняющиеся от нуля. Построение многочленов наилучшего равномерного приближения.	ПК-1
Численное дифференцирование. Формулы 1-й и 2-й производных. Оценка погрешности. Правило Рунге. Уточнение по Ричардсону.	ПК-1

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-1

Формулировка заданий для контрольных работ в семестре 5

1. Вычислить произведение и определить погрешность вычислений, считая все цифры в записи сомножителей верными значащими в узком смысле. Округлить сомнительные цифры результата, оставив только верные знаки.
2. Для заданных узлов и функции построить таблицу интерполяции и интерполяционный полином Лагранжа. Вычислить и оценить погрешность в точке, сравнить полученные значения. Объяснить результат
3. Для заданных узлов и функции построить таблицу разделенных разностей и интерполяционный полином Эрмита. Вычислить и оценить погрешность в точке, сравнить полученные значения. Объяснить результат
4. Вычислить определенный интеграл по составной формуле трапеций с одним и двумя отрезками разбиения. Вычислить и оценить погрешности, сравнить полученные значения. Применить правило Рунге практической оценки погрешности, уточнить результат по Ричардсону, сравнить с точным значением. Объяснить результат
5. . Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Гаусса с частичным выбором главного элемента. В процессе решения получить LU – разложение исходной матрицы системы, найти ее определитель. Получить обратную матрицу и число обусловленности системы

6. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональной матрицей методом прогонки. Проверить выполнение достаточного условия корректности и устойчивости метода прогонки
7. Получить два приближения к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом простой итерации. Оценить погрешность. Проверить выполнение достаточного условия сходимости метода простой итерации. Сформулировать необходимое и достаточное условие сходимости.
8. Вычислить норму матрицы $\|A\|_1$, $\|A\|_2$ или $\|A\|_3 = ?$
9. Оценить обусловленность матрицы $M_A = ?$

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-1 Формулировка заданий для контрольных работ в семестре 6

1. Отделить корни аналитически. Проверить условия применимости метода Ньютона к решению уравнения на отрезке. Выполнить две итерации для уточнения корня, взяв в качестве начального приближения левую или правую границу отрезка, оценить погрешность.

2. Выполнить две итерации метода Ньютона для системы двух уравнений при заданном векторе начального приближения.

3. Вычислить методом Эйлера и его модификациями приближение к $y(0.1)$, найти абсолютную погрешность решения для каждого метода. Сравнить и объяснить полученный результат.

4. Определить, принадлежит ли формула семейству методов Рунге-Кутты 2-го порядка точности.

5. Составить разностную схему для краевой задачи для линейного ОДУ второго порядка. Получить систему уравнений с трехдиагональной матрицей.

6. Определить порядок аппроксимации разностной схемы решения задачи Коши для уравнения в частных производных первого порядка

7. Исследовать предыдущую разностную схему на устойчивость, применяя необходимый спектральный признак устойчивости Неймана. Является ли схема сходящейся?

5.2.4. Вопросы к экзамену

1. Теория погрешностей. Абсолютная и относительная погрешность. Верные значащие цифры. Правила округления. Основная и обратная задачи теории погрешностей.
2. Общая формула теории погрешностей. Абсолютные и относительные погрешности арифметических операций. Метод интервалов.
3. Интерполяционный полином в форме Лагранжа. Вывод остаточного члена.
4. Понятие разделенной разности. Интерполяционный многочлен Ньютона с разделенными разностями.
5. Итерационный способ Эйткена построения интерполяционного полинома. Оценка погрешности при проведении вычислений.
6. Интерполирование с кратными узлами.
7. Конечные разности. Формулы Ньютона для интерполирования вперед и назад.
8. Сходимость интерполяционного процесса.
9. Полиномы Чебышева. Многочлены, наименее отклоняющиеся от нуля. Построение многочленов наилучшего равномерного приближения.

10. Численное дифференцирование. Формулы 1-й и 2-й производных. Оценка погрешности. Правило Рунге. Уточнение по Ричардсону.
11. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования.
12. Численное интегрирование. Формулы Ньютона-Котеса. Оценка погрешности формул Ньютона-Котеса.
13. Составные формулы численного интегрирования. Правило Рунге. Уточнение по Ричардсону. Вычисление интегралов с заданной точностью.
14. Квадратурные формулы Гаусса. Постановка задачи. Вывод системы уравнений.
15. Квадратурные формулы Гаусса. Свойства узлов и коэффициентов.
16. Вывод квадратурных формул Гаусса при $n=1,2,3$. Оценка погрешности.
17. Приближенное вычисление несобственных интегралов. Квадратурные формулы Эрмита и Лагерра.
18. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
19. Погрешность решения систем линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности.
20. Итерационные методы решения СЛАУ. Канонический вид итерационных методов. Методы Якоби, Зейделя, верхней релаксации.
21. Теоремы о сходимости метода простой итерации. Практическая оценка погрешности.
22. Метод простой итерации решения систем нелинейных уравнений.
23. Метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений.
24. Методы решения одного нелинейного уравнения: половинного деления, простой итерации, Ньютона.
25. Метод Рунге-Кутты решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
26. Метод Адамса решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
27. Разностные уравнения. Общее решение однородного разностного уравнения. Устойчивость численных методов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
28. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод стрельбы, метод прогонки. метод прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений.
29. Основные понятия теории разностных схем: сетка, разностная задача, сходимость, аппроксимация.
30. Понятие устойчивости разностных схем. Теорема о сходимости разностных схем.
31. Исследование сходимости разностной задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Принцип максимума.
32. Исследование сходимости разностных схем решения начально-краевых задач. Метод гармоник.
33. Теорема Куранта-Фридрихса-Леви. Применение к исследованию устойчивости.
34. Построить разностные схемы для задачи $U_t - C U_x = \Phi(x,t)$ на шаблонах \square , \square , \square . Исследовать на устойчивость одну из схем.
35. Интерполяция сплайнами. Построение сплайна степени 3 дефекта 1. Интерполяция сплайнами. Построение сплайна степени 3 дефекта 2.

Билет к экзамену по курсу Численные методы

Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского

Кафедра ТКЭМ Дисциплина Численные методы

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Метод прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений.
Пример.
2. Абсолютная и относительная погрешности. Верные значащие цифры.
Правила округления. Основная и обратная задачи теории погрешностей.
3. Задача 1, задача 2.

Зав. кафедрой _____

Экзаменатор _____

5.2.5. Темы курсовых работ, эссе, рефератов

Не предусмотрено

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Численные методы»,

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5093>

созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

№	а) основная литература:	К-во
1.	Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М. Наука, 1989. (43 экз. – а61)	43
2.	Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы, М.: Наука, 2003. (1025707-1025755 – а61)	48

№	б) дополнительная литература:	К-во
1.	Сборник заданий для самостоятельной работы по курсу «Численные	э

№	б) дополнительная литература:	К-во
	методы». Часть 1. Учебно-методическое пособие. / Авторы: Игумнов Л.А., Котов В.Л., Литвинчук С.Ю., Чекмарев Д.Т. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. – 77 с. – Фонд образовательных электронных ресурсов. Рег. № 810.14.06. http://www.unn.ru/books/met_files/Igumnov.pdf	
2.	Сборник заданий для самостоятельной работы по курсу «Численные методы». Часть 2. Учебно-методическое пособие / Авторы: Игумнов Л.А., Котов В.Л., Литвинчук С.Ю., Чекмарев Д.Т. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 69 с. – Фонд образовательных электронных ресурсов. Рег. № 915.15.06. http://www.unn.ru/books/met_files/Igumnov2.pdf	э

№	в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)	«Л» или «С»
1.	Не требуются	

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской, мелом.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО (3++) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Автор (ы): Котов В.Л.,

Заведующий кафедрой: Игумнов Л.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 1 декабря 2021 года, протокол № 2.