

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.
Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Эллиптические дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования
магистратура

Направление подготовки
01.04.01 Математика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная математика и приложения

Квалификация (степень)
магистр

Форма обучения
очная

Нижегород

2023

1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений
Б1.ДВ.01.01 Эллиптические дифференциальные уравнения

2. Планируемые результаты обучения

соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-5. Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	ПК-5.1. Знать специфику научных обзоров.	Знает методы нахождения, формулировки и решения актуальных и значимых проблем фундаментальной и прикладной математики, методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	Задача (практическое задание)
	ПК-5.2. Уметь составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию.	Умеет выделять значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики, методы обработки информации, полученной в результате эксперимента	Задача (практическое задание), контрольная работа
	ПК-5.3. Владеть способностью по составлению научных обзоров, рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований.	Владеет опытом применения методов нахождения, формулировки и решения актуальных и значимых проблем фундаментальной и прикладной математики, методов обработки информации, полученной в результате эксперимента	Задача (практическое задание)
ПК-6. Обладает навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования	ПК-6.1. Знать уровень подготовки и психологию обучающихся при организации учебного процесса.	Знает уровень подготовки при решении теоретических и прикладных задач	Задача (практическое задание), контрольная работа
	ПК-6.2. Уметь учитывать уровень подготовки и психологию обучающихся.	Умеет учитывать уровень подготовки для обработки информации, полученной в результате эксперимента	Задача (практическое задание)
	ПК 6.3. Владеть навыками преподавания математики и информатики в средней школе, средних специальных и высших учебных заведениях.	Владеет навыками применения методов нахождения, формулировки и решения актуальных и значимых проблем фундаментальной и прикладной математики, методов обработки информации, полученной в результате эксперимента	Задача (практическое задание), контрольная работа

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
контактная работа:	33
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	75
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего, час.	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них				Самостоятельная работа, час.
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Элементы теории гильбертовых пространств. Теорема Лакса-Мильграма. Вполне непрерывные операторы в гильбертовом пространстве, теорема Гильберта-Шмидта	11	2	2		4	7
2. Основные функциональные пространства и их свойства. Пространства С.Л.Соболева: определение, свойства, теорема о полноте	12	2	2		4	8
3. Основные краевые задачи для эллиптических уравнений дивергентного вида	12	2	2		4	8
4. Обобщенные решения задачи Дирихле для эллиптических уравнений дивергентного вида. Вариационная формулировка задачи	12	2	2		4	8
5. Обобщенные решения задачи Неймана для эллиптических уравнений дивергентного вида. Вариационная формулировка задачи	12	2	2		4	8
6. Обобщенные решения задачи Ньютона для эллиптических уравнений дивергентного вида. Вариационная формулировка задачи	12	2	2		4	8
7. Задачи на собственные значения и собственные функции для эллиптических уравнений дивергентного вида. Вариационная	12	2	2		4	8

формулировка задач						
8. Методы Ритца и Галеркина нахождения приближенных решений эллиптических уравнений дивергентного вида	12	1	1		2	10
9. Фундаментальное решение уравнения Лапласа и методы теории потенциала	12	1	1		2	10
Текущий контроль	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	108				33	75

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, монографиям и учебным пособиям, указанным в списке литературы, решении практических задач, ответах на вопросы контроля.

Самостоятельная работа студентов (выполнение домашних практических заданий, подготовка к зачету) обеспечивается основной и дополнительной литературой, а также доступными Интернет-ресурсами (см. раздел 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины). Указанные пособия содержат теоретический материал с иллюстрирующими примерами и упражнения для самостоятельного выполнения, достаточный для успешной подготовки к зачету.

Примеры практических заданий для самостоятельной работы

1. Сформулировать и обосновать обобщенную постановку задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
2. Сформулировать и обосновать обобщенную постановку задачи Неймана для уравнения Пуассона.
3. Сформулировать и обосновать основные свойства собственных значений и собственных функций краевых задач для уравнения Пуассона.
4. Фундаментальное решение уравнения Лапласа и функция Грина основных краевых задач.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Индикаторы компетенции	Оценка сформированности компетенций						
	не зачтено		зачтено				
Знания	отсутствие знаний материала	наличие грубых ошибок в основном материале	знание основного материала с рядом негрубых ошибок	знание основного материала с рядом заметных погрешностей	знание основного материала с незначительными погрешностями	знание основного материала без ошибок и погрешностей	знание основного и дополнительного материала без ошибок
Умения	полное отсутствие умений	недостаточно умений	умение использовать отдельные приемы при наличии существенных ошибок	умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок	умение использовать отдельные приемы	умение использовать приемы	умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе

Навыки	полное отсутствие навыков	отсутствие навыков	наличие минимальных навыков	посредственное владение навыками	достаточное владение навыками	хорошее владение навыками	всестороннее владение навыками
--------	---------------------------	--------------------	-----------------------------	----------------------------------	-------------------------------	---------------------------	--------------------------------

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, и контроля сформированности компетенций

Вопросы для контроля:

1. Пространства гладких и измеримых функций. Полнота функциональных пространств.
2. Понятие обобщенного дифференцирования. Пространства С.Л.Соболева и гильбертовы пространства дифференцируемых в обобщенном смысле функций.
3. Обобщенные формулировки и вариационные принципы для двухточечных краевых задач.
4. Обобщенные формулировки и вариационные методы решения краевых задач для уравнения Пуассона.
5. Применение метода Ритца для решения задач математической физики в вариационной форме.
6. Метод Ритца и метод конечных элементов. Получение разрешающих соотношений.
7. Основные понятия теории потенциала. Сведение краевых задач к интегральному уравнению.
8. Функции Грина для основных краевых задач.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. (14 экз.)
2. Ландис Е.М. Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов. – М.: Наука, 1971. Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Landis1971ru.djvu>
3. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. Олейник, О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. [Электронный ресурс] : учеб. пособие Электрон. дан. М.: Изд-во "Лаборатория знаний", 2015. 263 с. Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/70703>

6.2. Дополнительная литература

1. Михлин С.Г. Курс математической физики. – М.: Наука, 1968. . Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Mihlin1968ru.djvu>
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/TihonovSamarskij1977ru.djvu>
3. Положий Г.Н. Уравнения математической физики. М.: Высшая школа. 1964. (21 экз.).

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика.

Автор А.В. Калинин

Рецензент

Заведующий кафедрой А.В.Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.