

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Комплексный анализ

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы
Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части.

Код дисциплины Б1.О.23.

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД |
|------------|--|--|
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.23 «Комплексный анализ» относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика». |

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства |
|--|--|---|---|
| | Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине** | |
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук | ЗНАТЬ З1(ОПК-1.1) основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой. | <i>Контрольная работа</i> <i>Контрольная работа</i> <i>Собеседование</i> <i>Контрольная работа</i> |
| | ОПК-1.2.: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний | УМЕТЬ решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным, но более высокого уровня сложности; решать математические задачи, которые требуют некоторой оригинальности мышления; | <i>Задача</i> <i>Контрольная работа</i> |

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | |
|--|-----------------------------|
| | очная форма обучения |
| Общая трудоемкость | 4 ЗЕТ |
| Часов по учебному плану | 144 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | 66 |
| - занятия лекционного типа | 32 |
| - занятия семинарского типа | 32 |
| - контроль самостоятельной работы | 2 |
| самостоятельная работа | 42 |
| Промежуточная аттестация – экзамен | 36 |

3.2. Содержание дисциплины

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине | Всего(часы) | в том числе | | | | |
|---|-------------|--|---------------------------|--------------|------------------------|--------------------------------------|
| | | контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | | Самостоятельная работа студента часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Лабораторные | Всего контактных часов | СРС |
| Введение 1. Краткие исторические сведения. Комплексные числа. Комплексная плоскость. Комплексная сфера. Комплексные числа и действия над ними. Комплексная плоскость. Различные формы записи комплексного числа. Геометрическая интерпретация действий над комплексными числами. Последовательности комплексных чисел. Предел последовательности. Необходимые и достаточные условия существования предела. Теорема Больцано - Вейерштрасса и критерий Коши. Сравнение свойств последовательностей $\{z_n\}$, $\{ z_n \}$, | 12 | 4 | 4 | | 8 | 4 |

| | | | | | |
|---|----|---|---|---|---|
| $\{\arg z_n\}$. Бесконечно удалённая точка. Числовые ряды. Сумма ряда. Критерий сходимости ряда. Сфера Римана. Стереографическая проекция. Сферическая метрика. Множества и кривые на комплексной плоскости. Конечные, ограниченные и неограниченные множества. Внутренние, внешние и граничные точки множества. Открытые и замкнутые множества. Связность. Область. Порядок связности области. Непрерывная кривая. Гладкие и кусочно-гладкие кривые. | | | | | |
| 2. Функции комплексного переменного. Понятие функции. Функция как отображение. Обратная функция. Однозначные и однолистные функции. Функции $w = z^n$ и $w = \sqrt[n]{z}$. Точки ветвления функции $\sqrt[n]{z}$. Предел функции. Необходимые и достаточные условия существования предела. Непрерывные функции. Необходимые и достаточные условия непрерывности функции в точке. Равномерная непрерывность. Основные теоремы о непрерывных функциях. Дифференцирование функции комплексного переменного. Определение производной. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Условия Коши – Римана. Голоморфная функция. геометрический смысл производной. | 12 | 4 | 4 | 8 | 4 |
| 3. Основные сведения о конформных отображениях Понятие конформного отображения. Конформность в точке комплексной плоскости. Угол между кривыми в бесконечности. Конформность в бесконечности. Конформность в области. Формулировки основных теорем о конформных отображениях (принцип сохранения области, правило обхода границы, теорема Римана). Линейная функция. Дробно-линейная функция (перечислить основные свойства). Отображение полуплоскости и единичного круга на единичный круг. | 12 | 4 | 4 | 8 | 4 |
| 4. Интегрирование функций комплексного переменного. Определение интеграла по кривой. Способы вычисления интеграла. Основные свойства интегралов от комплексных функций. Интегральная теорема Коши. Обобщенная теорема Коши. Теорема Коши для конечной области. Первообразная и неопределённый интеграл. теорема о первообразной. Формула Ньютона – Лейбница. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Теорема о среднем для гармонической функции. Интеграл типа Коши. Теорема о производных интеграла типа Коши. | 12 | 4 | 4 | 8 | 4 |
| 5. Функциональные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда. Теоремы о непрерывности суммы ряда и о возможности почленного интегрирования ряда. Теорема Вейерштрасса о почленном дифференцировании функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда. Формула Коши – Адамара. единственность суммы | 12 | 4 | 4 | 8 | 4 |

| | | | | | | |
|---|-----|----|----|--|----|----|
| степенного ряда. Сложение, умножение и деление степенных рядов. | | | | | | |
| 6. Регулярные функции. Понятие регулярной функции. Основной критерий регулярности. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля и доказательство основной теоремы высшей алгебры. Теорема единственности регулярной функции. Понятия и принципы аналитического продолжения. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций. | 13 | 4 | 4 | | 8 | 5 |
| 7. Интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла, о непрерывности интеграла по параметру, об изменении порядка интегрирования. Теорема о регулярности интеграла, зависящего от параметра. Несобственные интегралы от функции комплексного переменного (с особенностью в бесконечности и с особенностью в конечной точке). Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Теоремы о регулярности несобственного интеграла по параметру. | 13 | 4 | 4 | | 8 | 5 |
| 8. Ряд Лорана и изолированные особые точки однозначного характера. Ряд Лорана (определение). Область сходимости ряда Лорана. регулярность суммы ряда в области сходимости. Устранимая особая точка. Теорема об ограниченности функции в окрестности устранимой особой точки. Полюс. Связь между нулями и полюсами. Кратность полюса. Ряд Лорана в окрестности полюса. Целые функции. Мероморфные функции. Теорема о мероморфной функции с конечным числом полюсов. | 10 | 2 | 2 | | 4 | 6 |
| 9. Теория вычетов и её применения. Определение вычета. Вычисление вычета. Основная теорема о вычетах. Следствие основной теоремы о вычетах. Нахождение вычета в случае полюса. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше. теорема об обратной функции. | 10 | 2 | 2 | | 4 | 6 |
| Текущий контроль (КСР) | 2 | | | | 2 | |
| Промежуточная аттестация – экзамен | 36 | | | | | |
| Итого | 144 | 32 | 32 | | 66 | 42 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

При выполнении практических работ при самостоятельной работе студенты имеют доступ к материалам курса, размещенным в системе электронного обучения ННГУ по адресу <http://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1660>, режим доступа – требует авторизации.

Используются активные и интерактивные образовательные технологии в форме лекций, практических занятий.

Виды самостоятельной работы:

- Домашние контрольные работы
- Контрольные работы

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | Шкала оценивания сформированности компетенций | | | | | | |
|--|--|--|--|---|---|--|---|
| | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые | Имеется минимальный набор навыков для решения | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных |

| | | | | | | | |
|--|--|------------------------------------|---|-------------------------------|-------------------------------|---------------------|----------|
| | наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | навыки. Имели место грубые ошибки. | стандартных задач с некоторыми недочетами | задач с некоторыми недочетами | задач без ошибок и недочетов. | ошибок и недочетов. | ых задач |
|--|--|------------------------------------|---|-------------------------------|-------------------------------|---------------------|----------|

Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Уровень подготовки | |
|---------------------|--|
| Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1 Контрольные вопросы

| Вопросы | Код формируемой компетенции |
|--|-----------------------------|
| Интегральная формула Коши. | ОПК-1 |
| Ряд Лорана. Теорема Лорана. | ОПК-1 |
| Теорема Вейерштрасса (о почленном дифференцировании функционального ряда). | ОПК-1 |
| Теорема Сохоцкого | ОПК-1 |

| | |
|--|-------|
| Определение вычета. Основная теорема о вычетах. Следствие. | ОПК-1 |
| Интегральная теорема Коши. | ОПК-1 |
| Теорема о первообразной. Неопределенный интеграл. | ОПК-1 |
| Понятие римановой поверхности. Риманова поверхность функции $w = \sqrt[n]{z}$. | ОПК-1 |
| Теоремы о логарифмическом вычете. | ОПК-1 |
| Интеграл типа Коши. | ОПК-1 |
| Теорема об особых точках суммы степенного ряда на границе круга сходимости. | ОПК-1 |
| Геометрический смысл производной. | ОПК-1 |
| Вычисление интеграла $\int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{1+x} dx$. | ОПК-1 |
| Устранимая особая точка. | ОПК-1 |
| Логарифмический вычет. Принцип аргумента. | ОПК-1 |
| Гармонические функции. | ОПК-1 |
| Обобщенная теорема о вычетах. | ОПК-1 |
| Бесконечная дифференцируемость голоморфной функции. Теорема Морера. | ОПК-1 |
| Теорема об особой точке суммы степенного ряда на границе круга сходимости. | ОПК-1 |
| Интеграл по кривой от функции комплексного переменного. Свойства интегралов. | ОПК-1 |
| Теоремы Принсгейма и Фабри (формулировки). Пример степенного ряда, для суммы которого все граничные точки круга сходимости являются особыми. | ОПК-1 |
| Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства интеграла. | ОПК-1 |
| Теорема о бесконечной дифференцируемости голоморфной функции. | ОПК-1 |
| Интеграл, зависящий от параметра. Теорема об изменении порядка интегрирования. | ОПК-1 |
| Вычет. Определение и вычисление. | ОПК-1 |
| Теорема Сохоцкого. Формулировка теоремы Пикара. | ОПК-1 |
| Понятие несобственного интеграла. Интеграл, зависящий от параметра. Равномерная сходимость. | ОПК-1 |
| Полюс. Порядок полюса. Ряд Лорана в окрестности полюса. | ОПК-1 |
| Существенно-особая точка. Ряд Лорана в окрестности существенно-особой точки. Теорема Пикара. | ОПК-1 |
| Понятие и принцип аналитического продолжения. | ОПК-1 |
| Теорема об обратной функции. | ОПК-1 |

5.2.2. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Вычислить: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{3 + \cos \varphi}$

2. Найти образ треугольника с вершинами в точках $z_1 = 0, z_2 = -i, z_3 = -1$ при $w = \frac{1}{z}$.
3. Вычислить: $\int_{|z|=2} \frac{e^z dz}{z^3(z+1)}$.
4. Найти образ области $D = \left\{ z \in \mathbb{C}: \frac{3\pi}{4} < \arg z < \pi \right\}$ при $w = \frac{z}{z+1}$.
5. Разложить функцию $f(z) = \frac{2z+1}{z^2+z-2}$ в кольце $1 < |z| < 2$.
6. Найти образ треугольника с вершинами в точках $z_1 = 1, z_2 = 0, z_3 = i$ при $w = \frac{1}{z}$.
7. Вычислить $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2 + \frac{1}{4}} dx$.
8. Разложить функцию $f(z) = \frac{z^4+4}{z(z+2)}$ в ряд Лорена при $|z| > 2$.
9. Отобразить с помощью функции $w = \frac{z-3}{z-4}$ область $\operatorname{Im} z < 0$.
10. Найти образ треугольника с вершинами в точках $z_1 = 0, z_2 = -i, z_3 = 1$ при $w = \frac{1}{z}$.
11. Разложить функцию $f(z) = \frac{z^3+2}{z^2+2z}$ в ряд Лорана в области $|z| > 2$.
12. Вычислить $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x dx}{x^2+9}$.
13. Вычислить интеграл $\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{e^z dz}{z(1-z)^3}$, если точка 0 лежит внутри контура C , а точка 1 вне его.
14. Определить радиус сходимости и поведение на границе $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$.
15. Определить радиус сходимости и поведение на границе $\sum_{n=0}^{\infty} [3 + (-1)^n]^n z^n$.
16. Определить радиус сходимости и поведение на границе $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nz^n}{2^n}$.
17. Найти порядок нулей $z \sin z$.
18. Найти порядок нулей $z^2 + 9$.
19. Найти аналитическую функцию $u(x, y) + iv(x, y)$ по $u(x, y) = x^2 - y^2 - 3$.
20. Найти аналитическую функцию $u(x, y) + iv(x, y)$ по $v(x, y) = x + y - 3$.

21. Разложить в ряд Лорана $\frac{1}{z(1-z)}$ в окрестности точек $z=0, z=1, z=\infty$

22. Разложить в ряд Лорана $\frac{1}{z-2}$ в окрестности точек $z=0$ и $z=\infty$

23. Найти особые точки, выяснить их характер и исследовать поведение функции в бесконечности $\frac{1}{z-z^3}$.

24. Найти особые точки, выяснить их характер и исследовать поведение функции в бесконечности для $\frac{z^5}{(1-z)^2}$.

25. Найти особые точки, выяснить их характер и исследовать поведение функции в бесконечности для $\frac{1}{z(z^2+4)^2}$.

26. Найти вычеты по изолированным особым точкам и бесконечности для $\frac{1}{z^3-z^5}$.

27. Найти вычеты по изолированным особым точкам и бесконечности для $\frac{z^2}{(z^2+1)^2}$.

28. Найти вычеты по изолированным особым точкам и бесконечности для $\frac{1}{z(1-z^2)}$.

29. Найти вычеты по изолированным особым точкам и бесконечности для $\frac{\sin 2z}{(z+1)^3}$.

30. Используя вычеты, найти интеграл, где обход в положительном направлении

$$\int_C \frac{dz}{z^4+1}, \text{ где } C - \text{окружность } x^2+y^2=2x.$$

31. Используя вычеты, найти интеграл, где обход в положительном направлении

$$\int_C \frac{zdz}{(z-1)(z-2)^2}, \text{ где } C - \text{окружность } |z-2|=\frac{1}{2}.$$

32. Используя вычеты, найти интеграл, где обход в положительном направлении

$$\int_C \frac{zdz}{(z-3)(z^5-1)}, \text{ где } C - \text{окружность } |z|=2.$$

33. Используя вычеты, найти интеграл, где обход в положительном направлении

$$\int_C \frac{z^3 dz}{2z^4 + 1}, \text{ где } C - \text{окружность } |z|=1.$$

34. Используя вычеты, найти интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 4x + 13)^2}.$

35. Используя вычеты, найти интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx.$

36. Найти модули и аргументы комплексных чисел (a и b – действительные числа):

$$3i; \quad -2; \quad 1+i; \quad 1-i; \quad 2+5i; \quad 2-5i.$$

37. Найти модули и аргументы комплексных чисел (a и b – действительные числа):

$$-2+5i; \quad -2-5i; \quad bi; \quad a+bi \quad (a \neq 0).$$

38. Найти все значения корней и построить их:

$$\sqrt[3]{1}; \quad \sqrt[3]{i}; \quad \sqrt[4]{-1}; \quad \sqrt[6]{-8}; \quad \sqrt[8]{1}.$$

39. Найти все значения корней и построить их:

$$\sqrt[3]{-2+2i}; \quad \sqrt[3]{-4+3i}; \quad \sqrt{1-i}; \quad \sqrt{3+4i}.$$

40. Найти постоянные a, b, c , при которых функция $f(z)$ будет аналитической:

$$f(z) = x + ay + i(bx + cy).$$

41. Найти постоянные a, b , при которых функция $f(z)$ будет аналитической:

$$f(z) = \cos x(chy + ashy) + i \sin x(chy + bshy).$$

42. Найти аналитическую функцию $u(x, y) + iv(x, y)$ по

$$u(x, y) = x^2 - y^2 + 5x + y - \frac{y}{x^2 + y^2}.$$

43. Найти аналитическую функцию $u(x, y) + iv(x, y)$ по

$$v(x, y) = 3 + x^2 - y^2 - \frac{y}{2(x^2 + y^2)}.$$

44. Какая часть плоскости сжимается, а какая растягивается для $w = z^2 + 2z$.

45. Найти аргумент комплексного числа $z = \cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}$.

46. Найти аргумент комплексного числа $z = \sin \frac{\pi}{4} - i \cos \frac{\pi}{4}$.

47. Найти аргумент комплексного числа $z = 1 + \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$.

48. Найти образ треугольника с вершинами в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 1$, $z_3 = i$ при

отображении $w = (i - 1)z - 2$.

49. На что отобразит функция $w = \frac{1}{z}$ полуплоскость $\operatorname{Re} z > 0$, из которой удалён круг $|z| \leq 1$.

5.2.3. Пример контрольной работы для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Вариант 1.

Найти значение модуля функции $w = \sin z$ в точке $z = \pi + i \ln(2 + \sqrt{5})$.

Решение:

$$\text{Имеем } |\sin z| = \sqrt{\sin^2 x + \operatorname{sh}^2 y}$$

Тогда

$$\sin(\pi + i \ln(2 + \sqrt{5})) = \operatorname{sh}(\ln(2 + \sqrt{5})) = \frac{1}{2}(e^{\ln(2 + \sqrt{5})} - e^{-\ln(2 + \sqrt{5})}) = \frac{1}{2}(2 + \sqrt{5} - \frac{1}{2 + \sqrt{5}}) = 2.$$

Вариант 2.

Записать в алгебраической форме $\operatorname{Arctg}(1 + i)$.

Решение:

Имеем $\operatorname{Arctg}(1+i) = -\frac{i}{2} \operatorname{Ln} \frac{1+i(1+i)}{1-i(1+i)} = -\frac{i}{2} \operatorname{Ln} \frac{i}{2-i} = -\frac{i}{2} \operatorname{Ln} \left(-\frac{1}{5} + i\frac{2}{5}\right)$.

Так как $\operatorname{Ln} \left(-\frac{1}{5} + i\frac{2}{5}\right) = -\ln \sqrt{5} - i \operatorname{arctg} 2 + (2k+1)\pi i$,

то $\operatorname{Arctg}(1+i) = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 + \frac{i}{2} \ln \sqrt{5} + \frac{\pi}{2} (2k+1), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

5.2.4. Пример задач для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задача 1.

Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -\sin \frac{\pi}{8} - i \cos \frac{\pi}{8}$

Ответ: $|z| = 1$; $\arg z = -\frac{5}{8}\pi$; $\operatorname{Arg} z = -\frac{5}{8}\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Задача 2.

Написать в тригонометрической и показательной форме комплексное число:

$$1) z_1 = -1 - i\sqrt{3} \quad 2) z_2 = -\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$$

Ответ: $z_1 = 2\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) = 2e^{-i2\pi/3}$;

$$z_2 = \cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} = e^{i4\pi/5}.$$

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Евграфов М.А. Аналитические функции. Учебное пособие, 3-е издание. – М.: Наука, 1991.

Адрес доступа: ЭБС Лань: https://e.lanbook.com/book/134?category_pk=917#authors

2. Сандаков Е.Б., Селиванова С.Г. Сборник домашних заданий по теории функций комплексного переменного. Адрес доступа: ЭБС Лань:

https://e.lanbook.com/book/75857?category_pk=911#authors

б) дополнительная литература:

1. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс] / Шабунин М. И. - М.: БИНОМ, 2013. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996307814.html>

2. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И.М. Петрушко [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2010. — 368 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/526>.

3. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/322>.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)
<http://www.unn.ru/books/resources.html>

<http://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1660>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры ДУМиЧА Филиппов В.Н.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ДУМиЧА: д.ф.-м.н. Калинин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.