

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

## **Рабочая программа дисциплины**

*Комплексный анализ*

---

Уровень высшего образования  
*бакалавриат*

---

Направление подготовки / специальность

*01.03.01 Математика*

---

Направленность образовательной программы  
*Общий профиль*

---

Форма обучения  
*Очная*

---

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.25 Комплексный анализ

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД   |
|------------|--|---|
| 1          | Блок 1. Дисциплины (модули)<br>Обязательная часть          | Дисциплина Б1.0.25, «Комплексный анализ», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика |

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)  | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции   |   | Наименование оценочного средства |
|--|---|---|----------------------------------|
|  | Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)  | Результаты обучения по дисциплине**   |                                  |
| <b>ПК-4</b><br><br>Способен собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать передовой отечественный и международный опыт в математической и информационной области исследований | <b>ПК-4.1: Знает</b><br>методы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в математической и информационной области исследований         | Знать основные принципы анализа и обобщения отечественного и международного опыта в области комплексного анализа, основы строгого доказательства утверждений, таких как теоремы Коши для односвязной и многосвязной областей, теорема Коши-Адамара, теоремы Тейлора и Лорана, формулировки результатов, связанных с исследованием функций комплексного переменного на аналитичность, конформность, однолиственность, вывода следствий из полученных результатов | Теоретические вопросы            |
|  | <b>ПК-4.2: Умеет</b><br>применять методы анализа научно-технической информации  | Уметь применять методы анализа информации к решению практических задач, связанных с интегрированием и дифференцированием функций комплексного переменного, с разложением функций комплексного переменного в ряды Лорана, с нахождением конформных отображений областей  | Задачи                           |
|  | <b>ПК-4.3: Имеет практический опыт</b><br>решения задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач | Владеть техникой строгого доказательства теоретических утверждений, связанных с вопросами аналитичности функций комплексного переменного, существования интеграла от функции комплексного переменного, существования особых точек функций и определения их типа   | Задачи                           |

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

|                    |                      |
|--------------------|----------------------|
|                    | Очная форма обучения |
| Общая трудоемкость | 4 ЗЕТ                |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Часов по учебному плану</b>                 | <b>144</b> |
| <b>в том числе</b>                             |            |
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b> | <b>66</b>  |
| - занятия лекционного типа                     | 32         |
| - занятия семинарского типа                    | 32         |
| - текущий контроль (КСР)                       | 2          |
| <b>самостоятельная работа</b>                  | <b>42</b>  |
| <b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>      | <b>36</b>  |

### 3.2. Содержание дисциплины

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины                             | Всего (часы) | В том числе   |                           |                            |           | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|---|--------------|---|---------------------------|----------------------------|-----------|---|
|   |              | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них |                           |                            |           |   |
|   |              | Занятия лекционного типа  | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего     |   |
| Тема 1<br>Введение. Комплексная плоскость   | 12           | 4   | 4                         |                            | 8         | 4   |
| Тема 2<br>Функции комплексного переменного (ФКП). Функции аналитические и гармонические | 12           | 4   | 4                         |                            | 8         | 4   |
| Тема 3<br>Конформные отображения  | 16           | 5   | 5                         |                            | 10        | 6   |
| Тема 4<br>Интеграл  | 11           | 3   | 3                         |                            | 6         | 5   |
| Тема 5<br>Ряды  | 8            | 2   | 2                         |                            | 4         | 4   |
| Тема 6<br>Ряды Лорана. Особые точки   | 14           | 4   | 4                         |                            | 8         | 6   |
| Тема 7<br>Теория вычетов  | 18           | 6   | 6                         |                            | 12        | 6   |
| Тема 8<br>Приложение теории вычетов к вычислению некоторых определенных интегралов      | 15           | 4   | 4                         |                            | 8         | 7   |
| Текущий контроль (КСР)  | 2            |   |                           |                            | 2         |   |
| Промежуточная аттестация – экзамен  | 36           |   |                           |                            |           |   |
| <b>Итого</b>  | <b>144</b>   | <b>32</b>   | <b>32</b>                 |                            | <b>66</b> | <b>42</b>                                 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам и учебным пособиям, указанным в списке литературы, решении практических задач.

Контроль самостоятельной работы - контрольная работа (по темам 1,2,3,4,5,6,7), домашние задания.

В частности, важной составляющей изучения дисциплины является самостоятельная работа обучающихся при подготовке к практическим занятиям по дисциплине с целью их наиболее эффективного проведения. При этой подготовке обучающиеся дополнительно самостоятельно изучают те разделы теоретического материала, которые являются базовыми при проведении очередной контрольной работы. Это дополнительное самостоятельное изучение, прежде всего, основано на углубленном самостоятельном изучении соответствующих разделов книг, учебно-методических пособий приведенных в списках основной и дополнительной литературы. Кроме того, при указанном дополнительном самостоятельном изучении можно использовать и доступные ресурсы сети Интернет, так как они являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Одними из возможных ресурсов для этой цели являются те, которые указаны в списке программного обеспечения и Интернет-ресурсов ниже в разделе.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | Шкала оценивания сформированности компетенций  |  |   |  |  |  |  |
|--|--|--|---|--|--|--|--|
|  | плохо  | неудовлетворительно  | удовлетворительно   | хорошо   | очень хорошо   | отлично  | превосходно  |
|  | Не зачтено   |  | Зачтено   |  |  |  |  |
| <u>Знания</u>  | Отсутствие знаний теоретического материала.<br>Невозможность оценить полностью знания вследствие | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественн | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |

|               |  |  |   |   |  |  |  |
|---------------|--|--|---|---|--|--|--|
|               | отказа обучающегося от ответа  |  |   | ошибок  | ых ошибок  |  |  |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа   | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.<br><br>Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.<br><br>Имели место грубые ошибки.  | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.                                      | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами   | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.  | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.  | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.   |

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Оценка     |                     | Уровень подготовки   |
|------------|---------------------|--|
| зачтено    | Превосходно         | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»   |
|            | Отлично             | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»                     |
|            | Очень хорошо        | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»           |
|            | Хорошо              | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»                       |
|            | Удовлетворительно   | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»  |

|  |       |   |
|--|-------|---|
|  | Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |
|--|-------|---|

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

| Вопросы  | Код формируемой компетенции |
|--|-----------------------------|
| 1. Понятие комплексного числа, арифметические действия над комплексными числами, геометрическое изображение комплексных чисел, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа, формулы Муавра. | ПК-4                        |
| 2. Понятие стереографической проекции. Связь координат точки и координат ее стереографической проекции.  | ПК-4                        |
| 3. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Понятие производной функции комплексного переменного. Критерий дифференцируемости.                           | ПК-4                        |
| 4. Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями.  | ПК-4                        |
| 5. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции, понятие конформного отображения.   | ПК-4                        |
| 6. Теорема Лорана.   | ПК-4                        |
| 7. Классификация изолированных особых точек. Поведение функции в проколотой окрестности изолированной особой точки.  | ПК-4                        |
| 8. Теорема Сохоцкого   | ПК-4                        |
| 9. Определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке. Основная теорема о вычетах.   | ПК-4                        |
| 10. Определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке. Теорема о вычислении вычета в полюсе.  | ПК-4                        |
| 11. Определение вычета функции $f(z)$ в изолированной особой точке. Теорема о сумме вычетов относительно всех особых точек, включая бесконечно удаленную.  | ПК-4                        |

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Найти  $(-1)^{\sqrt{2}}$ .
2. Выяснить какие кривые определяются следующими уравнениями (указать множество точек плоскости и порядок их прохождения):
  - 1)  $z = e^{2it} - 1, 0 \leq t \leq 2\pi;$
  - 2)  $z = a \cdot e^{it} + \frac{1}{a}e^{-it}, 0 \leq t \leq 2\pi, a > 1.$
3. Исследовать на аналитичность в области определения функцию  $f(z) = |z|^2 + 2z$ .
4. Во что преобразуется кольцо  $1 < |z| < 2$  при отображении функцией  $w = \frac{z}{z-1}$ .
5. Разложить в ряд Тейлора в окрестности точки  $z = 0$  функцию  $f(z) = \frac{1}{(1-z^4)(1+z+z^2+z^3)}$ .
6. Вычислить интеграл  $\int_{AB} z \operatorname{Re} z^2 dz$ ;  $AB$  — отрезок прямой,  $A = 0, B = 2 + 3i$ .

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций.- М.: Наука, 1978, 416 с. (43 экз.)

2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1987, 688 с. (34 экз.)
3. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1. - М.: Наука, 1976, 320 с. (21 экз.)
4. Волковыский И.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: Физматлит, 2006, 312 с. (65 экз.)

б) дополнительная литература:

Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1989, 477 с. (31 экз.), 1982, 488 с (25 экз.), 1976, 407 с. (19 экз.)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Комплексный анализ (Митрякова Т.М., Ястребова И.Ю.)»,

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5710>

созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

2. Znanium.com (математика) <http://www.znaniium.com/>
3. Лань (математика) <http://e.lanbook.com/>
4. Юрайт (математика) <http://www.biblio-online.ru/>
5. Консультант студента (математика) <http://www.studentlibrary.ru/>
6. Университетская библиотека online – архив научной классики <http://www.biblioclub.ru/>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типов), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ 01.03.01 Математика.

Автор к.ф.-м.н., доцент Т.М. Митрякова

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой М.В. Иванченко

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.