

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

УТВЕРЖДЕНО

решением ученого совета ННГУ
протокол от «02» декабря 2024 г. № 10

Рабочая программа дисциплины
Группы и алгебры Ли

Уровень высшего образования
Подготовка кадров высшей квалификации

Научная специальность

1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная
математика

Программа подготовки
научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре
Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная
математика

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород
2025 год

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина 2.1.3.10(Ф) «Группы и алгебры Ли» относится к числу факультативных дисциплин образовательного компонента программы аспирантуры и изучается на 2 году обучения в 4 семестре.

Цель дисциплины – изучение основ теории групп и алгебр Ли на уровне, достаточном для проведения научных исследований и для чтения современной научной литературы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Выпускник, освоивший программу, должен

Знать:

- элементы теории групп и алгебр Ли,
- основные структуры современной алгебры, связанные с алгебрами Ли,

Уметь:

- проводить доказательства основных утверждений на высоком теоретическом уровне

Владеть:

- навыками критического анализа современных передовых публикаций по специальности

3. Структура и содержание дисциплины.

Объем дисциплины (модуля) составляет 2 з.е., всего – 72 часа, из которых 36 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (занятия семинарского типа – 36 часов), 36 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Таблица 2

Структура дисциплины

(указываются разделы (модули) с отведенным на них количеством академических часов с разбивкой по формам занятий)

Наименование разделов дисциплины	Всего, часов	В том числе					Самостоятельная работа обучающегося, часов
		Контактная работа, часов					
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Консультации	Всего	
1. Группы Ли и алгебры Ли	36		18				18
2. Алгебраические группы и алгебры Ли	36		18				18
Аттестация по дисциплине * зачет							
Итого	72		36				36

Таблица 3

Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Форма проведения	Форма текущего контроля*
-------	---------------------------------	--------------------	------------------	--------------------------

			занятия	
1.	Группы Ли и алгебры Ли	Группы Ли. Действия и представления. Подгруппы. Нормальные подгруппы. Факторгруппы. Алгебра Ли группы Ли. Соответствие Ли. Накрывающие группы. Системы корней, полупростые алгебры Ли.	Занятия семинарского типа	Собеседование
2.	Алгебраические группы и алгебры Ли	Аффинные алгебраические группы. Алгебра Ли алгебраической группы. Однородные пространства. Полупростые и унипотентные элементы. Разрешимые группы. Подгруппы Бореля. Строение редуктивных групп.	Занятия семинарского типа	Собеседование

Возможна динамическая корректировка плана занятий (перестановка разделов, замена одних тем другими и т.д.)

4. Формы организации и контроля самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающегося состоит в изучении основной литературы по дисциплине. Вопросы для самоконтроля совпадают с вопросами зачета.

5. Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине

5.1. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.

При выполнении всех работ учитываются следующие **основные критерии**:

- уровень теоретических знаний (подразумевается не только формальное воспроизведение информации, но и понимание предмета, которое подтверждается правильными ответами на дополнительные, уточняющие вопросы, заданные членами комиссии);
- умение использовать теоретические знания при анализе конкретных проблем, ситуаций;
- качество изложения материала, то есть обоснованность, четкость, логичность ответа, а также его полнота (то есть содержательность, не исключающая сжатости);
- способность устанавливать внутри- и межпредметные связи,
- оригинальность мышления, знакомство с дополнительной литературой и другие факторы.

Описание шкалы оценивания на промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка *отлично* – исчерпывающее владение программным материалом, понимание сущности рассматриваемых процессов и явлений, твердое знание основных положений дисциплины, умение применять концептуальный аппарат при анализе актуальных проблем. Логически последовательные, содержательные, конкретные ответы на все вопросы.

Оценка *хорошо* – достаточно полные знания программного материала, правильное понимание сути вопросов, знание определений, умение формулировать тезисы и аргументы. Ответы последовательные и в целом правильные, хотя допускаются неточности, поверхностное знакомство с отдельными теориями и фактами, достаточно формальное отношение к рекомендованным для подготовки материалам.

Оценка *удовлетворительно* – фрагментарные знания, расплывчатые представления о предмете. Ответ содержит как правильные утверждения, так и ошибки, возможно, грубые. Испытуемый плохо ориентируется в учебном материале, не может устранить неточности в своем ответе даже после наводящих вопросов.

Оценка *неудовлетворительно* – отсутствие ответа хотя бы на один из основных вопросов, либо грубые ошибки в ответах, полное непонимание смысла проблем, не достаточно полное владение терминологией.

5.2. Примеры типовых контрольных заданий или иных материалов, используемых для оценивания результатов обучения по дисциплине

Вопросы для зачета:

1. Экспоненциальное отображение и его свойства.
2. Гомоморфизмы групп Ли и их алгебр Ли.
3. Нильпотентные алгебры Ли.
4. Разрешимые алгебры Ли. Критерий Картана разрешимости.
5. Корневое разложение алгебры Ли относительно подалгебры Картана.
6. Система корней полупростой алгебры Ли.
7. Взаимное расположение двух корней.
8. Классификация систем корней.
9. Накрывающая группа.
10. Гомоморфизмы односвязной группы Ли и соответствующие им гомоморфизмы алгебр Ли.
11. Системы корней.

12. Классификация комплексных полупростых алгебр Ли.
13. Структура алгебры Хопфа на алгебре регулярных функций аффинной алгебраической группы.
14. Разложение Жордана-Шевалле в алгебраической группе.
15. Диагонализируемые группы и их характеры.
16. Теорема Ли-Колчина.
17. Связные одномерные алгебраические группы.
18. Действие связной разрешимой группы на полном многообразии.
19. Сопряженность подгрупп Бореля и максимальных торов.
20. Параболические подгруппы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) основная литература:

1. Гото М., Гроссханс Ф. Полупростые алгебры Ли. М.: Мир, 1981. (3 экз.)
 2. Хамфрис Дж. Введение в теорию алгебр Ли и их представлений. М.: МЦНМО, 2003. (1 экз.)
 3. Винберг Э.Б., Онищик А.Л. Семинар по группам Ли и алгебраическим группам. М.: Наука, 1988. (2 экз.)
 4. Адамс Д. Лекции по группам Ли. М.: Наука, 1979. (3 экз.)
 5. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. М.: Наука, 1984. (7 экз.)
 6. Шевалле К. Теория групп Ли. Т. 1. М.: ИЛ, 1948.
- <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>
7. Хамфри Дж. Е. Линейные алгебраические группы. М.: Наука, 1980. (1 экз.)
 8. Борель А. Линейные алгебраические группы. М.: Мир, 1972. (2 экз.)

б) дополнительная литература

1. Джекобсон Н. Алгебры Ли. М.: Мир, 1964. (3 экз.)
2. Серр Ж.-П. Группы Ли и алгебры Ли. М.: Мир, 1969. (2 экз.)

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

- помещения для проведения занятий: лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования и помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ;
- материально-техническое обеспечение, необходимое для реализации дисциплины, включая лабораторное оборудование;

- лицензионное программное обеспечение: *Windows, Microsoft Office*;
- обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечиваются электронными и (или) печатными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, Положением о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре) (Постановление Правительства РФ от 30.11.2021 № 2122), Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре) (Приказ Минобрнауки РФ от 20.10.2021 № 951).

Авторы: профессор кафедры алгебры, геометрии и дискретной математики Кузнецов М.И.

Рецензент(ы) _____

Заведующий кафедрой _____

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики _____.