

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Дифференциальные уравнения

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

---

Направленность образовательной программы

Инженерия программного обеспечения

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.09 Дифференциальные уравнения относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции<br>(код, содержание компетенции)   | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции   |   | Наименование оценочного средства   |   |
|--|---|---|------------------------------------|---|
|  | Индикатор достижения компетенции<br>(код, содержание индикатора)  | Результаты обучения по дисциплине   | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации                          |
| УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации<br>УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности<br>УК-1.3: Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов | УК-1.1:<br>Знает:<br>– методы, основанные на сборе, анализе и интерпретации научных данных;<br>– основные понятия, аналитические и численные методы, изучаемые в дисциплине.<br><br>УК-1.2:<br>Умеет:<br>– интерпретировать новую информацию в предметной области;<br>– доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения;<br><br>УК-1.3:<br>Владеет:<br>– терминологией предметной области;<br>– навыками поиска информации в рамках предметной области в сети Интернет и других источниках;<br>– основными приемами проведения математических доказательств | Собеседование                      | Зачёт:<br>Тест<br><br>Экзамен:<br>Контрольные вопросы |
| ОПК-1: Способен  | ОПК-1.1: Знает основные   | ОПК-1.1:  | Аудиторная                         |   |

|   |  |   |                           |   |
|---|--|---|---------------------------|---|
| <p>применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p> | <p>положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию</p> <p>ОПК-1.2: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты</p> <p>ОПК-1.3: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности</p> | <p>Знает</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– общую теорию дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений (существование и единственность решения задачи Коши, непрерывная зависимость от начальных условий и параметров, дифференцируемость по начальным условиям и параметрам;</li> <li>– теорию линейных дифференциальных уравнений и систем уравнений;</li> <li>– типы и методы решения интегрируемых нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков;</li> <li>– теорию интегралов нормальных систем дифференциальных уравнений;</li> <li>– теорию устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем уравнений;</li> <li>– определение и этапы построения математической модели динамической системы;</li> <li>– качественно-численные методы построения параметрических и фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка</li> </ul> <p>ОПК-1.2:</p> <p>Умеет</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– находить общее решение и решение задачи Коши интегрируемых дифференциальных уравнений 1-го порядка (с разделяющимися</li> </ul> | <p>контрольная работа</p> | <p>Зачёт:<br/>Контрольная работа</p> <p>Экзамен:<br/>Задачи</p> |
|---|--|---|---------------------------|---|

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  | <p>переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах и приводимые к ним, не разрешенные относительно производной);</p> <p>– находить общее решение и решение задачи Коши линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами;</p> <p>– находить общее решение и решение задачи Коши линейных дифференциальных уравнений высших порядков с переменными коэффициентами;</p> <p>– находить общее решение и решение задачи Коши линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами;</p> <p>– находить общее решение и решение задачи Коши нелинейных дифференциальных уравнений высших порядков и нелинейных систем уравнений;</p> <p>– находить состояния равновесия автономных динамических систем второго порядка, исследовать их тип и характер устойчивости по первому приближению, строить фазовый портрет аналитическими и качественно-численными методами;</p> <p>– строить и исследовать математические модели несложных динамических систем в форме</p> |  |  |
|--|--|--|--|--|

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  | дифференциальных уравнений ;<br><br>ОПК-1.3:<br>Владеет<br>– навыками решения основных типов дифференциальных уравнений и систем<br>– навыками построения и исследования математических моделей в форме дифференциальных уравнений;<br>– навыками интерпретации результатов исследования динамических систем в форме дифференциальных уравнений. |  |  |
|--|--|--|--|--|

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

|  |                                    |
|--|------------------------------------|
|  | <b>очная</b>                       |
| <b>Общая трудоемкость, з.е.</b>  | <b>7</b>                           |
| <b>Часов по учебному плану</b>   | <b>252</b>                         |
| в том числе  |                                    |
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>                           |                                    |
| - занятия лекционного типа   | <b>48</b>                          |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | <b>64</b>                          |
| - КСР  | <b>3</b>                           |
| <b>самостоятельная работа</b>  | <b>101</b>                         |
| <b>Промежуточная аттестация</b>  | <b>36</b><br><b>Экзамен, Зачёт</b> |

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего<br>(часы) | в том числе  |  |             |   |
|--|-----------------|--|--|-------------|---|
|  |                 | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них |  |             | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|  |                 | Занятия лекционного типа   | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего       |   |
|  |                 | о<br>ф<br>о  | о<br>ф<br>о  | о<br>ф<br>о | о<br>ф<br>о                               |

|  |     |    |    |     |     |
|--|-----|----|----|-----|-----|
| Тема 1 Понятие о дифференциальном уравнении. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений | 14  | 4  | 4  | 8   | 6   |
| Тема 2 Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной  | 45  | 14 | 14 | 28  | 17  |
| Тема 3 Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной   | 14  | 4  | 4  | 8   | 6   |
| Тема 4 Дифференциальные уравнения высших порядков  | 14  | 4  | 4  | 8   | 6   |
| Тема 5 Линейные уравнения высших порядков  | 20  | 6  | 6  | 12  | 8   |
| Тема 6 Понятие о системах обыкновенных дифференциальных уравнений  | 8   | 2  | 2  | 4   | 4   |
| Тема 7 Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами  | 32  | 4  | 10 | 14  | 18  |
| Тема 8 Устойчивость решений дифференциальных уравнений   | 12  | 2  | 4  | 6   | 6   |
| Тема 9 Фазовые портреты автономных динамических систем второго порядка   | 36  | 4  | 12 | 16  | 20  |
| Тема 10 Теория интегралов нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений   | 18  | 4  | 4  | 8   | 10  |
| Аттестация   | 36  |    |    |     |     |
| КСР  | 3   |    |    | 3   |     |
| Итого  | 252 | 48 | 64 | 115 | 101 |

### Содержание разделов и тем дисциплины

3 семестр:

Тема 1 Понятие о дифференциальном уравнении. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений: Обыкновенное дифференциальное уравнение. Дифференциальное уравнение в частных производных. Порядок уравнения. Системы дифференциальных уравнений. Задачи анализа и геометрии, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 2 Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной: Общее, частное, особое решение. Общий интеграл. Задача Коши. Поле направлений. Метод изоклин. Интегрируемые типы уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной (уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах и приводимые к ним). Существование и общие свойства решений уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной (существование и единственность решения задачи Коши, продолжаемые и непродолжаемые решения, степень гладкости решений, непрерывная зависимость решений от начальных условий и параметров, дифференцируемость решений по начальным условиям и параметрам).

Тема 3 Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной: Поле направлений. Общее, частное, особое решение. Задача Коши. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Тема 4 Дифференциальные уравнения высших порядков: Общее, частное решение. Задача Коши. Типы уравнений, интегрируемые в квадратурах. Типы уравнений, допускающие понижение порядка.

Тема 5 Линейные уравнения высших порядков: Фундаментальная система решений. Общее решение линейного однородного уравнения. Общее решение линейного неоднородного уравнения. Отыскание частного решения линейного неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.

Метод Коши. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера построения фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения линейного неоднородного уравнения. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Уравнение Эйлера.

4 семестр:

Тема 6 Понятие о системах обыкновенных дифференциальных уравнений: Каноническая система дифференциальных уравнений. Система в нормальной форме. Порядок системы. Каноническая и нормальная

системы. Решение. Общее решение. Частное решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Тема 7 Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

Фундаментальная система решений. Общее решение линейной однородной системы. Метод Эйлера построения фундаментальной системы решений. Общее решение линейной неоднородной системы. Отыскание частного решения линейной неоднородной системы. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов. Метод комплексных амплитуд. Принцип суперпозиции.

Тема 8 Устойчивость решений дифференциальных уравнений: Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Исследование устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса-Гурвица. Исследование устойчивости с помощью функции Ляпунова.

Тема 9 Фазовые портреты автономных динамических систем второго порядка: Автономные и неавтономные системы. Автономная система второго порядка и ее фазовое пространство. Состояния равновесия, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет. Качественно-численные методы построения фазовых портретов автономных динамических систем второго порядка.

Тема 10 Теория интегралов нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений: Общий интеграл. Первый интеграл. Понижение порядка системы с помощью независимых первых интегралов. Решение задачи Коши при наличии общего интеграла.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

1. Губина Е.В., Кадина Е.Ю., Киселева Н.В., Осипов Г.В. Практикум по дисциплине "Дифференциальные уравнения" (1-я часть). Учебно-методическое пособие.

[http://www.unn.ru/books/met\\_files/DU%20II%20\(I\).doc](http://www.unn.ru/books/met_files/DU%20II%20(I).doc)

2. Нелинейные дифференциальные уравнения высших порядков : учебно-методическое пособие / Н. В. Киселева ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2019. - 32 с. - Текст : электронный.

<http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=794850&idb=0>

3. Киселева Н.В. Компьютерный комплекс по качественной теории дифференциальных уравнений для поддержки самостоятельной работы обучающихся // Международный электронный журнал «Образовательные технологии и общество (Educational Technology & Society)». № 1. Т. 21. 2018. С. 423-434.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

## **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

1. Дифференциальные уравнения (ДУ) 1 порядка, разрешенные относительно производной. Решение. Общее решение, частное решение. Общий интеграл. Задача Коши.
2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной.
3. Теорема о продолжении решения задачи Коши.
4. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от параметров.
5. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных условий.
6. Степень гладкости решения задачи Коши.
7. Дифференцируемость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам.
8. Особые решения ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Способы их отыскания.
9. Линейные ДУ 1 порядка. Теорема о структуре общего решения.
10. ДУ 1 порядка в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие.
11. Теорема о числе интегрирующих множителей ДУ 1 порядка.
12. ДУ 1 порядка, не разрешенные относительно производной. Решение. Общее решение, частное решение. Общий интеграл. Поле направлений. Постановка задачи Коши.
13. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной.
14. Особые решения ДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной. Способы отыскания. Дискриминантная кривая. Огибающая семейства интегральных кривых.
15. ДУ высших порядков. Общее решение. Общий интеграл. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
16. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Однородные и неоднородные уравнения. Свойства решений линейных однородных уравнений.
17. Линейные однородные ДУ  $n$ -го порядка. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема об общем решении линейного однородного ДУ.
18. Линейные неоднородные ДУ  $n$ -го порядка. Теорема о структуре общего решения. Свойства решений. Принцип суперпозиции.



19. Системы обыкновенных ДУ. Порядок системы. Каноническая и нормальная системы. Решение. Общее решение. Частное решение. Задача Коши.
20. Системы ДУ в нормальной форме. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
21. Линейные системы ДУ в нормальной форме. Однородные и неоднородные системы. Свойства решений линейной однородной системы.
22. Линейные однородные системы ДУ в нормальной форме. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема об общем решении.
23. Линейные неоднородные системы ДУ. Теорема о структуре общего решения. Свойства решений. Принцип суперпозиции.
24. Интеграл, первый интеграл, общий интеграл нормальной системы ДУ.
25. Необходимое и достаточное условие первого интеграла нормальной системы ДУ.
26. Независимость первых интегралов нормальной системы ДУ. Теоремы о числе первых интегралов нормальной системы ДУ и о числе независимых первых интегралов.
27. Устойчивость решений динамических систем. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса – Гурвица.
28. Автономные и неавтономные динамические системы 2-го порядка. Фазовое пространство. Фазовая траектория.
29. Состояния равновесия автономной динамической системы, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)**

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | Ответы на вопросы верные или с незначительными погрешностями |
| не зачтено | Ответы на вопросы с грубыми ошибками                         |

### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

## Контрольная работа №1.

### Задание 1:

Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0, \quad y(2) = 0.$$

Построить интегральные кривые уравнения методом изоклин.

### Задание 2

Найти общее решение уравнения, приведя его к линейному дифференциальному уравнению

$$xy^2y' - x^2 - y^3 = 0.$$

### Задание 3

Найти общее решение уравнения, приведя его к уравнению в полных дифференциалах

$$(xy^2 + y)dx - xdy = 0.$$

### Задание 4:

Найти общее решение уравнения

$$xy' = y + y'(1 + y')$$

и выделить интегральные кривые, проходящие через точки  $(0,0)$ ,  $(1,1)$ ,  $(1,0)$ .

### Задание 5:

Найти кривые, у которых отношение отрезка, отсекаемого касательной на оси  $OY$ , к отрезку, отсекаемому нормалью на оси  $OX$ , есть величина постоянная, равная  $a$ .

### Контрольная работа №3.

#### Задание 1:

Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x-y}{y} \end{cases}$$

#### Задание 2:

Найти общее решение системы и решение задачи Коши

$$\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{x+z} = \frac{dz}{x+y}, \quad y(0) = 1, z(0) = 0.$$

#### Задание 3:

Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \sin t \end{cases}$$

#### Задание 4:

Найти общее решение системы и решение задачи Коши

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5 \sin t \end{cases}, \quad x(0) = 0, y(0) = 1$$

#### Задание 5:

Материальная точка  $M$  единичной массы движется на плоскости  $xOy$ , притягиваясь точкой  $O(0,0)$  с силой, пропорциональной расстоянию между точками  $M$  и  $O$  с коэффициентом пропорциональности  $k^2 = 4$ . Найти закон изменения координат точки  $M$  в зависимости от времени, если  $x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$ , и траекторию движения.

## Контрольная работа №4.

### Задание 1:

Исследовать устойчивость нулевого решения уравнения

$$y'''+11y''+5y'+61y=0$$

### Задание 2:

Исследовать устойчивость нулевого решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = e^x - 9y - 1 + x^4 \\ \dot{y} = x + \sin y + y^6 \end{cases}$$

### Задание 3:

Написать условие асимптотической устойчивости нулевого решения уравнения

$$y^{(n)} + y^{(n-1)} + ay'' + y' + by = 0$$

### Задание 4:

Найти состояния равновесия системы, определить их тип и характер устойчивости, построить фазовый портрет

$$\begin{cases} \dot{x} = (x-1)(y-1) \\ \dot{y} = xy - 2 \end{cases}$$

### Задание 5:

Найти особые точки уравнения, определить их тип и характер устойчивости, построить интегральные кривые

$$y' = \frac{x^2 + y^2 - 2}{x - y}$$

## Контрольная работа №5.

Дана автономная система 
$$\begin{cases} \dot{x} = (x+y)^2 - a \\ \dot{y} = -y^2 - ax + b \end{cases}$$

Качественно – численными методами найти состояния равновесия и исследовать их тип и характер устойчивости. На плоскости параметров построить области их существования и устойчивости. Для каждой области построить фазовый портрет.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа)

| Оценка     | Критерии оценивания   |
|------------|---|
| зачтено    | Решения задач без существенных ошибок                       |
| не зачтено | Задачи не решены или в решении задач допущены грубые ошибки |

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо   | неудовлетворительно  | удовлетворительно  | хорошо  | очень хорошо  | отлично   | превосходно  |
|--|---|--|--|---|---|---|--|
|  | не зачтено  |  | зачтено  |   |   |   |  |
| <u>Знания</u>  | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки                          | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок                               | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.  | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.   |
| <u>Умения</u>  | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа              | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u>  | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа                | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки  | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами                                      | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами   | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов  | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов  | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач  |

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка  |             | Уровень подготовки   |
|---------|-------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |

|                   |                            |  |
|-------------------|----------------------------|--|
|                   | <b>отлично</b>             | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».  |
|                   | <b>очень хорошо</b>        | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»  |
|                   | <b>хорошо</b>              | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».   |
|                   | <b>удовлетворительно</b>   | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| <b>не зачтено</b> | <b>неудовлетворительно</b> | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».   |
|                   | <b>плохо</b>               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»  |

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Тип - дистрибутивный вопрос.

Определить тип дифференциального уравнения  $x^2 y' + y^2 x = 1$ .

1. Однородное уравнение
2. Уравнение Бернулли
3. Уравнение в полных дифференциалах
1. Уравнение Клеро

2. Тип - альтернативный вопрос.

Может ли дифференциальное уравнение  $y' = \sqrt{x^2 - y} + x^3$  иметь особые решения?

1. Да
2. Нет

3. Тип - простой вопрос.

Дано дифференциальное уравнение  $x^2 - xy' + y = 0$ . Найти  $y(2)$ , если  $y(1)=0$

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

| Оценка     | Критерии оценивания             |
|------------|---------------------------------|
| зачтено    | не менее 60% правильных ответов |
| не зачтено | менее 60% правильных ответов    |

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Основные понятия о дифференциальных уравнениях (ДУ). Обыкновенные ДУ и ДУ в частных производных. Порядок ДУ. ДУ, разрешенные и неразрешенные относительно производной. Системы ДУ.
2. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных ДУ.
3. ДУ 1 порядка, разрешенные относительно производной. Решение. Общее решение, частное решение. Общий интеграл. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши.
4. Геометрическая интерпретация ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Поле направлений. Интегральная кривая. Геометрический смысл задачи Коши. Обыкновенные и особые точки.
5. Особые решения ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной. Способы их отыскания.
6. ДУ 1 порядка с разделяющимися переменными и приводимые к ним.
7. Однородные ДУ 1 порядка.
8. ДУ 1 порядка, приводимые к однородным.
9. Линейные ДУ 1 порядка. Структура общего решения. Метод вариации произвольной постоянной.
10. ДУ Бернулли и Риккати.
11. ДУ 1 порядка в полных дифференциалах.
12. Интегрирующий множитель ДУ 1 порядка. Способы его нахождения. Связь с особыми решениями.
13. Теорема о числе интегрирующих множителей ДУ 1 порядка.
14. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ДУ 1 порядка, разрешенного относительно производной.
15. Метод последовательных приближений Пикара решения задачи Коши для ДУ 1-го порядка.
16. Теорема о продолжении решения задачи Коши. Продолжаемые и непродолжаемые решения.
17. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от параметров.
18. Теорема о непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных условий.
19. Степень гладкости решения задачи Коши.
20. Дифференцируемость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам.
21. Уравнения 1 порядка, не разрешенные относительно производной. Решение. Общее решение, частное решение. Общий интеграл. Поле направлений. Задача Коши.

22. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной.
23. Особые решения ДУ 1 порядка, не разрешенного относительно производной. Способы отыскания. Дискриминантная кривая. Огибающая семейства интегральных кривых.
24. Методы интегрирования ДУ 1 порядка, не разрешенных относительно производной.
25. ДУ Лагранжа.
26. ДУ Клеро.
27. ДУ высших порядков. Общее решение. Общий интеграл. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
28. ДУ высших порядков, интегрируемые в квадратурах.
29. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.
30. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Однородные и неоднородные уравнения. Свойства решений линейных однородных уравнений.
31. Линейные ДУ  $n$ -го порядка. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема об общем решении линейного однородного ДУ.
32. Задача о построении линейного однородного ДУ по заданной ФСР.
33. Линейные однородные ДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера построения ФСР.
34. Линейные неоднородные ДУ  $n$ -го порядка. Теорема о структуре общего решения. Свойства решений. Принцип суперпозиции.
35. Линейные неоднородные ДУ  $n$ -го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных и метод Коши для отыскания частного решения.
36. Линейные неоднородные ДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью в виде квазиполинома. Метод неопределенных коэффициентов. Метод комплексных амплитуд.
37. Линейные однородные ДУ  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Приведение к ДУ с постоянными коэффициентами. Однородные ДУ Эйлера.
38. Понижение порядка линейного однородного ДУ  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами при помощи известного частного решения.
39. Способы поиска частного решения линейного неоднородного ДУ  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Неоднородное ДУ Эйлера.
40. Системы обыкновенных ДУ. Порядок системы. Каноническая и нормальная системы. Решение. Общее решение. Частное решение. Задача Коши.



41. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы ДУ.
42. Интеграл, первый интеграл, общий интеграл нормальной системы ДУ.
43. Необходимое и достаточное условие первого интеграла нормальной системы ДУ.
44. Независимость первых интегралов нормальной системы ДУ. Теоремы о числе первых интегралов нормальной системы ДУ и о числе независимых первых интегралов.
45. Понижение порядка нормальной системы ДУ с помощью независимых первых интегралов.
46. Линейные системы ДУ в нормальной форме. Однородные и неоднородные системы. Свойства решений однородной системы.
47. Линейные однородные системы ДУ в нормальной форме. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема об общем решении.
48. Линейные однородные системы ДУ с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера построения ФСР.
49. Линейные неоднородные системы ДУ. Теорема о структуре общего решения. Свойства решений. Принцип суперпозиции.
50. Линейные неоднородные системы ДУ. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных для отыскания частного решения.
51. Линейные неоднородные системы ДУ с постоянными коэффициентами и специальными правыми частями в виде квазиполинома. Метод неопределенных коэффициентов. Метод комплексных амплитуд.
52. Устойчивость решений динамических систем. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса – Гурвица.
53. Автономные и неавтономные динамические системы 2-го порядка. Фазовое пространство. Фазовая траектория.
54. Состояния равновесия автономной динамической системы 2-го порядка, их тип и характер устойчивости. Фазовый портрет.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

| Оценка       | Критерии оценивания  |
|--------------|--|
| превосходно  | Свободное владение основным и дополнительным материалом без погрешностей и ошибок. |
| отлично      | Свободное владение основным материалом без погрешностей и ошибок.                  |
| очень хорошо | Свободное владение основным материалом с незначительными погрешностями.            |

| Оценка              | Критерии оценивания  |
|---------------------|--|
| хорошо              | Достаточное владение основным материалом с несколькими негрубыми ошибками.   |
| удовлетворительно   | Минимально допустимое владение основным материалом с многими негрубыми ошибками.   |
| неудовлетворительно | Недостаточное владение основным материалом с грубыми ошибками.   |
| плохо               | Отсутствие владения основным материалом или невозможность оценить владение основным материалом вследствие отказа обучающегося от ответа. |

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### Контрольная работа №2.

##### Задание 1

Найти общее решение уравнения

$$yy'' = y'^2 + 15y^2\sqrt{x}$$

##### Задание 2

Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$y''' - 4y'' + 3y' = 4e^x + 130\sin 2x, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 2$$

##### Задание 3:

Найти общее решение уравнения

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$$

##### Задание 4:

Найти общее решение уравнения и решение задачи Коши

$$x^2 y'' - 3xy' + 3y = x^2 + 6, \quad y(1) = 0, y'(1) = 1$$

##### Задание 5

Электрическая цепь состоит из последовательно включенных источника постоянного тока, дающего напряжение  $V$ , сопротивления  $R$ , конденсатора емкости  $C$  и выключателя, который включается при  $t = 0$ . Конденсатор до замыкания цепи не заряжен. Найти силу тока в цепи при  $t > 0$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка     | Критерии оценивания   |
|------------|---|
| зачтено    | Решения задач без существенных ошибок                       |
| не зачтено | Задачи не решены или в решении задач допущены грубые ошибки |

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### Вариант 1.

- 1) Найти общее решение уравнения  $(2xy^2 - 3y^3)dx + (7 - 3xy^2)dy = 0$ .
- 2) Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y - \cos t \\ \dot{y} = -2x - y + \sin t + \cos t \end{cases}$$

#### Вариант 2.

- 1) Найти общее решение уравнения  $y(1 + \sqrt{x^2 y^4 + 1})dx + 2x dy = 0$ .
- 2) Найти общее решение уравнения  $y'' + y = \sin x \cos 3x$ .

#### Вариант 3.

- 1) Решить задачу Коши  $\frac{2x(1 - e^y)}{(1 + x^2)^2} dx + \frac{e^y}{1 + x^2} dy = 0, y(0) = 1$ .
- 2) Найти состояния равновесия системы 
$$\begin{cases} \dot{x} = e^y - e^{-x} \\ \dot{y} = \sqrt{3x + y^2} - 2 \end{cases}$$
 и исследовать их устойчивость.

#### Вариант 4.

- 1) Найти общее решение уравнения  $x^2 y'^2 + 3xyy' + 2y^2 = 0$ .
- 2) Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + e^t \\ \dot{y} = -2x + 2t \end{cases}$$

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка              | Критерии оценивания   |
|---------------------|---|
| превосходно         | Решены все задачи в полном объеме без недочетов, проявлен творческий подход к решению нестандартных задач           |
| отлично             | Решены все задачи в полном объеме без недочетов   |
| очень хорошо        | Решены все задачи в полном объеме с несущественными недочетами  |
| хорошо              | Решены все задачи в полном объеме с одной негрубой ошибкой  |
| удовлетворительно   | Решены все задачи в полном объеме с рядом негрубых ошибок или все задачи решаются без ошибок, но не в полном объеме |
| неудовлетворительно | Задачи решаются с грубыми ошибками и не в полном объеме   |
| плохо               | Задачи не решены  |

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

## Основная литература:

1. Эльсгольц Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник. - 5-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2002. - 320 с. - ISBN 5-354-00135-8 : 117.00., 68 экз.
2. Понтрягин Лев Семенович. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. для студентов мат. специальностей ун-тов. - М. : Наука, 1982. - 331 с. - 0.85., 141 экз.
3. Филиппов Алексей Федорович. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : Более 14000 задач с ответами : [учеб. пособие] . - Изд. 3-е. - М. : ЛИБРОКОМ, 2009. - 240 с. - ISBN 978-5-397-00658-3 : 270.00., 48 экз.
4. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2003. - 176 с. - (R&C Dynamics). - ISBN 5-93972-008-0 : 64.35., 201 экз.

## Дополнительная литература:

1. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Бибииков Ю. Н. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 304 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-1176-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799724&idb=0>.
2. Степанов Вячеслав Васильевич. Курс дифференциальных уравнений : учебник. - 8-е изд., стер. - М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. - 468 с. : ил. - 23.00., 13 экз.
3. Степанов Вячеслав Васильевич. Курс дифференциальных уравнений : [для ун-тов]. - Изд. 7-е, стер. - М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1958. - 468 с. : черт. - 12.10., 7 экз.

## Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Дифференциальные уравнения: <https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/DIFEQ/>
2. Дифференциальные уравнения: <https://intuit.ru/studies/courses/911/325/info>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Киселева Наталья Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Осипов Григорий Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.