

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Методы оптимизации

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

---

Направленность образовательной программы

Суперкомпьютерное моделирование и инженерный анализ

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.12 Методы оптимизации относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетеchnические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования ОПК-1.2: Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетеchnических знаний, методов математического анализа и моделирования ОПК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать понятия и утверждения дисциплины «Методы оптимизации»  ОПК-1.2: Уметь решать математические задачи и проблемы в области методов оптимизации; доказывать ранее изученные математические утверждения в области методов оптимизации  ОПК-1.3: Владеть аппаратом условий оптимальности при решении конкретных задач	Собеседование Контрольная работа Отчет по лабораторным работам	Зачёт: Задания  Экзамен: Контрольные вопросы
ОПК-7: Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения;	ОПК-7.1: Демонстрирует знание основных языков программирования и работы с базами данных, операционных систем и оболочек, современных программных сред разработки информационных систем и технологий ОПК-7.2: Применяет языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки	ОПК-7.1: Знать основные численные методы решения задач оптимизации  ОПК-7.2: Уметь использовать численные методы решения конкретных задач оптимизации  ОПК-7.3: Владеть численными методами решения	Собеседование Контрольная работа Отчет по лабораторным работам	Зачёт: Задания  Экзамен: Контрольные вопросы

	информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ ОПК-7.3: Имеет практический опыт программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач	оптимизационных задач		
--	---	-----------------------	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>6</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>216</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>60</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>58</b>
- КСР	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>59</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен, Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
1. Нелинейные оптимизационные модели. Задача безусловной оптимизации и классическая задача на условный экстремум	23	4	4	8	15
2. Элементы выпуклого анализа. Условия оптимальности в задачах	55	28	12	40	15

математического программирования. Элементы теории оптимального управления.					
3. Оптимальные алгоритмы поиска экстремума. Методы оптимизации функций одной переменной.	31	4	12	16	15
4. Классические численные методы решения задач безусловной и условной оптимизации. Некоторые методы решения многоэкстремальных задач.	68	24	30	54	14
Аттестация	36				
КСР	3			3	
Итого	216	60	58	121	59

### Содержание разделов и тем дисциплины

1. Нелинейные оптимизационные модели. Задача безусловной оптимизации и классическая задача на условный экстремум

Понятие о задачах оптимизации. Примеры оптимизационных задач. Схема вычислительного эксперимента. Теоремы существования решения задач поиска экстремума. Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче безусловной оптимизации. Классическая задача на условный экстремум. Функция Лагранжа. Теоремы о необходимом условии оптимальности первого и второго порядка. Достаточные условия оптимальности.

2. Элементы выпуклого анализа. Условия оптимальности в задачах математического программирования. Элементы теории оптимального управления. Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры. Внутренние операции в классе выпуклых функций. Выпуклая задача оптимизации и ее основные свойства. Дифференциальные критерии выпуклости. Сильно выпуклые функции и критерии сильной выпуклости. Теорема существования и единственности решения выпуклой задачи с сильно выпуклой целевой функцией. Проекция точки на множество. Теорема о разделяющей гиперплоскости и теорема об опорной гиперплоскости. Теорема отделимости. Теорема Фана. Необходимые условия оптимальности в терминах направлений. Дифференциальное условие оптимальности в задаче минимизации функции на выпуклом множестве. Конкретизация дифференциального условия оптимальности в задаче минимизации функции на выпуклом множестве для случаев, когда допустимое множество является гиперпараллелепипедом и неотрицательным октантом. Задача математического программирования. Необходимые условия оптимальности в задаче математического программирования (принцип Лагранжа). Условия регулярности в задаче математического программирования. Достаточные условия оптимальности, определяемые принципом Лагранжа, для регулярной задачи выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Достаточные условия оптимальности в общей задаче математического программирования. Вектор Куна-Таккера. Теорема существования вектора Куна-Таккера, Основные теоремы теории двойственности. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности. Формулировка принципа максимума. Простейшая задача оптимального быстрогодействия. Задача вариационного исчисления.

3. Оптимальные алгоритмы поиска экстремума. Методы оптимизации функций одной переменной. Унимодальные функции. Оптимальный пассивный метод поиска минимума унимодальных функций. Метод Фибоначчи. Метод золотого сечения. Оптимальный пассивный метод поиска минимума липшицевых функций. Точная нижняя миноранта для функций, удовлетворяющих условию Липшица. Свойства точной нижней миноранты. Метод ломаных. Метод кусочно-линейной аппроксимации.

4. Классические численные методы решения задач безусловной и условной оптимизации. Некоторые методы решения многоэкстремальных задач.

Начальные сведения о численных методах оптимизации функций многих переменных. Сходимость и скорость сходимости методов оптимизации. Условия остановки. Направление убывания. Выбор длины шага в методах спуска. Градиентный метод. Сходимость в случае невыпуклой минимизируемой

функции. Сходимость и оценка скорости сходимости в случае сильно выпуклой минимизируемой функции. Обсуждение метода. Примеры. Метод Ньютона и его модификации. Квазиньютоновские методы. Примеры. Понятие сопряженных направлений и их свойства. Методы сопряженных направлений. Метод сопряженных градиентов. Метод сопряженных направлений нулевого порядка. Метод Хука-Дживса. Метод Нелдера-Мида. Примеры. Метод проекции градиента. Теорема сходимости. Обсуждение метода. Метод условного градиента и его сходимость. Конечный метод решения задач квадратичного программирования. Метод линеаризации. Сходимость метода штрафных функций. Оценки скорости сходимости. Простейший алгоритм метода штрафов. Примеры. Метод параметризации целевой функции. Методы, основанные на редукции размерности. Методы, основанные на априорной информации о минимизируемой функции.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=3370>, Методы оптимизации.

Иные учебно-методические материалы:

1. Коротченко А.Г., Сморякова В.М., Кучина О.М., Малаховская Д.А. Методическая разработка по курсу «Системы принятия решений». – Фонд компьютерных изданий ННГУ, [www.unn.ru/syst\\_pr.doc](http://www.unn.ru/syst_pr.doc), 2010 (Регистрационный номер 231.10.08 фонда компьютерных изданий Нижегородского государственного университета)
2. Коротченко А.Г., Сморякова В.М., Кучина О.М., Малаховская Д.А. Методическая разработка (сборник задач) по курсу «Системы принятия решений». – Фонд компьютерных изданий ННГУ, [www.unn.ru/task\\_pr.doc](http://www.unn.ru/task_pr.doc), 2010 (Регистрационный номер 248.10.08 фонда компьютерных изданий Нижегородского государственного университета)

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

##### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

##### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

1. Понятие о задачах оптимизации. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче безусловной оптимизации и их доказательство.
---

2. Классическая задача на условный экстремум. Функция Лагранжа. Теорема о
---

необходимом условии оптимальности первого порядка.
3. Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры. Внутренние операции в классе выпуклых функций.
4. Выпуклая задача оптимизации и ее основные свойства.
5. Дифференциальные критерии выпуклости.
6. Сильно выпуклые функции и критерии сильной выпуклости.
7. Необходимые условия оптимальности в терминах направлений. Дифференциальное условие оптимальности в задаче минимизации функции на выпуклом множестве.
8. Конкретизация дифференциального условия оптимальности в задаче минимизации функции на выпуклом множестве для случаев, когда допустимое множество является гиперпараллелепипедом и неотрицательным октантом.
9. Теорема существования и единственности решения выпуклой задачи с сильно выпуклой целевой функцией.
10. Проекция точки на множество. Теорема о разделяющей гиперплоскости.
11. Понятие проекции точки на множество. Теорема об опорной гиперплоскости и теорема отделимости.
12. Теорема Фана.

**5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-7:**

13. Задача математического программирования. Формулировка принципа Лагранжа. Доказательство достаточности условий оптимальности, определяемых принципом Лагранжа, для регулярной задачи выпуклого программирования.
14. Доказательство принципа Лагранжа.
15. Условия регулярности в задаче математического программирования.
16. Достаточные условия оптимальности в общей задаче математического программирования.
17. Вектор Куна - Таккера. Теорема существования вектора Куна- Таккера.
18. Двойственная задача оптимизации и основные теоремы теории двойственности.

19. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности.
20. Простейшая задача оптимального быстродействия.
21. Задача вариационного исчисления.
22. Понятие об оптимальных алгоритмах оптимизации.
23. Унимодальные функции. Оптимальный пассивный метод поиска минимума унимодальных функций.
24. Унимодальные функции. Метод Фибоначчи.
25. Метод золотого сечения.
26. Оптимальный пассивный метод поиска минимума липшицевых функций.
27. Точная нижняя миноранта для функций, удовлетворяющих условию Липшица. Свойства точной нижней миноранты.
28. Метод ломаных.
29. $Z_p$ -унимодальные функции. Применение метода Фибоначчи для поиска минимума $Z_p$ -унимодальных функций.
30. Метод кусочно-линейной аппроксимации.
31. Понятие о численных методах оптимизации функций многих переменных. Сходимость методов оптимизации. Условия остановки. Направление убывания и методы спуска.
32. Выбор длины шага в методах оптимизации. Адаптивный способ выбора шагового множителя. Базовое неравенство. Дробление шага.
33. Градиентный метод. Сходимость в случае невыпуклой минимизируемой функции. Овражный метод.
34. Оценка скорости сходимости градиентного метода в случае сильно выпуклой минимизируемой функции. Обсуждение метода.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Студент дал развернутый ответ на все вопросы и при этом

Оценка	Критерии оценивания
	продемонстрировал знание дополнительного материала.
отлично	Студент дал развернутый ответ на все вопросы.
очень хорошо	Студент дал ответ на все вопросы, возможно с незначительными недочетами.
хорошо	Студент ответил на большую часть вопросов с незначительными недочетами.
удовлетворительно	Студент ответил на большую часть вопросов с существенными недочетами.
неудовлетворительно	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач.
плохо	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

#### Вариант 1.

Задача 1. Найти решение задачи на условный экстремум:

$$x_1 x_2 x_3 \Rightarrow \min,$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1.$$

$$\text{Ответ: } X_1^* = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right), X_2^* = \left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), X_3^* = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right).$$

Задача 2. Показать, что функция  $Q(X) = [\varphi(X)]^2$  - выпуклая, если  $\varphi(X)$  выпукла и  $\varphi(X) \geq 0$ ,  $X \in D \subseteq R^n$ .

#### Вариант 2.

Задача 1. Найти глобальное решение и вектор множителей Лагранжа в следующей задаче математического программирования:

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 + 2)^2 \Rightarrow \min,$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq -8,$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12.$$

$$\text{Ответ: } X^* = (0, 4, 0), Y^* = (0, -2).$$

Задача 2. Проверить, что функция  $Q(X) = \ln \left( \sum_{i=1}^n e^{x_i} \right)$  выпукла на  $R^n$ .

### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-7:



**Вариант 1.**

Задача 1. Методом проекции градиента решить задачу

$$Q(X) = \frac{x_1^2}{2} + x_1 x_2 + \frac{x_2^2}{2} - x_1 - 4x_2 \Rightarrow \min,$$

$$0 \leq x_1 \leq 1,$$

$$0 \leq x_2 \leq 1,$$

с использованием метода наискорейшего спуска,  $X^0 = (0,0)$ . Ответ:  $X^* = (0,1)$ .

Задача 2. Решить задачу методом штрафов с использованием условий оптимальности и со значением параметра  $p = 2$ :

$$Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - 3x_1 - 2x_2 \Rightarrow \min,$$

$$x_1 + x_2 \leq 1.$$

$$\text{Ответ: } X^* = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right).$$

**Вариант 2.**

Задача 1. Сформулировать задачу безусловной оптимизации с двумя переменными и провести 4 итерации методом Нелдера-Мида, задав необходимые параметры метода.

Задача 2. Решить задачу методом штрафов с использованием условий оптимальности и со значением параметра  $p = 1$ :

$$Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - 3x_1 - 2x_2 \Rightarrow \min,$$

$$x_1 + x_2 \leq 1.$$

$$\text{Ответ: } X^* = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right).$$

7

**Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю).

**5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

1. Методы оптимизации унимодальных функций одной переменной.
2. Методы оптимизации многоэкстремальных функций одной переменной.

**5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам) для оценки сформированности компетенции ОПК-7:**

1. Численные методы решения задач безусловной оптимизации.
2. Численные методы решения задач с ограничениями.
3. Численные методы решения многоэкстремальных задач.

**Критерии оценивания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Код и результаты работы представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнены не все лабораторные работы или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, код работает некорректно, результаты работы не представлены преподавателю).

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков.	При решении стандартных задач не	Имеется минимальный набор	Продemonстрированы базовые	Продemonстрированы базовые	Продemonстрированы навыки	Продemonстрирован творческий

	Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	подход к решению нестандартных задач
--	--	--	--	---	---	--	--------------------------------------

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

Задача 1. Найти решение задачи на условный экстремум:

$$x_1 x_2 x_3 \Rightarrow \min,$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1.$$

$$\text{Ответ: } X_1^* = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right), X_2^* = \left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), X_3^* = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right).$$

Задача 2. Является ли функция  $Q(X) = [\varphi(X)]^2$  - выпуклой, если  $\varphi(X)$  выпукла и  $\varphi(X) \geq 0, X \in D \subset R^n$ ?

Ответ: является.

Задача 3. Найти глобальное решение и вектор множителей Лагранжа в следующей задаче математического программирования:

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 + 2)^2 \Rightarrow \min,$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq -8,$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 12.$$

$$\text{Ответ: } X^* = (0, 4, 0), Y^* = (0, -2).$$

Задача 4. Является ли функция  $Q(X) = \ln \left( \sum_{i=1}^n e^{x_i} \right)$  выпуклой на  $R^n$ ?

Ответ: является.

Задача 5. Решить задачу:

$$\sum_{j=1}^n x_j^4 \Rightarrow \max,$$

$$\sum_{j=1}^n x_j^2 \leq 1.$$

Ответ:

$$X^i(1) = (x_j^i(1)), x_j^i(1) = \begin{cases} 0, j \neq i, \\ 1, j = i, \end{cases}$$

$$X^i(2) = (x_j^i(2)), x_j^i(2) = \begin{cases} 0, j \neq i, \\ -1, j = i, \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n.$$

Задача 6. Пусть функция  $f(t)$  - непрерывная, монотонно неубывающая функция на

отрезке  $[a, b]$ . Является ли функция  $Q(x) = \int_a^x f(t) dt$  выпуклой на отрезке  $[a, b]$ ?

Ответ: является.

Задача 7. Для прямой задачи

$$(x_1 - 2)^2 + 3(x_2 - 2)^2 \Rightarrow \min,$$

$$x_1 + x_2 \leq 1,$$

построить двойственную, решить её, и по решению двойственной найти решение прямой задачи.

Ответ:  $X^* = \left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$ .

Задача 8. Является ли функция  $Q(X) = \sqrt{1 + x_1^2 + x_2^2}$  - выпуклой на  $R^2$ ?

Ответ: является.

Задача 9. Найти глобальный минимум в задаче:

$$Q(X) = \langle AX, X \rangle \Rightarrow \min$$

$$1 - \|X\|^2 = 0, X \in R^2,$$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 8 \end{pmatrix}.$$

Ответ:  $Q^* = 5, X^{1*} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right), X^{2*} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ .

Задача 10. Найти глобальный максимум в задаче:

$$Q(X) = \langle AX, X \rangle \Rightarrow \max$$

$$1 - \|X\|^2 = 0, X \in R^2,$$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 8 \end{pmatrix}.$$

Ответ:  $Q^* = 9, X^{1*} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right), X^{2*} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ .

Задача 11. Найти глобальный минимум в задаче:

$$Q(X) = \langle AX, X \rangle \Rightarrow \min$$

$$1 - \|X\|^2 = 0, X \in R^2,$$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ответ:  $Q^* = 2, X^{1*} = \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right), X^{2*} = \left(\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$ .

**5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-7**

Задача 1. Используя метод сопряженных градиентов, найти решение задачи:

$$Q(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2 \Rightarrow \min,$$

$$(x_1, x_2) \in R^2, X^0 = (0, 0).$$

$$\text{Ответ: } X^* = (3, 2).$$

Задача 2. Используя метод сопряженных градиентов, найти решение задачи:

$$Q(x_1, x_2) = x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2 \Rightarrow \min,$$

$$(x_1, x_2) \in R^2, X^0 = (0, 0).$$

$$\text{Ответ: } X^* = \left(\frac{14}{11}, \frac{6}{11}\right).$$

Задача 3. Используя метод сопряженных направлений нулевого порядка, найти решение задачи:

$$Q(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 \Rightarrow \min,$$

$$(x_1, x_2) \in R^2, X^0 = (1, 1).$$

$$\text{Ответ: } X^* = (0, 0).$$

Задача 4. Используя квазиньютоновский метод, найти решение задачи:

$$Q(x_1, x_2) = x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2 \Rightarrow \min,$$

$$(x_1, x_2) \in R^2, X^0 = (2, 1).$$

$$\text{Ответ: } X^* = (0, 0).$$

Задача 5. Используя квазиньютоновский метод, найти решение задачи:

$$Q(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 \Rightarrow \min,$$

$$(x_1, x_2) \in R^2, X^0 = (2, 1).$$

$$\text{Ответ: } X^* = (0, 0).$$

Задача 6. Решить задачу методом штрафов с использованием условий оптимальности и со значением параметра  $p = 2$ :

$$Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1 - 2x_2 \Rightarrow \min,$$

$$x_1 + x_2 \leq 1.$$

$$\text{Ответ: } X^* = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

Задача 7. Решить задачу методом штрафов с использованием условий оптимальности и со значением параметра  $p = 1$ :

$$Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1 - 2x_2 \Rightarrow \min,$$

$$x_1 + x_2 \leq 1.$$

$$\text{Ответ: } X^* = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

**Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы, возможно с незначительными неточностями в определении понятий, процессов и т.п. Студент работал на практических занятиях и выполнил все контрольные работы.
не зачтено	Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы, так и на наводящие вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий и не выполнил контрольные работы.

**5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

35. Метод Ньютона. Оценка скорости сходимости метода Ньютона. Метод Ньютона с регулировкой шага.
36. Квазиньютоновские методы.
37. Понятие сопряженных направлений и их свойства.
38. Метод сопряженных градиентов.
39. Метод сопряженных направлений нулевого порядка.
40. Методы нулевого порядка. Метод Хука-Дживса.
41. Методы нулевого порядка. Метод Нелдера-Мида.
42. Метод проекции градиента. Свойства проекции точки на множество. Условие оптимальности в терминах проекции.
43. Метод проекции градиента и его сходимость. Обсуждение метода.
44. Метод условного градиента. Описание метода.
45. Метод условного градиента. Теорема о сходимости. Обсуждение метода.
46. Реализация метода условного градиента в случае, когда допустимое множество-шар и координатный параллелепипед.
47. Конечный метод решения задач квадратичного программирования.

48. Метод линеаризации.
49. Метод параметризации целевой функции, его геометрическая интерпретация.

#### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-7

50. Метод параметризации целевой функции, теорема сходимости.
51. Метод штрафов. Определение штрафа. Штрафная функция. Лемма о поведении штрафной функции при стремлении штрафного параметра к нулю.
52. Метод штрафов. Приближенное решение вспомогательных задач. Примеры решения задач оптимизации методом штрафов.
53. Метод штрафов. Теорема сходимости.
54. Метод штрафов. Формулировка теоремы о скорости сходимости. Примеры решения задач оптимизации методом штрафов.
55. Метод штрафов. Формулировка теоремы о скорости сходимости. Условия регулярности. Связь с теоремой о скорости сходимости.
56. Простейший алгоритм метода штрафов. Пример, показывающий увеличение «овражности» линий уровня целевой функции вспомогательной задачи при стремлении штрафного параметра к нулю.
57. Методы решения многоэкстремальных задач.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Студент дал развернутый ответ на все вопросы и при этом продемонстрировал знание дополнительного материала.
отлично	Студент дал развернутый ответ на все вопросы.
очень хорошо	Студент дал ответ на все вопросы, возможно с незначительными недочетами.
хорошо	Студент ответил на большую часть вопросов с незначительными недочетами.
удовлетворительно	Студент ответил на большую часть вопросов с существенными недочетами.
неудовлетворительно	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и



Оценка	Критерии оценивания
	решении стандартных задач.
плохо	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Васильев Федор Павлович. Численные методы решения экстремальных задач : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Приклад. математика". - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1988. - 549 с. : ил. - ISBN 5-02-013796-0 (в пер.) : 1.60., 178 экз.
2. Карманов В. Г. Математическое программирование / Карманов В. Г. - 6-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 264 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0983-3., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=700549&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Методическая разработка по курсу "Системы принятия решений" : учебно-методическое пособие / А. Г. Коротченко, В. М. Сморякова, О. М. Кучина, Д. А. Малаховская ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Факультет вычислительной математики и кибернетики. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2010. - 30 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=849868&idb=0>.
2. Методические указания (сборник задач) по курсу "Системы принятия решений" : учебно-методическое пособие / А. Г. Коротченко, В. М. Сморякова, О. М. Кучина, Д. А. Малаховская ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Кафедра информатики и автоматизации научных исследований. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2010. - 20 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=877427&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Операционные системы семейства MicrosoftWindows, лицензия по подписке MicrosoftImagine.
2. Браузер Google Chrome, предоставляется бесплатно на условиях лицензионных соглашений на программное обеспечение с открытым исходным кодом
3. Среда разработки семейства MicrosoftVisualStudio, лицензия по подписке MicrosoftImagine

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Коротченко Анатолий Григорьевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Прилуцкий Михаил Хаимович, доктор технических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.