

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория функций комплексного переменного

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

03.03.02 - Физика

Направленность образовательной программы

Медицинская физика

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.08.05 Теория функций комплексного переменного относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	ИД ОПК-1: Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ИД ОПК-1: Знать аппарат теории функций комплексного переменного, необходимый для решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней дисциплин. Уметь решать типовые задачи, требующие использования аппарата теории функций комплексного переменного. Владеть навыками применения аппарата теории функций комплексного переменного в профессиональной деятельности.	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	4
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	33

Промежуточная аттестация	45 Экзамен
--------------------------	---------------

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	О Ф О	О Ф О	О Ф О	О Ф О	О Ф О
1. Векторная алгебра. Понятие линейного (векторного) пространства. Линейная зависимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Декартова систем координат. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Преобразование компонент вектора при повороте системы координат. Матрица поворота и ее свойства	16	4	4	8	8
2. Тензорная алгебра. Определение тензора. Ранг тензора. Сложение, умножение тензоров. Свертка. Скалярное умножение тензоров. Теорема деления	19	6	4	10	9
3. Приложения теории тензоров. Симметрия тензоров. Инвариантность тензорных соотношений. Тензор поляризации, тензор механических напряжений, тензор инерции. Главные оси и главные значения тензора. Тензорная поверхность. Инварианты тензоров второго ранга. Изотропные тензоры. Тензор Леви-Чивита. Векторное, двойное векторное и смешанное произведения в тензорной форме	23	10	12	22	1
4. Тензорные поля. Градиент, ротор и дивергенция. Понятия потенциального и вихревого полей. Дифференциальные операции 2-го порядка, оператор Лапласа. Интегральные теоремы векторного анализа. Векторные тождества	32	8	10	18	14
5. Криволинейные системы координат. Криволинейные системы координат, сферические и цилиндрические координаты. Коэффициенты Ламе. Метрический тензор. Якобиан. Дифференциальные операторы в криволинейных координатах	7	4	2	6	1
Аттестация	45				
КСР	2				2
Итого	144	32	32	66	33

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Определение функционала. Вариация функции, вариация функционала. Понятие экстремали. Основная лемма вариационного исчисления (без доказательства). Условие экстремальности функционала, зависящего от функции одной переменной и ее производной. Условия экстремальности функционала, зависящего от нескольких функций одной переменной и от их первых производных. Вариация концов функционала. Теорема Нётер (без доказательства). Первые интегралы уравнений Эйлера. Условный экстремум функционала. Условие экстремальности функционала, зависящего от производных порядка выше первого. Условие экстремальности функционала, зависящего от функции

нескольких переменных и ее первых производных

2. Уравнение колебаний струны. Постановка задачи Коши для струны. Уравнения колебаний плоской мембраны и сплошной трехмерной среды. Уравнения диффузии и теплопроводности. Задача Коши для них. Метод разделения переменных для тела, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда
3. Представление комплексного числа. Бесконечно удаленная точка. Действия с комплексными числами. Определение функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции. Однозначные и многозначные функции. Точка ветвления. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Теорема о существовании обратной функции для аналитической функции
4. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Теорема об отображении точек, симметричных относительно окружности, при дробно-линейном преобразовании
5. Определение интеграла от функции комплексного переменного и его свойства. Теорема Коши для односвязной области. Теорема Коши для многосвязной области и ее следствия. Интеграл Коши. Формула Коши. Принцип максимума модуля аналитической функции. Теорема Лиувилля
6. Ряды комплексных чисел и функциональные ряды. Сходимость и абсолютная сходимость ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Теорема Тейлора. Изолированные особые точки аналитических функций. Ряд Лорана
7. Нули аналитической функции. Теорема о нулях. Теорема единственности и ее следствия. Аналитическое продолжение с действительной оси. Принципы аналитического продолжения
8. Определение вычета функции. Основная теорема теории вычетов. Вычет функции в полюсе первого порядка. Вычет функции в полюсе произвольного порядка. Применение теории вычетов к вычислению действительных определенных интегралов. Лемма Жордана. Вычет аналитической функции в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме вычетов аналитической функции
9. Определение Γ -функции, ее значения при целых и полуцелых значениях аргумента, полюса, график. Вычеты Γ -функции в полюсах. Вывод основных соотношений для Γ -функции. Асимптотика Γ -функции при больших значениях модуля аргумента – формула Стирлинга

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Сборник задач по математической физике / Нижегород. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 1998. - 55 с.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Является ли аналитической функция $f(z) = \cos(2z^*)$?
2. Разложить функцию $f(z) = z^2/(z+1)$ в ряд Лорана в окрестности точки $z_0 = \infty$, указать область сходимости.
3. Вычислить интеграл $\int_0^{\infty} \frac{\cos(x)}{x^2 - 1} dx$.
4. Найти экстремаль функционала $v[y(x)] = \int_1^2 (xy')^2 dx$, $y(1) = 1$, $y(2) = 0$.
5. Найти собственные частоты колебаний прямоугольной мембраны $0 < x < a$, $0 < y < b$, три края которой свободны, а один ($y = b$) закреплен.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Правильно выполнено более половины заданий
не зачтено	Правильно выполнено менее половины заданий

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в

	ответа		Выполнены все задания, но не в полном объеме	ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Эльсгольц Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник. - 5-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2002. - 320 с. - ISBN 5-354-00135-8 : 117.00., 68 экз.
2. Смирнов Владимир Иванович. Курс высшей математики : [для студентов мех.-мат. и физ.-мат.

фак. ун-тов]. Т. 3, ч. 2. - 9-е изд., стер. - М. : Наука, 1974. - 672 с. : черт. - 1.55., 9 экз.

3. Свешников Алексей Георгиевич. Теория функций комплексной переменной : учебник. - 3-е изд., доп. - М. : Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1974. - 319 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. Тихонова А. Н., Ильина В. А., Свешникова А. Г. ; вып. 4). - 30.00., 8 экз.

Дополнительная литература:

1. Лаврентьев Михаил Алексеевич. Методы теории функций комплексного переменного : [учеб. пособие для ун-тов]. - Изд. 4-е, испр. - М. : Наука, 1973. - 736 с. : ил. - 1.77., 34 экз.

2. Сборник задач по математической физике / Нижегород. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 1998. - 55 с., 13 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Не используется

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): Тележников Алексей Валентинович, кандидат физико-математических наук.

Рецензент(ы): Мальцев Александр Александрович, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Бурдов Владимир Анатольевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 09.01.2024, протокол № б/н.