

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Практикум по алгебре

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

01.03.01 - Математика

---

Направленность образовательной программы

Математика (общий профиль)

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.36 Практикум по алгебре относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знать методы поиска, критического анализа и синтеза информации, основы системного подхода для решения поставленных задач. УК-1.2: Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. УК-1.3: Владеть основами критического анализа и синтеза информации, системного подхода для решения поставленных задач.	УК-1.1: Знать основные подходы и методы изучения алгебраических структур.  УК-1.2: Уметь работать с литературой по алгебре для применения системного подхода для решения поставленных задач.  УК-1.3: Владеть умением критического подхода анализируемой информации.	Контрольная работа	Зачёт: Контрольная работа
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать методы решения задач из области математических и естественных наук ОПК-1.2: Уметь применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. ОПК-1.3: Иметь навыки теоретического и экспериментального исследования объектов	ОПК-1.1: Знать об основных теоремах и разделах курса, их месте в научно-исследовательской и педагогической деятельности, в том числе базовые понятия и методы, используемые в дисциплине «Алгебра». На основе вышеперечисленного понимать методы решения задач из различных разделов математических и естественных наук.  ОПК-1.2: Уметь применять	Контрольная работа	Зачёт: Контрольная работа

	профессиональной деятельности в области математических и естественных наук.	теоретические знания для решения типовых задач изучения различных алгебраических структур.  ОПК-1.3: Владеть техникой доказательства математических утверждений и различными методами и способами отыскания решений стандартных задач алгебры.		
--	---	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>4</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>0</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>96</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>46</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Семестр 1.	0	0	0	0	0
1. Метод Гаусса.	3	0	2	2	1
2. Отображения множеств.	3	0	2	2	1

3. Аксиомы векторного пространства и простейшие следствия из них.	5	0	4	4	1
4. Фундаментальная система решений ОСЛУ.	3	0	2	2	1
5. Матрицы.	6	0	4	4	2
6. Перестановки и подстановки.	6	0	4	4	2
7. Определители и их свойства.	6	0	4	4	2
8. Применение теории определителей.	4	0	2	2	2
9. Основные алгебраические структуры.	6	0	4	4	2
10. Поле комплексных чисел и его определяющие свойства.	6	0	4	4	2
11. Кольца многочленов от одной переменной и его определяющие свойства.	6	0	4	4	2
12. Теория делимости в коммутативных областях целостности.	6	0	4	4	2
13. Локализация корней.	4	0	2	2	2
14. Поле рациональных дробей от одной переменной.	4	0	2	2	2
15. Кольцо многочленов от $n$ переменных над полем.	7	0	4	4	3
Семестр 2.	0	0	0	0	0
1. Векторное (линейное) пространство.	11	0	8	8	3
2. Линейные отображения (операторы), действия с ними, их матрицы.	15	0	12	12	3
3. Билинейные и квадратичные формы.	9	0	6	6	3
4. Евклидово (унитарное) пространство.	9	0	6	6	3
5. Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств.	13	0	10	10	3
6. Тензоры.	10	0	6	6	4
Аттестация	0				
КСР	2			2	
Итого	144	0	96	98	46

### Содержание разделов и тем дисциплины

#### Семестр 1.

1. Метод Гаусса. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛУ) методом Гаусса. Критерий совместности, несовместности, определенности, неопределенности СЛУ по ступенчатому виду.
2. Отображения множеств. Инъективные, сюръективные, биективные отображения. Ассоциативность произведения отображений. Характеризация инъективных, сюръективных, биективных отображений в терминах произведения отображений.
3. Аксиомы векторного пространства и простейшие следствия из них. Линейная зависимость (независимость) систем векторов. Свойства линейной зависимости. Базис системы векторов. Координаты вектора в базисе. Ранг системы векторов и его свойства.
4. Фундаментальная система решений ОСЛУ. Критерий совместности, несовместности, определенности, неопределенности СЛУ в терминах рангов (теорема Кронекера-Капелли). Связь между решениями СЛУ и ассоциированной ОСЛУ.
5. Матрицы. Алгебраические операции над матрицами. Свойства матричных операций. Обратная матрица, алгоритм ее нахождения. Элементарные матрицы.
6. Перестановки и подстановки. Свойства умножения подстановок. Циклы. Знак перестановки и подстановки. Разложение подстановок в произведение транспозиций.
7. Определители и их свойства. Метод вычисления определителей приведением к треугольному виду. Разложение определителя по строке (столбцу).
8. Применение теории определителей. Вычисление обратной матрицы, метод Крамера решения

квадратных СЛУ. Теорема о ранге матрицы в терминах определителей. Метод окаймляющих миноров.

9. Основные алгебраические структуры. Группы, кольца, поля. Кольца вычетов.

10. Поле комплексных чисел и его определяющие свойства. Модель поля комплексных чисел, геометрическая интерпретация. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа, операции. Степень и извлечение корня из комплексного числа. Группа корней из единицы.

11. Кольца многочленов от одной переменной и его определяющие свойства. Свойства операций над многочленами. Задача о полиномиальной интерполяции. Интерполяционная формула Лагранжа. Теорема о делении с остатком. Теорема Безу. Корни многочлена и их кратности. Производная, определение кратности корня с использованием производной. Теорема Тейлора.

12. Теория делимости в коммутативных областях целостности. Наибольший общий делитель. Евклидовы кольца. Неприводимые многочлены над полем действительных чисел и полем комплексных чисел.

13. Локализация корней: теорема Штурма.

14. Поле рациональных дробей от одной переменной с коэффициентами из поля. Разложение рациональной дроби на простейшие.

15. Кольцо многочленов от  $n$  переменных над полем. Полиномиальные функции. Симметрические многочлены. Теорема Виета.

Семестр 2.

1. Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость, базис, размерность. Подпространства, сумма и пересечение подпространств, прямая сумма. Координаты, матрица перехода от одного базиса к другому.

2. Линейные отображения (операторы), действия с ними, их матрицы. Ядро, образ, ранг, дефект линейного отображения. Инвариантные подпространства. Собственные числа и векторы. Характеристический и минимальный многочлен оператора (матрицы). Жорданова форма линейного оператора (матрицы).

3. Билинейные и квадратичные формы. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Методы Лагранжа и Якоби приведения симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы.

4. Евклидово (унитарное) пространство. Скалярное произведение, свойства. Ортогональные векторы. Ортонормированные базисы и ортогональные матрицы. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. Ортогональное дополнение подпространства.

5. Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств. Соответствие между линейными операторами и билинейными формами в евклидовом пространстве. Сопряженный оператор. Свойства. Матрица сопряженного оператора. Инвариантные подпространства относительно сопряженного. Самосопряженные (эрмитовы) операторы и их свойства. Спектр самосопряженного оператора. Приведение квадратичной формы к главным осям. Пары форм. Ортогональные (унитарные) операторы, их свойства, эквивалентные определения. Матрица ортогонального оператора, свойства собственных чисел и собственных векторов ортогонального оператора. Канонический вид ортогонального (унитарного) оператора.

6. Тензоры. Сопряженное векторное пространство, двойственный базис. Определение тензора, координаты тензора. Операции над тензорами.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "«Алгебра 1 курс (математика, ФММ, МиММ)», «Алгебра 2 курс (математика)»" (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4485> , <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4486>).

- открытый онлайн-курс МООС "-" (-).

Иные учебно-методические материалы: -

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Тестовые задачи.

№1. Найдите матрицу  $X$ , если известно, что:

$$X * \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 34 \\ 33 & 77 \end{pmatrix}$$

Ответы:

$$+; \quad X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \quad -; \quad X = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$-; \quad X = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad -; \quad X = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

№2. Произведение матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 6 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$  на транспонированную по отношению к ней матрицу равно:

$$+; \quad \begin{pmatrix} 101 & 43 \\ 43 & 29 \end{pmatrix} \quad -; \quad \begin{pmatrix} 130 & 43 \\ 43 & 72 \end{pmatrix}$$

$$-; \quad \begin{pmatrix} 43 & 101 \\ 43 & 29 \end{pmatrix} \quad -; \quad \begin{pmatrix} 43 & 29 \\ 101 & 43 \end{pmatrix}$$

№3. Найдите  $x$ ,  $y$  и  $z$ , если известно, что определитель матрицы  $\begin{pmatrix} x-1 & 2 & 4 \\ y-2 & 3 & 1 \\ z+6 & -2 & 3 \end{pmatrix}$  равен -25,

определитель матрицы  $\begin{pmatrix} -2 & x+1 & 5 \\ 1 & y & -3 \\ 4 & z+6 & 2 \end{pmatrix}$  равен -71, и определитель

матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & x \\ -5 & -1 & y-2 \\ 4 & 5 & z+2 \end{pmatrix}$  равен -45:

+:  $x = 2, y = 1, z = -1$  -:  $x = -1, y = 2, z = 1$

-:  $x = 1, y = -1, z = 2$  -:  $x = 2, y = -1, z = 1$

№4. В линейном пространстве  $K_3[x]$  многочленов переменной  $x$  степени не выше третьей элемент  $x^2 + 7x + 9x^3 + 3$  имеет в базисе  $1, x, x^2, x^3$  координаты:

- 3, 7, 1, 9
- 4, 0, 6, 8
- 2, 1, 8, 5
- 4, 2, 1, 9

№5. В линейном арифметическом пространстве система векторов  $e_1 = (1, 0, \dots, 0)$ ,  $e_2 = (0, 1, 0, \dots, 0)$ , ...,  $e_n = (0, 0, \dots, 1)$  является:

- линейно независимой
- линейно зависимой
- линейной
- независимой

№6. Два вектора в евклидовом пространстве ортогональны, если их скалярное произведение равно:

- 1
- 2
- 3
- 0

**5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

**Семестр 1.**

1) Вычислить  $\sqrt[3]{\frac{(1+i)^8(-\sqrt{3}+i)^6}{(-1-i)^3}}$

2) Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

3) Найти наибольший общий делитель многочленов



$$f = x^5 + x^4 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1$$

$$g = x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1$$

- 4) Вычислить  $2A^{-1} - BA - 3E$ , где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 5) Отделить кратные множители многочлена

$$f = x^5 - 10x^3 - 20x^2 - 15x - 4$$

- 6) Пользуясь схемой Горнера разделить  $f = x^4 + 2ix^3 - x^2 - 3x + 7 + i$  с остатком на  $x+i$  и вычислить  $f(-i)$ .

- 7) Исследовать систему на совместность в зависимости от значения параметра  $\lambda$  и найти общее решение системы

$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ -12x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -6 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ \lambda x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$

- 8) Исследовать систему на совместность в зависимости от значения параметра  $\lambda$  и найти общее решение системы

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 5 \\ x_1 - 6x_2 - 9x_3 - 20x_4 = -11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 + \lambda x_4 = 2 \end{cases}$$

- 9) Разложить многочлен  $f = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$  по степеням  $x-2$ . Определить кратность корня  $x_0 = 2$ .

- 10) Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -5 & -7 & -2 & 2 & -2 & 16 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 6 & 4 & 6 & -1 & 15 & -5 \\ 5 & -4 & 10 & 1 & 14 & 6 \\ 3 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

11) Методом Штурма отделить корни полинома

$$f = x^5 - 5x^3 - 10x^2 + 2$$

12) Исследовать совместность, найти общее решение и частное решение системы уравнений.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 3 \\ 7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 4 \end{cases}$$

13) Вычислить определитель

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & - & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & - & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & 0 & - & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & - & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

14) Вычислить определитель

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 3 & 4 & 4 & - & - & 4 \\ 4 & 3 & 4 & - & - & 4 \\ 4 & 4 & 3 & - & - & 4 \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ 4 & 4 & 4 & - & - & 3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$$

15) Найти общее решение и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

16) Вычислить  $\sqrt[4]{\frac{(1-i)^4(-1+i\sqrt{3})^{12}}{i^{11}}}$

17) Найти обратную матрицу для

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

18) Найти обратную матрицу для

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

19) Найти общее решение и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 7x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - 11x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 2x_4 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

20) Методом окаймляющих миноров найти ранг матрицы

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 & 5 & -1 & -4 \\ 1 & 6 & -11 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -7 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

21) Разложить многочлен  $f = x^5 - 1$  на неприводимые множители над  $\mathbb{C}$  и над  $\mathbb{R}$ .

22) Найти максимальную линейно независимую подсистему системы векторов

$$\begin{aligned} &(7, 2, -9, 3, -19) \\ &(2, 3, -5, 1, -8) \\ &(3, 1, -4, 5, -12) \\ &(-2, -1, 3, -2, 7) \end{aligned}$$

23) Методом Штурма отделить корни многочлена  $f = x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$ .

24) Найти значения многочлена  $f = x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$  и всех его производных в точке  $x = -2$ .

25) Найти общее решение и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 8x_5 = 0 \\ 4x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 - 9x_2 - 3x_3 - 5x_4 - 14x_5 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

26) Решить уравнение  $X \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & -5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

## Семестр 2.

1. Найти матрицу перехода от базиса  $v_1=(1, 1, 1)$ ,  $v_2=(1, 1, 0)$ ,  $v_3=(-1, 0, -1)$  к базису  $u_1=(1, 2, 0)$ ,  $u_2=(2, 2, 1)$ ,  $u_3=(2, 1, 2)$ .
2. Найти базисы суммы и пересечения линейных оболочек систем векторов  $\langle(1,1,1,1),(-1,-2,0,1)\rangle$  и  $\langle(-1,-1,1,0),(2,2,0,1)\rangle$ .
3. Выяснить является преобразование пространства  $R^3$  линейным и если да, то найти его матрицу в базисе  $e_1=(1,1,1)$ ,  $e_2=(-1,1,1)$ ,  $e_3=(1,2,3)$ :  
А)  $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 - x_2, x_1 + x_3, x_2 - x_3)$ .  
Б)  $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_2, x_1 x_2, x_3)$ .
4. Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы  $v_1=(1, 0, 1)$ ,  $v_2=(0, 1, 1)$ ,  $v_3=(1, 1, 0)$  в векторы  $u_1=(4, 4, 5)$ ,  $u_2=(5, 3, 4)$ ,  $u_3=(3, 5, 3)$ , соответственно.
5. Линейный оператор  $F$  задан в базисе  $\{v_1=(1, 1, 0), v_2=(0, 1, 1), v_3=(1, 0, 1)\}$ :  
 $F(a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3) = 2a_1 v_1 + 2a_2 v_2 - 2a_3 v_3$ , где  $a_1, a_2, a_3$  – координаты вектора в базисе  $\{v_1, v_2, v_3\}$ .  
Найти матрицу оператора  $F$  в базисе  $\{u_1, u_2, u_3\}$  и значение оператора  $F$  на векторе  $u = u_1 + 2u_2 + u_3$ , где  $u_1=(1, 1, 1)$ ,  $u_2=(0, 1, 1)$ ,  $u_3=(0, 0, 1)$ .
6. Матрица оператора  $\varphi$  в базисе  $a_1=(1, 1)$ ,  $a_2=(1, 0)$  равна  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  
матрица оператора  $\psi$  в базисе  $b_1=(-1, -1)$ ,  $b_2=(1, 2)$  равна  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .  
Найти матрицу оператора  $\varphi + \psi$  в базисе  $\{b_1, b_2\}$ .
7. Найти базис ядра и образа оператора, заданного в стандартном базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

8. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора заданного

матрицей  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

9. Является ли диагонализируемым линейный оператор над  $R$ , заданный в стандартном

базисе матрицей  $\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

10. Найти жорданову форму матрицы  $\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

11. Найти нормальный вид в области вещественных чисел и невырожденное преобразование, приводящее к этому виду, для квадратичной формы

$$f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

12. Найти канонический вид и ортогональное преобразование, приводящее  $f$  к каноническому виду (приведение к главным осям),

$$f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

13. Процессом ортогонализации Грама-Шмидта построить ортонормированный базис линейной оболочки системы векторов  $u_1 = (1, 2, -1)$ ,  $u_2 = (0, 3, -2)$ ,  $u_3 = (2, 1, 0)$ .

14. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора  $x = (3, 1, 2)$  на линейное подпространство  $L$ , натянутое на векторы:  $v_1 = (1, 2, -1)$ ,  $v_2 = (2, -2, 1)$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Решены все задачи. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками.
не зачтено	Не решено большинство задач.

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				

ения компет							
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».

	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1

Тестовые задачи, аналогичные задачам на контрольных.

#### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задачи, аналогичные задачам из контрольных работ.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Решены все задачи. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками.
не зачтено	Не решено большинство задач.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Проскуряков Игорь Владимирович. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие. - Изд. 13-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2010. - 480 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература) (Классические задачки и практикумы). - ISBN 978-5-8114-0707-1 : 537.68., 21 экз.
2. Сборник задач по алгебре / под ред. А. И. Кострикина. - М. : Факториал, 1995. - 454 с. - ISBN 5-88688-001-1 : 25.00., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Курош Александр Геннадьевич. Курс высшей алгебры : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика". - Изд. 14-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2005. - 432 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). -



ISBN 5-8114-0521-9 : 246.00., 6 экз.

2. Кострикин Алексей Иванович. Введение в алгебру : учеб. для студентов ун-тов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Прикладная математика". - Изд. 3-е. - М. : Физматлит, 2004. - (Классический университетский учебник : осн. в 2002 г. / МГУ им. М. В. Ломоносова ; ред. совет: В. А. Садовничий (пред.) [и др.]). - На обл. кн.: Посвящена 250-летию МГУ им. М. В. Ломоносова. Введение в алгебру . Ч. 2. Линейная алгебра. - 2004. - Изд. 3-е. - 368 с. - ISBN 5-9221-0488-8 : 157.00., 2 экз.

3. Фаддеев Д. К. Задачи по высшей алгебре : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по мат. специальностям. - Изд. 16-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2007. - 288 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Классические задачки и практикумы). - ISBN 978-5-8114-0427-8 : 273.90., 4 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Автор(ы): Любимцев Олег Владимирович, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.