

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Статистика случайных процессов

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Код дисциплины **Б1.В.ДВ.08.04.**

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина код, Б1.В.ДВ.08.04 «Статистика случайных процессов» относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-3. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-3.1. Знает методы сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	Знать: 1) базовые понятия теории случайных процессов 2) знать основные классы случайных процессов с непрерывным временем 3) знать элементарные понятия случайного анализа	Собеседование
	ПК-3.2. Умеет собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	Уметь: 1) выбирать модели случайных процессов на основе содержательной постановки задачи 2) находить распределения и числовые характеристики процессов в простейших случаях, аналогичных рассмотренным на практических занятиях	Задачи (практические задания)
	ПК-3.3. Имеет практический опыт сбора и обработки данных современных	Владеть: практическим опытом сбора и обработки данных современных научных исследований, необходимых	Собеседование

	научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	
--	---	---	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	-
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация –зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы) Очная	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы Очная
		Занятия лекционного типа Очная	Занятия семинарского типа Очная	Занятия лабораторного типа Очная	Всего Очная	
Основные определения теории случайных процессов. Примеры процессов: ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона, вероятность вырождения, процесс восстановления, уравнение восстановления для функции восстановления, процесс Пуассона (неоднородный), процесс винеровский. Применения процессов	25	5	5		10	15
Классы моделей процессов. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы.	13	3	3		6	7
Непрерывность и дифференцируемость траекторий случайных процессов. Критерии таких свойств. Примеры	9	2	2		4	5
Интегрирование в среднем квадратическом случайных процессов. Критерий существования интегралов от случайных процессов. Примеры применения Разложение в среднем квадр. процессов	13	3	3		6	7
Интегрирование по процессам с ортогональными	11	3	3		6	5

приращениями. Спектральное представление стационарных процессов.						
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	72	16	16		33	39

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет)

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в изучении конспектов лекций и источников из списка литературы. Самостоятельная работа может осуществляться как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

				недочетами.		объеме.	
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Приведите примеры из естественных наук практического применения процесса Пуассона	ПК-3
2. Приведите примеры из естественных наук практического применения процесса Винера	ПК-3
3. Будет ли стационарный случайной в узком смысле процесс стационарен в широком смысле?	ПК-3
4. Когда стационарный процесс в широком смысле стационарен в узком смысле?	ПК-3
5. Можете ли указать условия, когда гауссовский процесс будет процессом с независимыми приращениями?	ПК-3
6. О чем говорится в элементарной теореме процессов восстановления?	ПК-3
7. Какие примеры процессов восстановления Вам известны?	ПК-3
8. Указать примеры процессов восстановления, у которых распределение числа	ПК-3

восстановлений имеет явное аналитическое выражение?	
9. Формулировка теоремы о дифференцируемости процесса в среднеквадратическом.	ПК-3
10. Формулировка леммы Бореля – Кантелли	ПК-3
11. Лемма Лозва о сходимости в среднеквадратическом последовательности случайных величин	ПК-3
12. Интеграл от процесса, признак существования	ПК-3
13. Свойства условных математических ожиданий относительно сигма-алгебры	ПК-3

5.2.2. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции «ПК-3»

Задача 1. В некоторой области пространства имеются однородные частицы. Под влиянием случайных причин в эту область извне могут проникать новые такие же частицы (или там могут возникать новые частицы), но они не могут покидать эту область (или исчезать). Если в момент времени t в области имеется n частиц, то вероятность (условная) того, что за промежуток $(t, t + h)$ в этой области появится новая частица, не зависит от t и равна $\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$, где λ_n постоянные неотрицательные. Вероятность того, что за время Δt в области появится 2 или более новых частиц равна $o(\Delta t)$. В начальный момент $t = 0$ в области имелось 0 частиц.

а) Составить систему дифференциальных уравнений для вероятностей $p_n(t)$ того, что в любой момент времени t в области будет ровно n частиц.

б) Найти явные выражения вероятностей $p_n(t)$.

Задача 2. Пусть $X(t)$ – случайный процесс с независимыми приращениями $X(t) - X(s)$, распределенным по нормальному закону с математическим ожиданием равным 0, и дисперсией $\sigma^2 = t - s$. Пусть $X(0) = 0$. Найти все n - мерные плотности этого процесса.

Задача 3. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию процесса $X(t) = \xi \exp(-t^2)$, где ξ - случайная величина, $E\xi = 2$, $D\xi = 0,01$.

Задача 4. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию процесса $x(t) = ut + vt^2$, где u, v – некоррелированные случайные величины, $Eu = 3$, $Ev = 0,5$; $Du = 1$, $Dv = 0,05$.

Задача 5. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию процесса $X(t) = u \cos(\theta t) + v \sin(\theta t)$, $Eu = 1$, $Ev = 0,2$; $Du = 0,1$, $Dv = 0,004$, $\text{cov}(u, v) = 0$.

Задача 6. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию процесса Пуассона с ведущей функцией $\Lambda(t)$.

Задача 7. Будут ли траектории процесса Пуассона непрерывными?

Задача 8. В каком смысле процесс Пуассона дифференцируем?

Задача 9. Пусть случайный процесс $X(t)$, $t > 0$ такой, что корреляционная функция его имеет вид $K(t, s) = \exp(-(t-s)^2)$, $EX(t) = 7t + 2$. Для производной $y(t) = dX(t)/dt$ найти математическое ожидание, дисперсию, корреляционную функцию.

Задача 10. Для винеровского процесса $w(t)$ найти математическое ожидание и дисперсию величины $\int_0^6 w(t) dt$.

5.2.3. Типовые вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенции «ПК-3»

1. Что такое процесс Пуассона?
2. Что такое Винеровский процесс?
3. В чем отличие процесса Пуассона от Винеровского процесса?
4. Что такое Гауссовский процесс?
5. Что такое дифференцируемый процесс?
6. Признаки существования производной процесса.
7. Является ли Винеровский процесс дифференцируемым в среднеквадратичном?
8. Что такое процесс восстановления?
9. Что такое функция восстановления для процесса восстановления?
10. Применение функции восстановления в задачах механики.
11. Что такое Марковский процесс?
12. Что такое переходная функция Марковского процесса?

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Булинский, А.В. Теория случайных процессов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев. — Электрон. дан. — Москва: Физматлит, 2005. — 400 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/59319>

б) дополнительная литература:

1. Ширяев А. Н. Вероятность. – М.: Наука. 1989 (92 экз).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)
Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: д.ф.-м.н., заведующий кафедрой ТВиАД Зорин А.В.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ТВиАД: д.ф.-м.н. Зорин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.