

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
специалитет
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
11.05.02 «Специальные радиотехнические системы»
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Радиотехнические системы и комплексы сбора и обработки информации
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)
специалист
(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 г.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.08 Математический анализ относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
<i>ОПК-1: Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии</i>	<i>ОПК-1.1: Разбирается в основных разделах математических и естественнонаучных дисциплин.</i>	<i>Знать: основные понятия и теоремы курса «Математический анализ», разделы курса «Математический анализ» Уметь: применять методы и приемы решения задач из различных разделов математического анализа Владеть: методами решения различных задач, понятийным аппаратом дисциплины «Математический анализ»</i>	<i>Задания</i>	<i>Контрольные вопросы</i>
	<i>ОПК-1.2: Применяет основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований</i>	<i>Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований Уметь: применять основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований Владеть: современными знаниями о математическом анализе и его приложениях.</i>		

Окончательное завершение формирования компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины, происходит после сдачи двух экзаменов по этой дисциплине.

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	14
Часов по учебному плану	504
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	96
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	128
- КСР	4
самостоятельная работа	168
Промежуточная аттестация	108
	экзамен, экзамен

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Введение.	14	2	4		6	8
Тема 2. Теория пределов.	42	10	12		22	20
Тема 3. Непрерывность функции.	18	4	4		8	10
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	71	16	22		38	33
Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной.	68	16	22		38	30
Тема 6. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.	90	18	24		42	48
Тема 7. Двойные и тройные интегралы	78	14	20		34	44

Тема 8. Числовые и функциональные ряды	81	16	20		36	45
Аттестация	108					
КСР	4				4	
Итого	504	96	128		228	168

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Математический анализ» включает в себя выполнение домашних заданий, подготовку к контрольным работам по темам практических занятий, а также подготовку к зачету и экзамену. Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по конспектам лекций и по учебникам, указанным в списке литературы, решении практических задач, решении дополнительных задач для подготовки к экзамену.

Темы домашних заданий с номерами примеров из задачника [3] основного списка литературы.

1. Построение графиков элементарных функций. Действия с графиками. Построение эскизов графиков сложных функций. Построение графиков функций, заданных параметрически и в полярной системе координат: 237, 238, 243(в, г), 247, 250, 267, 274, 277, 278, 281, 253, 255, 258, 334, 338, 342, 344, 348, 279(б, г, д), 282(в, д), 300, 315, 317, 320, 321, 369(б, д), 371(б, г, е)

2. Вычисление предела последовательности: 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 56

3. Определение предела функции: 405, 406, 407

4. Вычисление предела функции. Первый и второй замечательный предел. Вычисление пределов с использованием таблицы эквивалентных бесконечно малых: 412, 415, 418, 420, 421, 436, 437, 438, 441, 444, 445, 457, 461, 477, 478, 479, 482, 484, 495, 499, 501, 502, 507, 509, 511, 515, 518, 519, 520, 522, 528, 530

5. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых величин: 653(б, г), 655(а, г), 656(а, г), 657(а, б, г), 658(а, б, в)

6. Непрерывность функции, классификация точек разрыва: 681, 682, 684, 687, 689, 691, 693, 694, 696, 699

7. Дифференцирование явно заданных функций: 846, 848, 853, 855, 858, 861, 863, 864, 868, 870, 873, 876, 883, 886, 887, 889, 889, 890, 894, 900, 901, 904, 912, 913, 914, 916, 917, 925, 961, 964, 967, 970, 972, 975

8. Производные высших порядков: 1112, 1114, 1116, 1117, 1118, 1120, 1122, 1123, 1128, 1161, 1163

9. Дифференциал функции (первого и второго порядка): 1084, 1087, 1089, 1132, 1138, 1139, 1171, 1172, 1177, 1178

10. Производные обратной, неявной и параметрически заданной функции: 1039, 1043, 1045, 1141, 1143, 1146, 1149, 1053

11. Правила Лопиталя: 1318, 1320, 1322, 1332, 1339, 1342, 1345, 1347, 1349, 1351, 1354

12. Формула Тейлора: 1377, 1382, 1389, 1401, 1402, 1404, 1406(а)

13. Геометрические приложения производной: 1056, 1060, 1270, 1271, 1430, 1436,

1447, 1450, 1300, 1303

14. Исследование функции и построение графика: 1481, 1506

15. Интегрирование с помощью таблицы интегралов: 1629, 1631, 1635, 1639, 1641, 1644, 1646, 1649, 1653, 1655, 1658, 1662, 1664, 1667, 1669

16. Интегрирование внесением под знак дифференциала: 1675, 1677, 1679, 1686, 1690, 1693, 1696, 1698, 1700(в, г), 1703, 1705, 1708, 1709

17. Замена переменной в неопределенном интеграле: и интегрирование по частям: 1766, 1767, 1771, 1776, 1777, 1778, 1780, 1781, 1786, 1792, 1796, 1798, 1802, 1804, 1821, 1822, 1826

18. Интегрирование квадратного трехчлена: 1838, 1841, 1842, 1843, 1844, 1848, 1851

19. Интегрирование рациональных и иррациональных функций: 1868, 1871, 1873, 1879, 1882, 1883, 1894, 1928, 1966, 1968, 1981, 1985

20. Интегрирование тригонометрических функций: 1992, 1994, 1996, 2014, 2027, 2032, 2035

21. Вычисление определенного интеграла: 2209, 2210, 2213, 2239, 2240, 2243, 2247, 2249

22. Приложение определенного интеграла к вычислению площадей и длин дуг: 2397, 2398, 2400(а, б), 2415, 2420, 2433, 2437, 2442, 2446

23. Вычисление частных производных и дифференциалов функций многих переменных: 3215, 3217, 3218, 3221, 3222, 3224, 3226, 3228, 3229 (а, б), 3256, 3258, 3235, 3237, 3237, 3241, 3269, 3271, 3275, 3277

24. Дифференцирование сложной функции: 286, 3287, 3307, 3310, 3317, 3221, 3322, 3288, 3291, 3293, 3296, 3298, 3300, 3303

25. Дифференцирование неявно заданных функций и систем неявно заданных функций: 3371, 3383, 3384, 3387, 3392, 3396, 3398(1, 2а), 3401, 3408(а), 3409, 3411, 3413, 3415(б)

26. Замена переменных в дифференциальных выражениях: 3458, 3462, 3465, 3470, 3475, 3476, 3487, 3489, 3514, 3516

27. Абсолютный и условный экстремум функции многих переменных: 3621, 3622, 3623, 3625, 3627(б), 3628, 3643, 3654, 3656, 3659, 3661, 3663(б)

28. Расстановка пределов интегрирования и вычисление двойного интеграла: 3917, 3921, 3922, 3925, 3926, 3929, 3930, 3906, 3907, 3908, 3932, 3934, 3935

29. Переход к полярным координатам в двойном интеграле: 3943, 3944, 3945, 3946, 3951, 3952, 3953, 3954, 3955.

30. Замена переменных в двойных интегралах (общий случай): 3958, 3961, 3966, 3968, 3970

31. Приложение двойных интегралов к нахождению площадей и объемов: 3984, 3987, 3997, 3998(б), 4008, 4010

32. Расстановка пределов интегрирования и вычисление тройного интеграла: 4077, 4082, 408, 4093

33. Цилиндрические и сферические координаты: 4080, 4091, 4104, 4106, 4126, 4078, 4087, 4088, 4090, 4107, 4110

34. Числовые ряды. Признаки сходимости знакоположительных рядов: 2546, 2549, 2551(б), 2556, 2559, 2561, 2563, 2564, 2578, 2579, 2580, 2583, 2586, 2589(а)

35. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов: 2660, 2664, 2667, 2673(а), 2675, 2686

36. Сходимость функционального ряда: 2716, 2718, 2721, 2722, 2724, 2725, 2728

37. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов: 2746, 2748, 2754, 2774(а, в, з, и, л, м)

38. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда: 2815, 2822, 2823, 2824, 2825, 2827

39. Разложение функций в степенные ряды с помощью стандартных разложений: 2851, 2853, 2855, 2856, 2857, 2859, 2860, 2870

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Примеры контрольных заданий по теме «Пределы и непрерывность функции»:

Вариант 1:

1. Вычислить пределы: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 6x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$
2. Определить порядок малости бесконечно малой $\operatorname{arctg}^2(\sqrt{9+x^2}-3) + \ln^3(1+2x)$ при $x \rightarrow 0$ относительно бесконечно малой x^p
3. Определить характер точек разрыва и построить эскиз графика $f(x) = \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$

Вариант 2:

1. Вычислить пределы $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$, $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\frac{1}{x}}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1 - \sqrt{x}} - \frac{3}{1 - \sqrt[3]{x}} \right)$
2. Определить порядок малости $\sin^4(3\sqrt{x}-1) + \operatorname{tg}^2(1 - \cos x^2)$ при $x \rightarrow 0$ относительно бесконечно малой x^p .
3. Определить характер точек разрыва и построить эскиз графика $f(x) = \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x^2 - 3x + 2}$

Вариант 3:

1. Вычислить пределы $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt[3]{(1 - \sin x)^2}}$, $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{-\frac{1}{x^2}}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2} - 2}{x^2 + x}$
2. Определить порядок малости $\arcsin^2(3\sin^3 x - x^4) - 5x^6$ при $x \rightarrow 0$ относительно бесконечно малой x^p
3. Определить характер точек разрыва и построить эскиз графика $f(x) = \frac{3^{\frac{1}{x-2}} - 1}{3^{\frac{1}{x-2}} + 1}$

Вариант 4

1. Вычислить пределы $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(2x \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{\cos x} \right)$, $\lim_{x \rightarrow \pi} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x-\pi}}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (1+x)}{\sqrt[5]{1+5x} - (1-x)}$

2. Определить порядок малости $\ln^4\left(1+\sqrt{1-\sqrt[3]{x}}\right)+\sin^6\left(1-x^2\right)$ при $x \rightarrow 1$ относительно бесконечно малой $(x-1)^p$
3. Определить характер точек разрыва и построить эскиз графика $f(x)=2^{tgx}$

Примеры контрольных заданий по теме «Дифференцирование функции одной переменной»

Вариант 1:

1. Вычислить y'_x , если $y = \sqrt{x^2+1} - \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right) + (\sin x)^{\cos x}$
2. Вычислить y''_{xx} , где $x(t) = e^t$, $y(t) = e^{\cos t}$
3. Вычислить $y^{(10)}$, если $y = (x^2+1)\sin 2x$
4. Найти d^2y , $y = 4^{-x^2}$ если x –зависимая переменная
5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ по правилу Лопиталя и по формуле Тейлора
6. Исследовать и построить график функции $f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}$

Вариант 2:

1. Вычислить y'_x , если $y = \ln \cos \arctg \frac{e^x - e^{-x}}{2} + 2 \arcsin \frac{x+1}{\sqrt{2}} + (\ln x)^x$
2. Вычислить y''_{xx} , где $x(t) = 0,25(t+1)^2$, $y(t) = 0,25(t-1)^2$
3. Вычислить $y^{(10)}$, если $y = (1-x)2^x$
4. Найти d^2y , $y = \cos x^3$ если x –зависимая переменная
5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{2x \sin x}$ по правилу Лопиталя и по формуле Тейлора
6. Исследовать и построить график функции $f(x) = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^4$

Вариант 3:

1. Вычислить y'_x , если $y = \sqrt[3]{1+x\sqrt{x^2+1}} + 2 \arctg^2\left(\frac{2x-1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{x}{1+x}\right)^{\ln x}$
2. Вычислить y''_{xx} , где $x(t) = t^2/(1-t^2)$, $y(t) = 1/(t+1)$
3. Вычислить $y^{(10)}$, если $y = (x^2+1)e^{-2x}$
4. Найти d^2y , $y = \sin x^2$ если x –зависимая переменная
5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} - x - 1}{\cos x + \frac{x^2}{2} - 1}$ по правилу Лопиталя и по формуле Тейлора

6. Исследовать и построить график функции $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$

Вариант 4:

1. Вычислить y'_x , если $y = \frac{1}{\sqrt{1+\sin^2 x}} - \ln \arccos \sqrt{1-3x} + (x+1)e^x$

2. Вычислить y''_{xx} , где $x(t) = e^t + t$, $y(t) = t^2 + 1$

3. Вычислить $y^{(10)}$, если $y = (2x^2 - 3x + 5) \cos x$

4. Найти $d^2 y$, $y = \sqrt{x+1}$, если x – независимая переменная

5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \ln(1+x) - 4x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3 + x^4}{6 \sin x - 6x + x^3}$ по правилу Лопиталя и по формуле Тейлора

6. Исследовать и построить график функции $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x}$

Примеры контрольных заданий по теме «Неопределенный и определенный интеграл»

Вариант 1:

1. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{2+\cos^2 x}} dx, \quad \int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}, \quad \int \frac{2tgx+3}{\sin^2 x + 2\cos^2 x} dx, \quad \int_{-4}^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+2x-8)(x^2+2x+5)}, \quad \int_0^{e-1} \ln(x+1)dx, \quad \int \cos^3 2x dx, \quad \int \sqrt[3]{x} \sqrt{1+3\sqrt[3]{x^2}} dx$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 + 8x = 16$, $y^2 - 24x = 48$

3. Найти длину дуги плоской кривой $r = 1 - \cos \varphi$

Вариант 2:

1. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt[5]{\sin x - \cos x}} dx, \quad \int \frac{(x-2)dx}{\sqrt{x^2-10x+29}}, \quad \int \frac{dx}{4\sin^2 x - 3}, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)^3(x-2)}}$$

$$\int \frac{dx}{x^3-1}, \quad \int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx, \quad \int \arccos(3-x) dx, \quad \int x^5 \sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой: $x = 2 - y - y^2$ и осью ординат.

3. Найти длину одной арки циклоиды:
$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

Вариант 3:

1. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{e^x \sqrt{\operatorname{arctg} e^x}}{1 + e^{2x}} dx, \quad \int \frac{(5x+4)dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{8-4\sin x+7\cos x}, \quad \int \frac{x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x}}{x(1-\sqrt[3]{x})} dx,$$
$$\int \frac{x dx}{x^3+1}, \quad \int \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{2}} dx, \quad \int (x^3+5x) \ln x dx, \quad \int \frac{dx}{x^4 \sqrt{1+x^2}}$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 6x + 5$, $x = 1$, $y = 4$
3. Найти длину кривой: $r = a(1 + \cos \varphi)$

Вариант 4

1. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{3x + \sqrt[5]{\operatorname{arctg} 3x + 4}}{9x^2 + 1} dx, \quad \int \frac{x+3}{\sqrt{4x^2+4x-3}} dx, \quad \int \frac{dx}{5\sin^2 x - 3\cos^2 x + 4}, \quad \int \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}} dx,$$
$$\int \frac{(x-1)dx}{x^2(x-2)(x+1)}, \quad \int_0^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx, \quad \int (8x-1) \sin 2x dx, \quad \int \frac{dx}{x^{11} \sqrt{1+x^4}}$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt[3]{x^2}$, $y = \sqrt{4-x^2}$
3. Вычислить длину дуги кривой: $y^2 = 9-x$, $-3 \leq y \leq 0$

Примеры контрольных заданий по теме «Дифференцирование функций многих переменных»

Вариант 1:

1. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u = f(x, xy, xyz)$, x, y, z - независимые переменные.
2. Найти $\frac{dx}{dz}, \frac{dy}{dz}, \frac{d^2 x}{dz^2}, \frac{d^2 y}{dz^2}$, если $\begin{cases} x^2 + 2yz = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$
3. Преобразовать уравнение $y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2}{x}$, если $u = \frac{x}{y}$, $v = x$, $w = xz - y$, где $w = w(u, v)$
- новая функция
4. Исследовать на условный экстремум функцию $u = x - 2y + 2z$, если $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Вариант 2:

1. Найти d^2u , если $u = f(x^2 + y^2, yz)$, x, y, z - независимые переменные.
2. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$, если $\begin{cases} xu - yv = 0 \\ yu + xv = 0 \end{cases}$
3. Преобразовать уравнение $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial x} = 0$,
если $u = \frac{x+y}{2}, v = \frac{x-y}{2}, w = ze^y$, где $w = w(u, v)$ - новая функция.
4. Исследовать на условный экстремум $u = x + y + z$, если $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ ($x, y, z > 0$)

Вариант № 3

1. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}$, если $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right)$, x, y, z - независимые переменные.
2. Найти dz, d^2z в точке $x = 2, y = 1, z = 1$, если $xyz = x + y + z$
3. Преобразовать уравнение $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$,
если $x = \frac{u+v}{2}, y = \frac{u-v}{2}, z = \frac{u^2 - v^2}{4} - w$, где $w = w(u, v)$ - новая функция.
4. Исследовать на условный экстремум $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, если $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{2}$.

Вариант № 4

1. Найти d^2u , если $u = f(x + y + z, x^2 + y^2 + z^2)$, x, y, z - независимые переменные.
2. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $F(xy, y + z) = 0$
3. Преобразовать выражение $P = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) / \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$,
если $u = xe^z, v = ye^z, w = ze^z$, где $w = w(u, v)$ - новая функция.
4. Исследовать на условный экстремум $u = xy$, если $x^2 + y^2 = 2$

Примеры контрольных заданий по теме «Двойные и тройные интегралы»

Вариант 1:

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$
2. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интеграции в том и другом порядке: $\iint_D f(x, y) dx dy, D: x^2 + y^2 \leq 2y, y \leq 1$
3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} (x^2 + z^2) dz \int_{\frac{x^2+z^2}{2}}^2 dz$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:
 $x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2, x = 0, y = 0, z = 0 \ (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$

Вариант 2:

1. Изменить порядок интегрирования : $\int_{-2}^0 dy \int_{-1}^{y+1} f(x, y) dx + \int_0^{\pi} dy \int_{-1}^{\cos y} f(x, y) dx$
2. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегриции в том и другом порядке: $\iint_D f(x, y) dx dy, D: x^2 + y^2 \leq 4x, y \geq x$
3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:
 $\int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{R^2-x^2-y^2}} (x^2 + y^2) dz$
4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями :
 $z^2 + y^2 = 4, z^2 + y^2 = 1, x = -1, x = 2$

Вариант 3

1. Изменить порядок интегрирования : $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt[3]{x^2}} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{1-\sqrt{4x-x^2-3}} f dy$
2. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегриции в том и другом порядке: $\iint_D f(x, y) dx dy, D: x^2 + y^2 \leq -2y, y \leq -1$
3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:
 $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz$
4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2 = R^2, Rz = 2R^2 + x^2 + y^2, z = 0$

Вариант 4

1. Изменить порядок интегрирования : $\int_0^4 dx \int_{-x}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy$
2. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегриции в том и другом порядке: $\iint_D f(x, y) dx dy, D: x^2 + y^2 \leq 2x, y \leq x$
3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:
 $\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dx \int_{-\sqrt{\frac{3}{4}-x^2}}^{\sqrt{\frac{3}{4}-x^2}} dy \int_{1-\sqrt{1-x^2-y^2}}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2) dz$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 - z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2$ (Область находится внутри однополостного гиперболоида, т.е. $x^2 + y^2 - z^2 \leq a^2$, $z \geq 0$)

Примеры контрольных заданий по теме «Ряды»

Вариант 1:

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов:

1.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1})$, 1.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{5 + 3n^2}$, 1.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\cos^2 n}{\sqrt[3]{n}}$.

2. Исследовать сходимость степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$

3. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n\sqrt{n^2 + x}}$ при $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию: $f(x) = \ln(1 + x + x^2 + x^3)$

Вариант 2:

1. Исследовать сходимость числовых рядов: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 - \ln^2 n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{3}}{\sqrt{n}}$

2. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-nx}$

3. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{n^5 x^2 + 1}$, при $|x| < +\infty$

4. Разложить по степеням x : $f(x) = x \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - \sqrt{1 + x^2}$

Вариант №3

1. Исследовать сходимость: 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^2 \frac{n}{n^3 + 1}$, 2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \frac{n+3}{1+2n}$, 3. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln n} \cos \frac{1}{n^2}$

2. Исследовать сходимость степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-x)^n}{\sqrt{n}}$

3. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^3 \sin nx}{2 + n^3 x^6}$, при $0 \leq x < +\infty$

4. Разложить по степеням x : $f(x) = \arctan \frac{2-2x}{1+4x}$

Вариант №4

1. Исследовать сходимость числовых рядов: 1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2 - 5) \ln n}$, 2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \operatorname{tg} \frac{1}{n\sqrt[3]{n}}$, 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{4}}{\sqrt{n+1}}$

2. Найти область сходимости функционального ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(x^n + \frac{1}{2^n x^n}\right)$

3. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \operatorname{arctg} nx}{n^2 + x^2}$ при $-1 \leq x \leq 1$

4. Разложить по степеням x : $f(x) = (1+x) \ln(1+x)$

5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации

5.2.1 Типовые задания, выносимые на промежуточную аттестацию:

Оценочное средство – Контрольные вопросы

Экзамен

Критерии оценивания (Контрольные вопросы - Экзамен)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

1 семестр

1. Понятие множества, подмножества данного множества. Числовые множества. Числовые промежутки, окрестность точки. Ограниченные числовые множества. Точные грани множества.
2. Определение числовой последовательности и ее предела.
3. Теорема о единственности предела числовой последовательности.
4. Теорема об ограниченности сходящейся числовой последовательности.
5. Арифметические действия над числовыми последовательностями.
6. Теорема о предельном переходе в неравенствах.
7. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей.
8. Монотонные последовательности. Теоремы о пределах монотонных последовательностей.
9. Доказать, что последовательность $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ имеет предел.
10. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{a^n} = 0, (a > 1), \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n!} = 0, (a > 1), \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log a \, n}{n} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1.$

11. Фундаментальные последовательности. Подпоследовательности и частичные пределы. Условия сходимости и расходимости последовательности.
12. Определение предела функции по Коши, геометрическая интерпретация предела. Определение предела функции на языке последовательности по Гейне.
13. Теорема об эквивалентности двух определений предела функции.
14. Односторонние пределы. Необходимое и достаточное условие существования предела функции.
15. Первый замечательный предел и следствия из него.
16. Второй замечательный предел и следствия из него.
17. Сравнение бесконечно малых величин. Определение порядка малости бесконечно малой и выделение главной части бесконечно малой.
18. Таблица эквивалентных бесконечно малых с выводом всех формул.
19. Теорема о вычислении пределов с использованием эквивалентных бесконечно малых.
20. Сравнение бесконечно больших величин. Определение порядка роста.
21. Непрерывность функции в точке. Необходимое и достаточное условие непрерывности в точке. Классификация точек разрыва.
22. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций.
23. Непрерывность сложной и обратной функции.
24. Первая и вторая теоремы Коши для непрерывных функций.
25. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса для непрерывных функций.
26. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной.
27. Односторонние производные. Необходимое и достаточное условие существования производной.
28. Правила вычисления производных от суммы, произведения и частного функций.
29. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная неявно заданной функции.
30. Определение дифференцируемой функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
31. Определение дифференциала функции, его геометрический смысл. Правила вычисления дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
32. Производные высших порядков. Правила повторного дифференцирования.
33. Повторное дифференцирование в дифференциалах. Нарушение инвариантности формы высших дифференциалов.
34. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей $\left[\frac{0}{0} \right], \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$.
35. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для произвольной функции. Формула Лагранжа для приближенных вычислений.
36. Вывести стандартные разложения. Определить число e с точностью до 0,001.
37. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ролля, Коши и Лагранжа).
38. Достаточное условие монотонности функции.
39. Определение локального экстремума. Необходимое условие экстремума.
40. Первое достаточное условие экстремума функции в точке.
41. Второе достаточное условие экстремума функции в точке.
42. Определение выпуклой и вогнутой функции. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости) функции. Достаточное условие выпуклости (вогнутости).
43. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условие точки перегиба.
44. Определение неопределенного интеграла и его свойства. Вывести таблицу интегралов из определения неопределенного интеграла.
45. Замена переменной в неопределенном интеграле. Вычисление интегралов вида $\int R(x, \sqrt{x^2 - a^2}) dx, \int R(x, \sqrt{a^2 \pm x^2}) dx$.
46. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
47. Вывести дополнительную таблицу интегралов.
48. Понятие о рациональных и дробно-рациональных функциях. Разложение правильной

рациональной дроби на сумму простейших дробей.

49. Интегрирование простейших дробей вида $\frac{A}{x-a}, \frac{A}{(x-a)^n}, \frac{Mx+N}{x^2+px+q}$

50. Интегрирование простейшей дроби вида $\frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^n}$. Вывод рекуррентной формулы для интеграла $I_n = \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$

51. Интегрирование иррациональных функций. Дробно-рациональные подстановки.

52. Интегрирование дифференциального бинома. Подстановки Чебышева.

53. Подстановки Эйлера.

54. Интегрирование тригонометрических функций.

55. Определение интеграла Римана, его геометрический смысл. Классы функций, интегрируемых по Риману.

56. Свойства интеграла Римана, выражаемые равенствами. Свойства интеграла Римана, выражаемые неравенствами.

57. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница.

58. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.

59. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.

60. Вычисление длины дуги в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.

61. Понятие о двух типах несобственных интегралов.

2 семестр

62. Определение k -мерного Эвклидова пространства.

63. Определение функции многих переменных. Понятие функции двух переменных, ее геометрическая интерпретация.

64. Определение предела функции многих переменных. Теоремы о пределах. Понятие двойного предела, его геометрический смысл.

65. Полное и частное приращение функции. Непрерывность по совокупности переменных и отдельной переменной. Связь между ними.

66. Определение частной производной, ее геометрический смысл.

67. Определение дифференцируемой функции. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.

68. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции.

69. Дифференциал функции многих переменных. Дифференциал функции двух переменных.

70. Производная 1-го порядка сложной функции.

71. Свойство инвариантности формы первого дифференциала для сложной функции.

72. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.

73. Дифференциалы высших порядков. Вывести общую формулу дифференциала n -го порядка для функции 2-х независимых переменных.

74. Частные производные 2-го порядка сложной функции (на примере функции 2-х переменных).

75. Нарушение инвариантности формы дифференциалов высших порядков от сложной функции.

76. Производная неявно заданной функции.

77. Дифференцирование системы неявно заданных функций.

78. Замена переменных в дифференциальных выражениях.

79. Производная по направлению, ее связь с градиентом.

80. Геометрический смысл градиента функции многих переменных.

81. Определение монотонной функции в заданном направлении. Достаточное условие монотонности.

82. Определение экстремума функции многих переменных. Необходимое и

достаточное условия экстремума для функции многих переменных.

83. Понятие квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

84. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных.

85. Задача отыскания условного экстремума.

86. Площадь многоугольной фигуры. Измеримые по Жордану множества. Условия измеримости множества.

87. Определение двойного интеграла, его геометрический и физический смысл. Свойства двойного интеграла.

88. Приведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.

89. Приведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.

90. Криволинейные координаты на плоскости. Полярные и эллиптические координаты.

91. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам в двойном интеграле.

92. Понятие кубической области. Определение тройного интеграла. Свойства тройного интеграла, геометрический и физический смысл.

93. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле.

94. Переход к цилиндрическим координатам в тройном интеграле.

95. Переход к сферическим координатам в тройном интеграле.

96. Определение числового ряда и его сходимости. Доказать сходимость геометрической прогрессии.

97. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости ряда.

98. Свойства числовых рядов.

99. Признак сравнения для знакоположительных рядов. Предельный признак сравнения для знакоположительных рядов. Эквивалентный признак сравнения

100. Радиальный признак Коши для знакоположительных рядов.

101. Признак Даламбера для знакоположительных рядов.

102. Интегральный признак Коши. Для знакоположительных рядов. Доказать сходимость обобщенного гармонического ряда.

103. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.

104. Признаки Дирихле и Абеля для знакопеременных рядов.

105. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.

106. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

107. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.

108. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов.

109. Мажорантный признак равномерной сходимости функциональной последовательности.

110. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

111. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда.

112. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

113. Ряд Тейлора. Стандартные разложения.

114. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Основная и обобщенная тригонометрические системы функций.

115. Ряд Фурье по ортогональной системе функций.

116. Ряд Фурье по основной и обобщенной тригонометрической системе функций.

117. Разложение периодической функции в ряд Фурье.

118. Разложение четной и нечетной функции в ряд Фурье.

119. Разложение в ряд Фурье функции на отрезке $[0, \pi]$, (на отрезке $[0, l]$).

120. Условия сходимости ряда Фурье, равенство Парсеваля. Теорема Дирихле.

5.2.2 Типовые задания, выносимые на промежуточную аттестацию:

Оценочное средство – Задания

Экзамен

Критерии оценивания (Задания - Экзамен)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

1 семестр

- Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin n!}{n\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$
- Найти по формуле Лейбница $y^{(20)}$, если $y = \frac{x^3}{1-x}$
- Вычислить $\int \frac{\ln x \cdot \cos \ln x}{x} dx$
- Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \arctan^2 x)^{\frac{1}{\arctan x^2}}$
- Найти y' , если $y = \sqrt[3]{\frac{x}{\sin^2 x}} + \ln \left(\frac{\sqrt[4]{x^2 + 3x + 1}}{\sqrt[3]{x^2 + 4}} \right)$

6. Вычислить $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$
7. Найти точки разрыва функции и построить график: $y = \frac{2 \operatorname{sgn}(1-x)}{2 + \operatorname{sgn}(1+x)}$
8. Найти $d^2 y$, если $y = \log_3(x^2 + x + 1) \cdot e^{-x^2}$, x – зависимая переменная.
9. Вычислить $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{3 + \cos x}$
10. Выделить главную часть $\frac{C}{x^n}$ бесконечно малой $f(x) = 1 - \cos\left(1 - \cos \frac{1}{x}\right)$ при $x \rightarrow \infty$
11. Найти y' , если $y = \ln^5 \ln^4 \operatorname{tg}^3 x^2 + \log_2 \arcsin \sqrt{1 - e^{-2x}}$
12. Вычислить $\int \sqrt{\sin x} \cos^5 x \cdot dx$
13. Найти точки разрыва функции и построить эскиз графика: $y = \frac{|x-1|}{x^2 - x^3}$
14. Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{\sin x - x}$
15. Вычислить $\int \sqrt{e^x - e^{2x}} dx$
16. Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin^2 x + x^3 - x^5 - \cos 2x}{\operatorname{tg}^2 x + 2x^2 + x^4}$
17. Найти y''_{xx} , если $x = (1 + \cos^2 t) \sin t$, $y = \sin^2 t \cdot \cos t$
18. Вычислить $\int \frac{x - \operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx$
19. Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2}$
20. Найти y''_{xx} , если $x = \frac{e^t}{1+t}$, $y = (t-1)e^t$
21. Вычислить $\int \frac{x}{1 + \cos x} dx$
22. Определить порядок малости бесконечно малой $f(x) = 2 \sin x - \tan 2x$ при $x \rightarrow 0$
23. Вычислить по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \arctan \sqrt{x}) \sqrt{x}$
24. Вычислить $\int_0^1 x^{15} \sqrt{1 + 3x^8} dx$
25. Определить точки разрыва функции и построить эскиз графика: $y = \frac{2}{\cos x}$.
26. Найти y' , если $y = \log_2 \operatorname{tg}^4(x^2 + 1) + \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1 + x^2}$
27. Вычислить $\int e^x \sin^2 x dx$
28. Выделить главную часть Cx^n бесконечно малой $f(x) = 2e^{x^4} + (\cos x - 1)^2 + x^5 - 2$ при $x \rightarrow 0$
29. Вычислить по формуле Тейлора: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - \arcsin x}{\tan x - \sin x}$
30. Вычислить $\int x^5 \sqrt[3]{(1 + x^3)^2} dx$

31. Определить порядок малости бесконечно малой $f(x) = \left(1 - \sin \frac{x}{2}\right)^2$ при $x \rightarrow \pi$.
32. Применяя формулу Лейбница, найти $y^{(n)}$, если $y = \frac{x}{\sqrt{1-x}}$.
33. Найти длину дуги кривой $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}\ln x$, $1 \leq x \leq 3$.
34. Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos x}$
35. Найти y'' для функции $y=y(x)$, заданной неявно $y - x \tan \ln \sqrt{x^2 + y^2} = 0$
36. Найти длину дуги кривой $y = \ln(x^2 - 1)$, $2 \leq x \leq 5$
37. Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+2^x)}$
38. Найти $d^2 y$ в точке (1,1) функции $y=y(x)$, заданной неявно $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 2 = 0$
39. Вычислить $\int e^x \arcsin e^x dx$
40. Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{32x^5 - x^8}}{e^{5x} + \cos 2x - 2}$
41. Найти $d^2 y$, если $y = 4^{\arctg \sqrt{x^2-1}}$, x – зависимая переменная
42. Вычислить $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$
43. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{3} \left(\sqrt[3]{1 + \frac{3}{n^3}} - 1 \right)$
44. Найти y' , если $y = \cos^4 x \cdot \ln \operatorname{tg} x + \arcsin^2(\sqrt{x^2 - 1})$
45. Вычислить $\int \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{1 + 3\sqrt[3]{x^2}} dx$
46. Найти точки разрыва функции и построить график $y = \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{x^2 - x}$.
47. Вычислить по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\pi - 2 \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$
48. Вычислить $\int \frac{3x+2}{x(x+1)^2} dx$
49. Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt[5]{1+2x}}{\sqrt{1+5x} - \sqrt[4]{1+2x}}$
50. Найти $d^2 y$, если $y = \frac{1}{3} \ln \sin^3 x - \frac{1}{2} \cos^2 x$, если x - зависимая переменная.
51. Вычислить $\int \frac{x^2}{(x+2)^2(x+4)} dx$
52. Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - \sin^2 x}{\sqrt[3]{1+x} - 1 - \sin x}$
53. Найти y'' для функции $y=y(x)$, заданной неявно $y^2 = e^{x^4 - y^2}$
54. Вычислить $\int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 1} dx$

55. Определить порядок малости бесконечно малой $f(x) = \frac{x^2 \arctan x}{x^5 + x + 1}$ при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow \infty$.
56. Вычислить по формуле Тейлора $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x + 3 \cos x - 3\sqrt[3]{1+x}}{1 + \ln(1+x) - e^x}$
57. Вычислить $\int \frac{3\sqrt{x} - 2\cos \frac{1}{x^2}}{x^3} dx$
58. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x^2} + x^3 - 1}{\ln(\cos x)}$.
59. Найти $d^2 y$ в точке $(1,0)$ функции $y=y(x)$, заданной неявно $3(y-x+1) + \arctan \frac{y}{x} = 0$.
60. Вычислить $\int \frac{x \sin x dx}{(1 + \cos x)^2}$
61. Определить порядок малости бесконечно малой $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^4} + x^2 - 2}{\sin x}$ при $x \rightarrow 0$.
62. Вычислить по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \arctan x \right)^x$.
63. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \arctan \sqrt{x}$, $y + x^2 = 0$, $x = 1$
64. Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x+x^2) + \ln(1-3x+x^2)}{2x^2 + \arctg^2 3x}$
65. Найти y' , если $y = \ln^2(1 + 2^{\cos x}) + \ln \sqrt{1 + \arctg^2 x}$.
66. Вычислить $\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$
67. Вычислить, не применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x^3}}{\sin^2 x \cdot \ln(1+4x)}$
68. Применяя формулу Лейбница, найти $y^{(20)}$, если $y = \ln(x-1)^{2x^2}$.
69. Вычислить $\int \frac{\sqrt{3-x^2}}{x^2} dx$
70. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} (x-3) \sin \left(\frac{2}{3x} \right)$
71. Найти y' , если $y = \ln^2 \arccos^3 x + \sqrt[3]{\cos^2 x^2 + 3^{x^2}}$.
72. Вычислить $\int \frac{\tan x dx}{3 \cos^2 x + 4 \sin^2 x}$
73. Выделить главную часть $\frac{C}{x^n}$ бесконечно малой $f(x) = \frac{\sin \left(\frac{3}{x+1} \right)}{\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}}$ при $x \rightarrow \infty$
74. Найти y''_{xx} , если $x = \arcsin \tan t$, $y = \sqrt{\cos 2t}$
75. Вычислить $\int \frac{x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx$

2 семестр

1. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$.

2. Исследовать на сходимость ряд : $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt[4]{n}}{\sqrt{(n+1)^3}}$
3. Найти dz, d^2z , если $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$
4. Вычислить интеграл $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq x, y \geq -x$
5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \arctg^2 \frac{1}{n}$
6. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u = f(x^2 + y^2, xy)$, x, y – независимые переменные
7. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ в интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$, где область D –треугольник, ограниченный линиями $y = 0, y = 1 - x, y = x$.
8. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \arcsin \frac{1}{n\sqrt{n}}$
9. Найти $\frac{dx}{dz}, \frac{dy}{dz}$, если. $x + y + z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 1$
10. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$
11. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^n}{n \cdot 3^n}$
12. Приняв u и v за новые независимые переменные, преобразовать уравнение $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$, если $u = xy, v = \frac{x}{y}$
13. Вычислить интеграл $\iint_D \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}} dx dy$, где $D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \geq 0$
14. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 (x+2)^n}{\sqrt{n^3 + 2^4}}$
15. Найти d^2u , если $u = f(x^2 + y^2 + z^2)$ (x, y, z - независимые переменные).
16. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_0^{2a} dx \int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x, y) dy$ ($a > 0$)
17. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1 - \cos n)$
18. Вычислить $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = x + \arctg \frac{y}{z-x}$
19. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_1^e dx \int_{1-x}^{\ln x} f(x, y) dy$
20. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{3^n \sqrt{1+n^3}}$
21. $z = y \cdot \varphi(x^2 - y^2)$. Показать, что $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$ (φ – дифференцируемая функция)

22. Ввести цилиндрические координаты и вычислить $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\frac{8-x^2-y^2}{2}} z^3 \sqrt{x^2+y^2} dz$.
23. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{(x+n)^3}}$, $(0 \leq x < +\infty)$
24. $u = \varphi(x-at) + \psi(x+at)$. Показать, что $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, где φ и ψ – любые дважды дифференцируемые функции.
25. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_0^{2r} dx \int_{-\sqrt{2rx-x^2}}^x f(x,y) dy$
26. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(n+3)}{2-n^3}$
27. Преобразовать уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, вводя новые независимые переменные $\xi = x-at, \eta = x+at$.
28. Вычислить интеграл $\iint_D \sin(\pi\sqrt{x^2+y^2}) dx dy$, $D: x^2+y^2 \leq 1$
29. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{(5-3x)^2}$ в ряд Тейлора по степеням x .
30. Показать, что $z = x \cdot f\left(\frac{y}{x^2}\right)$ удовлетворяет уравнению $x \frac{\partial z}{\partial x} + 2y \frac{\partial z}{\partial y} = z$
31. Вычислить интеграл $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} dy \int_0^{x^2+y^2} (x^2+y^2) dz$.
32. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(\frac{n^2+3}{n^2+4}\right)$
33. Найти $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$, если $u = f(xy, x^2+y^2)$, x и y – независимые переменные
34. Вычислить интеграл $\iiint_V \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}\right) dx dy dz$, где область V ограничена поверхностью эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, $(y \geq 0, z \geq 0)$.
35. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \cos nx}{n^3+1}$, $(-1 \leq x \leq 1)$
36. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u = f\left(x, \frac{x}{y}\right)$, x и y – независимые переменные
37. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ в интеграле $\iint_D f(x,y) dx dy$, где область D – общая часть двух кругов $x^2+y^2 \leq 1$ и $x^2+y^2 \leq 2y$
38. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{(2n-1)(5\sqrt[3]{n}-1)}$
39. Найти du, d^2u , если $u = f(x+y, x^2+y^2)$, x и y – независимые переменные
40. Вычислить интеграл $\iint_D \arctg \frac{y}{x} dx dy$, где D – часть кольца $1 \leq x^2+y^2 \leq 4$, $y \geq x, y \leq \sqrt{3}x$
41. Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n3^n(x-1)^n}$

42. В уравнении $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ ввести новые переменные $\xi = x, \eta = y - x, \tau = z - x$
43. Изменить порядок интегрирования в интеграле $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{3-2y} f(x, y) dx$
44. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{2n}{4+n^3}$
45. Преобразовать к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ выражение $w = x \frac{\partial u}{\partial y} + y \frac{\partial u}{\partial x}$
46. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ в интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$, где область D – ограничена кривым $x^2 + y^2 = 4x, x^2 + y^2 = 8x, y = x, y = 2x$
47. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + 3)^2}{n^6 + \ln^4 n}$
48. Показать, что $u = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
49. Вычислить интеграл $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz$
50. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{1-n^n}$
51. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $F(x + y, x + z) = 0$, где $z = z(x, y)$ – функция, x, y – независимые переменные
52. Вычислить интеграл $\int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(1 + x^2 + y^2) dy$
53. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \sin nx}{3^n \sqrt{1+n^3 x^2}}, (-5 \leq x \leq 2)$
54. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z}$, если $u = f(xy, xz, yz), x, y$ и z – независимые переменные
55. Вычислить интеграл $\int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_{-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz$
56. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{n^3 + 1}, (|x| < +\infty)$.
57. Проверить равенство $y \frac{\partial z}{\partial x} = x \frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = f(x^2 + y^2), f$ – дифференцируемая функция
58. Вычислить интеграл $\iiint_V \sqrt{z^2 + y^2} dx dy dz$, если $V: z^2 + y^2 = 4, z^2 + y^2 = 1, x = -1, x = 2$.
59. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{n^2} x^n$
60. Найти $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$, если $u = f(x^2 + y^2 + z^2), x, y, z$ – независимые переменные.
61. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ в интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$, где область D – часть круга $x^2 + y^2 \leq 2y, x \geq 0$.
62. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)^3}{n^4 + 2 \sin^4 n}$.
63. Найти $du, d^2 u$, если $u = f(x^2 + y^2, x^2 - y^2), x$ и y – независимые переменные

64. Вычислить интеграл $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где $D: x^2 + y^2 \leq 2y, y \geq -x$.
65. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2 x^2}}{n^2 + x^2}$, ($|x| < +\infty$)
66. Преобразовать к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ выражение $w = x \frac{\partial u}{\partial y} - y \frac{\partial u}{\partial x}$
67. Вычислить интеграл $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями $x^2 + y^2 = z, x^2 + y^2 = 2 - z$.
68. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\alpha}{n^4 + 2n^3 + 5}$.
69. $z = f(x, y), \xi = x + y, \eta = x - y$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4 \frac{\partial^2 z}{\partial \xi \partial \eta}$.
70. Вычислить интеграл $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, если $V: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}, z \geq 0$.
71. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n n^2} x^n$
72. Преобразовать к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ выражение $w = \frac{\partial u}{\partial y} / \frac{\partial u}{\partial x}$
73. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ в интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$, где область D – часть круга $x^2 + y^2 \leq 2x, x \geq 1$.
74. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{n^2 + 1}$.
75. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u = f(xy, x^2 - y^2)$, x и y – независимые переменные

5.3. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	обучающегося от ответа			негрубых ошибок	несущественных ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа (в двух частях) – М.: Физматлит, 2005. – 648с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1,2,3. – М.: Наука, 1969.
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: АСТ. Астрель, 2003. – 558с.

б) дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. - Части 1,2. – М.: Лань, 2008.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа (в двух томах). – М.: Высшая школа, 1981. – 1200с.
3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М. Наука. 1984. – 384с.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: - кабель для подключения к Интернет либо возможность беспроводного соединения, - проектор, экран для проведения лекций в форме презентации

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 11.05.02 - Специальные радиотехнические системы.

Автор(ы): Семерикова Н.П.

Заведующий кафедрой: Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 25 мая 2023 г., протокол № 04/23.