

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Дополнительные главы функционального анализа

Уровень высшего образования
магистратура

Направление подготовки
01.04.01 Математика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная математика и приложения

Квалификация (степень)
магистр

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2023

1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части

Б1.07 Дополнительные главы функционального анализа

2. Планируемые результаты обучения

соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1. Знать принципы системного подхода, позволяющие осуществлять анализ проблемных ситуаций.	Знает методы анализа и синтеза, принципы абстрактного мышления для исследования неклассических задач математической физики, возможные прикладные интерпретации дифференциальных уравнений с частными производными	Задача (практическое задание)
	УК-1.2. Уметь вырабатывать стратегию действий при возникновении критических ситуаций.	Умеет анализировать абстрактные классические задачи, возникающих при моделировании различных процессов.	Задача (практическое задание), контрольная работа
	УК-1.3. Владеть навыками системного подхода к анализу проблемных ситуаций.	Владеет опытом анализа абстрактных неклассических задач, применения анализа и синтеза для создания методов их решения, опытом постановки и исследования задач, возникающих при моделировании различных процессов и явлений	Задача (практическое задание), контрольная работа
ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1. Знать основы фундаментальных дисциплин в области математических и (или) естественных наук.	Знает основные классы дифференциальных уравнений в частных производных, используемых в естественных науках, классические математические модели, применяемые в естественных науках	Задача (практическое задание)
	ОПК-1.2 Уметь выбирать методы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Умеет исследовать неклассические задачи математической физики, возможные прикладные интерпретации дифференциальных уравнений с частными производными	Задача (практическое задание)
	ОПК-1.3. Владеть навыками применения фундаментальных знаний в профессиональной деятельности.	Владеет опытом создания новых математических моделей, опытом исследования корректности этих моделей	Задача (практическое задание), контрольная работа

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
контактная работа:	50
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	58
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего, час.	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них				Самостоятельная работа, час.
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Необходимые сведения из теории конечномерных пространств	4	2			2	2
2. Вещественные и комплексные пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства	6	2			2	4
3. Ортогональность, подпространства. Теорема о проекции	6	2	2		4	2
4. Ортогональные системы	6	2			2	4
5. Теорема Рисса–Фреше о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве	4		2		2	2
6. Сильная и слабая сходимости в гильбертовом пространстве	8	2	2		4	4
7. Пространства l^2 . Изоморфизм сепарабельных пространств	6	2			2	4
8. Пространство L_2 . Сходимость в среднем. Полнота пространства L_p	4	2			2	2
9. Полнота систем функций в L_2	4		2		2	2
10. Теория рядов Фурье	6	2			2	4
11. Обобщенные производные и пространства С.Л.Соболева	4	2			2	2
12. Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве	4	2			2	2
13. Унитарные операторы. Проекционные операторы. Положительные операторы. Квадратный корень из положительного оператора. Спектр самосопряженного оператора. Вполне непрерывный оператор	8	2	2		4	4

14. Линейные операторные уравнения с вполне непрерывными операторами в гильбертовом пространстве	4	2			2	2
15. Принцип Шаудера и его применение.	8	2	2		4	4
16. Полная непрерывность оператора вложения С.Л.Соболева	4	2			2	2
17. Обратные операторы. Теорема Банаха–Хана и ее следствия	4	2			2	2
18. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах	6	2			2	4
19. Сопряженные пространства и сопряженные операторы	6		2		2	4
20. Компактные множества в компактных метрических, нормированных и гильбертовых пространствах	4		2		2	2
Текущий контроль	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого	144				50	58

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа является важной частью учебного процесса. Цель самостоятельной работы – формирование способностей и навыков к самообразованию и профессиональному совершенствованию. Она вырабатывает у студента культуру умственного труда, воспитывает целеустремленность, систематичность и последовательность в работе, развивает исследовательские способности.

4.1. Виды самостоятельной работы

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы:

- работа над основной и дополнительной литературой;
- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- выполнение домашних практических заданий (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

4.2. Задания для самостоятельной работы

- 1) Теорема о проекции
- 2) Полнота пространства L_p
- 3) Полнота систем функций в L_2
- 4) Проекционные операторы.
- 5) Квадратный корень из положительного оператора.
- 6) Вполне непрерывный оператор
- 7) Применение принципа Шаудера
- 8) Полная непрерывность оператора вложения С.Л.Соболева
- 9) Следствия теоремы Банаха–Хана
- 10) Компактные множества в метрических пространствах
- 11) Компактные множества в гильбертовых пространствах

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Инди- каторы компе- тенции	Оценка сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетвори- тельно	удовлетвори- тельно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
Знания	отсутствие знаний мате- риала	наличие грубых ошибок в ос- новном матери- але	знание основ- ного материала с рядом негрубых ошибок	знание основ- ного материала с рядом заметных по- грешностей	знание основ- ного материала с незначи- тельными по- грешностями	знание ос- новного материала без ошибок и погреш- ностей	знание основ- ного и допол- нительным материала без ошибок
Умения	полное отсут- ствие умений	недостаточно умений	умение ис- пользовать отдельные приемы при наличии су- щественных ошибок	умение исполь- зовать отдель- ные приемы при наличии незначитель- ных ошибок	умение ис- пользовать отдельные приемы	умение ис- пользовать приемы	умение ис- пользовать приемы и способность принимать решение на этой основе
Навыки	полное отсут- ствие навыков	отсутствие навыков	наличие ми- нимальных навыков	посредственное владение навы- ками	достаточное владение навыками	хорошее владение навыками	всестороннее владение навыками

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Неудовлетвори- то	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, и контроля сформированности компетенций

5.2.1. Примеры задач (практических заданий) для текущего контроля

1. Доказать, что в пространстве со скалярным произведением для любых x, y, z справедливо тождество Аполлония $\ z - x\ ^2 + \ z - y\ ^2 = \frac{1}{2} \ x - y\ ^2 + 2 \ z - \frac{x+y}{2}\ ^2$.	УК-1
2. Будет ли ограниченным в пространстве $C[0,1]$ линейный функционал $\langle x, f \rangle = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x(t^n) dt$?	ОПК-1

5.2.2. Примеры вопросов, выносимых на экзамен

Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве	УК-1
Унитарные операторы. Проекционные операторы.	ОПК-1

5.2.3. Примеры задач (практических заданий), выносимых на экзамен

1. Доказать, что функционал является линейным непрерывным, и найти его норму $\langle x, f \rangle = \int_{-1}^1 tx(t)dt, x \in C[-1,1]$.	УК-1
2. Будет ли ограниченным в пространстве $C[0,1]$ линейный функционал $\langle x, f \rangle = \int_0^1 x(t^2)dt$?	ОПК-1

5.2.4. Пример экзаменационного билета

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
Институт информационных технологий, математики и механики
Кафедра дифференциальных уравнений, математического и численного анализа

Дисциплина Дополнительные главы функционального анализа

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1.

- 1 Обобщенные производные и пространства С.Л.Соболева
- 2 Компактные множества в метрических пространствах
- 3 Задача

Зав. кафедрой _____ Калинин А.В.

Экзаменатор _____ Калинин А.В.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература

- 1) Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа (4-е изд.). М.: Наука, 1976 (djvu)
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
- 2) Халмош П. Гильбертово пространство в задачах. М.: Мир, 1970 (djvu)
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
- 3) Шилов Г.Е., Фан Дык Тинь. Интеграл, мера и производная на линейных пространствах. М.: Наука, 1967 (djvu)
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
- 4) Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального (2-е изд.). М.: Наука, 1965 (djvu) <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

6.2. Дополнительная литература

- 5) Вулих Б.З. Введение в функциональный анализ (2-е изд.). М.: Наука, 1967 (djvu)
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
- 6) Вулих Б.З. Краткий курс теории функций вещественной переменной. Введение в теорию интеграла (2-е изд.). М.: Наука, 1973 (djvu)
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

- 7) Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Мир, 1969 (djvu) <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
- 8) Рудин У. Основы математического анализа (2-е изд.). М.: Мир, 1976 (djvu) <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

6.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика.

Автор А.В. Калинин

Рецензент

Заведующий кафедрой А.В.Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.