

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Комплексный анализ

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

01.03.01 - Математика

---

Направленность образовательной программы

Математика (общий профиль)

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.25 Комплексный анализ относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-4: Способен собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать передовой отечественный и международный опыт в математической и информационной области исследований	<p>ПК-4.1: Знает методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в математической и информационной области исследований</p> <p>ПК-4.2: Умеет применять новые достижения в области научно-технической информации</p> <p>ПК-4.3: Владеет навыками решения задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач</p>	<p>ПК-4.1:</p> <p>Знать основные принципы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области комплексного анализа, основы строгого доказательства утверждений, таких как теоремы Коши для односвязной и многосвязной областей, теорема Коши-Адамара, теоремы Тейлора и Лорана, формулировки результатов, связанных с исследованием функций комплексного переменного на аналитичность, конформность, однолиственность, вывода следствий из полученных результатов</p> <p>ПК-4.2:</p> <p>Уметь применять методы анализа информации к решению практических задач, связанных с интегрированием функций комплексного переменного, с разложением функций комплексного переменного в ряды Лорана, с нахождением конформных отображений областей</p>	Задачи	<p>Экзамен:</p> <p>Контрольные вопросы</p> <p>Задачи</p>

		<p>ПК-4.3:</p> <p>Владеть техникой строгого доказательства теоретических утверждений, связанных с вопросами аналитичности функций комплексного переменного, существования интеграла от функции комплексного переменного, существования особых точек функций и определения их типа</p>		
--	--	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>4</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>42</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Введение. Комплексная плоскость	12	4	4	8	4
Функции комплексного переменного (ФКП). Функции аналитические и гармонические	12	4	4	8	4

Конформные отображения	16	5	5	10	6
Интеграл	11	3	3	6	5
Ряды	8	2	2	4	4
Ряды Лорана. Особые точки	14	4	4	8	6
Теория вычетов	18	6	6	12	6
Приложение теории вычетов к вычислению некоторых определенных интегралов	15	4	4	8	7
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	144	32	32	66	42

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1

Введение. Комплексная плоскость

Тема 2

Функции комплексного переменного (ФКП). Функции аналитические и гармонические

Тема 3

Конформные отображения

Тема 4

Интеграл

Тема 5

Ряды

Тема 6

Ряды Лорана. Особые точки

Тема 7

Теория вычетов

Тема 8

Приложение теории вычетов к вычислению некоторых определенных интегралов

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам и учебным пособиям, указанным в списке литературы, решении практических задач.

Контроль самостоятельной работы - контрольная работа (по темам 1,2,3,4,5,6,7), домашние задания.

В частности, важной составляющей изучения дисциплины является самостоятельная работа обучающихся при подготовке к практическим занятиям по дисциплине с целью их наиболее эффективного проведения. При этой подготовке обучающиеся дополнительно самостоятельно изучают те разделы теоретического материала, которые являются базовыми при проведении очередной контрольной работы. Это дополнительное самостоятельное изучение, прежде всего, основано на углубленном самостоятельном изучении соответствующих разделов книг, учебно-

методических пособий приведенных в списках основной и дополнительной литературы. Кроме того, при указанном дополнительном самостоятельном изучении можно использовать и доступные ресурсы сети Интернет, так как они являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Одними из возможных ресурсов для этой цели являются те, которые указаны в списке программного обеспечения и Интернет-ресурсов ниже в разделе.

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Найти  $(-1)^{\sqrt{3}}$ .
2. Выяснить какие кривые определяются следующими уравнениями (указать множество точек плоскости и порядок их прохождения):
  - 1)  $z = e^{2it} - 1, 0 \leq t \leq 2\pi$ ;
  - 2)  $z = a \cdot e^{it} + \frac{1}{a}e^{-it}, 0 \leq t \leq 2\pi, a > 1$ .
3. Исследовать на аналитичность в области определения функцию  $f(z) = |z|^2 + 2z$ .
4. Во что преобразуется кольцо  $1 < |z| < 2$  при отображении функцией  $w = \frac{z}{z-1}$ .
5. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки  $z = 0$  функцию  $f(z) = \frac{1}{(1-z^4)(1+z+z^2+z^3)}$ .
6. Вычислить интеграл  $\int_{AB} z \operatorname{Re} z^2 dz$ ;  $AB$  — отрезок прямой,  $A = 0, B = 2 + 3i$ .

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю).

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			

<b>(индикатор достижения)</b>							
<u><b>Знания</b></u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u><b>Умения</b></u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u><b>Навыки</b></u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
<b>зачтено</b>	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»

	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Понятие комплексного числа, арифметические действия над комплексными числами, геометрическое изображение комплексных чисел, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа, формулы Муавра.
2. Понятие стереографической проекции. Связь координат точки и координат ее стереографической проекции.
3. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Понятие производной функции комплексного переменного. Критерий дифференцируемости.
4. Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями.
5. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции, понятие конформного отображения.
6. Теорема Лорана.
7. Классификация изолированных особых точек. Поведение функции в проколотой окрестности изолированной особой точки.
8. Теорема Сохоцкого
9. Определение вычета функции  $f(z)$  в изолированной особой точке. Основная теорема о вычетах.
10. Определение вычета функции  $f(z)$  в изолированной особой точке. Теорема о вычислении вычета в полюсе.
11. Определение вычета функции  $f(z)$  в изолированной особой точке. Теорема о сумме вычетов относительно всех особых точек, включая бесконечно удаленную.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Студент дал развернутый ответ на все вопросы и при этом продемонстрировал знание дополнительного материала.
отлично	Студент дал развернутый ответ на все вопросы.
очень хорошо	Студент дал ответ на все вопросы, возможно с незначительными недочетами.
хорошо	Студент ответил на большую часть вопросов с незначительными недочетами.
удовлетворительно	Студент ответил на большую часть вопросов с существенными недочетами.
неудовлетворительно	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач.
плохо	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4

- 1) Отобразить круг  $|z| < 1$  с разрезом по отрезку  $[0, 1]$  на вертикальную полосу шириной 1.
- 2) Вычислить интеграл  $\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{(x^2+1)^3} dx$ .
- 3) Найти функцию, отображающую полуплоскость  $\operatorname{Im} z > 1$  с удаленным кругом  $|z - 2i| < 1$  на полосу  $0 < \operatorname{Re} w < 1$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Умение решать задачи повышенной сложности
отлично	Умение решать задачи высокого уровня
очень хорошо	Умение решать задачи высокого уровня с незначительными замечаниями
хорошо	Умение решать задачи базового уровня
удовлетворительно	Умение решать задачи базового уровня с незначительными замечаниями
неудовлетворительно	При решении задач базового уровня допускает грубые ошибки
плохо	Нет навыков решения базовых задач



## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

Основная литература:

1. Маркушевич Алексей Иванович. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие. - 4-е изд., испр. и доп. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. - 416 с. - 1.30., 43 экз.
2. Лаврентьев Михаил Алексеевич. Методы теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для студентов ун-тов, обучающихся по специальностям "Математика", "Физика", "Механика". - Изд. 5-е, испр. - М. : Наука, 1987. - 688 с. : ил. - 1.80., 42 экз.
3. Шабат Борис Владимирович. Введение в комплексный анализ : [учеб. для мех.-мат. фак. ун-тов : в 2 ч.]. Ч. 1. Функции одного переменного. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1976. - 320 с. : ил. - 0.76., 27 экз.
4. Волковыский Лев Израилевич. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для студентов вузов. - Изд. 4-е, перераб. - М. : Физматлит, 2006. - 312 с. - ISBN 5-9221-0264-8 : 143.99., 78 экз.

Дополнительная литература:

1. Сидоров Юрий Викторович. Лекции по теории функций комплексного переменного : [учеб. для вузов]. - М. : Наука, 1976. - 407 с. : ил. - 0.95., 25 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Комплексный анализ (Митрякова Т.М., Ястребова И.Ю.)»,  
<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5710>  
созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>
2. Znanium.com (математика) <http://www.znaniy.com/>
3. Лань (математика) <http://e.lanbook.com/>
4. Юрайт (математика) <http://www.biblio-online.ru/>
5. Консультант студента (математика) <http://www.studentlibrary.ru/>
6. Университетская библиотека online – архив научной классики <http://www.biblioclub.ru/>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.01 - Математика.

Автор(ы): Митрякова Татьяна Михайловна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Иванченко Михаил Васильевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.