

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

---

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«14» декабря 2021 г. № 4

**Рабочая программа дисциплины**

**Оптимальное управление  
динамическими системами**

---

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

**Бакалавриат**

---

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

---

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

**Прикладная математика и информатика (общий профиль)**

---

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

**Очная**

---

*(очная / очно-заочная / заочная)*

**Нижний Новгород**

**2022 год приема**

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Код дисциплины **Б1.В.ДВ.06.01.**

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В1.ДВ.06.01 «Оптимальное управление динамическими системами», относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-13.:</b>  Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	<b>ПК-13.1.:</b>  Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике	<b>Знать:</b>  - понятия и утверждения дисциплины «Управление колебаниями динамических систем-2»:  1. Формулировку принципа максимума как необходимого условия оптимальности. 2. Постановки задач с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные. 3. Постановки задач оптимального быстродействия. 4. Методы синтеза оптимального управления и построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости.. 5. Формулировку принципа оптимальности Беллмана (метод динамического программирования).	Собеседование

		6. Вывод уравнение Беллмана. 7. Метод решения линейно-квадратичной задачи на конечном интервале времени с применением метода динамического программирования. 8. Применение второго метода Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации. 9. Метод решения стационарной линейно-квадратичной задачи с использованием алгебраического уравнение Риккати. 10. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности. 11. Способы решения краевых задач методом переноса граничных условий. 12. Метод Крылова и Черноушко. 13. Методы, использующие функции штрафа.	
	<b>ПК-13.3.:</b> Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности	<b>Уметь:</b> - использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Управление колебаниями динамических систем-2»: 1. Записывать необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина. 2. Решать задачи синтеза оптимального быстродействия на фазовой плоскости. 3. Записывать условия оптимальности в форме уравнения Беллмана. 4. Решать линейно-квадратичную задачу с применением метода динамического программирования. 5. Решать линейно-квадратичную задачу на бесконечном интервале времени. 6. Применять численные методы решения задач оптимального управления в конкретных задачах.	Практическая работа
	<b>ПК-13.4.</b> Владеет навыками использования математических методов обработки	<b>Владеть:</b> -навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований	Практическая работа

	информации, полученной в результате экспериментальн ых исследований		
--	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>33</b>
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<b>1. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ</b>  1.1. Особенности задач оптимального управления с ограничениями на функцию управления. 1.2. Принцип максимума как необходимое условие оптимальности. 1.3 Задачи с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные. 1.4. Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления. 1.5. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений. 1.6. Теорема Фельдбаума о числе переключений. Условие общности положения.	18	4	4		8	10

<b>2. МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ</b>  2.1. Принцип оптимальности Беллмана. 2.2. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана. 2.3. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени. 2.4. Связь между принципом оптимальности Беллмана и принципом максимума Понтрягина.	18	4	4		8	10
<b>3. ОПТИМАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ</b>  3.1. Постановка задачи о стабилизации системы. 3.2. Управляемость линейных систем. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации. 3.3. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати. 3.4. Нестационарные линейно-квадратичные задачи.	18	4	4		8	8
<b>4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ</b>  4.1. Общая классификация численных методов решения задач оптимального управления. 4.2. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности. 4.3. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий. 4.4. Метод Крылова и Черноусько. 4.5. Методы, использующие функции штрафа. 4.6. Численное решение задач оптимального быстрогодействия. 4.7. Методы теории возмущений. 4.8. Прямые методы решения задач оптимального управления. Конечномерные аналоги задач. Сведение к задаче нелинейного программирования. 4.9. Метод локальных вариаций. 4.10. Проблемы устойчивости численных методов. 4.11. Численные методы решения задач на бесконечном интервале времени.	17	4	4		8	11
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	1				1	
<b>Промежуточная аттестация - зачет</b>						
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>33</b>	<b>39</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме - зачет.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Оптимальное управление динамическими системами» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, выполнение домашних заданий и подготовку к экзамену.

Используются активные и интерактивные образовательные технологии в форме лекций, практических занятий.

**Лекция-информация.** Ориентирована на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

**Практические занятия.** Одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности обучающихся и приобретение умений и навыков. Данные учебные занятия углубляют, расширяют, детализируют полученные на лекции знания. Практическое занятие предполагает выполнение студентами по заданию и под руководством преподавателя нескольких самостоятельных работ.

#### Тематика самостоятельной работы

Примеры решения задач с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные с использованием принципа максимума Понтрягина. Проверка задания.

Примеры решения задач синтеза оптимального быстродействия. Проверка задания.

Примеры решения задач с использованием метода динамического программирования. Проверка задания.

Примеры решения задач оптимальной стабилизации. Проверка задания.

Примеры решения краевых задач методом переноса граничных условий. Проверка задания.

Примеры решения задач оптимального управления методом Крылова-Черноусько. Проверка задания.

Примеры численного решения задач оптимального управления методами, использующими штрафные функции.

Примеры численного решения задач оптимального управления методом сведения к задаче нелинейного программирования. Проверка задания.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**4. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно

(индикатора достижения компетенций)	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

<i>Вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Принцип максимума Понтрягина как необходимое условие оптимальности.	ПК-13
2. Задачи с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные.	ПК-13
3. Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления.	ПК-13
4. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений.	ПК-13
5. Принцип оптимальности Беллмана.	ПК-13
6. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана.	ПК-13
7. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени.	ПК-3
8. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации.	ПК-3
9. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати.	ПК-13
10. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности.	ПК-13
11. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий.	ПК-13
12. Метод Крылова и Черноусько.	ПК-13
13. Методы, использующие функции штрафа.	ПК-13
14. Численное решение задач оптимального быстродействия.	ПК-13
15. Прямые методы решения задач оптимального управления. Конечномерные аналоги задач. Сведение к задаче нелинейного программирования.	ПК-13



16. Метод локальных вариаций.	ПК-13
17. Проблемы устойчивости численных методов.	ПК-13
18. Численные методы решения задач на бесконечном интервале времени.	ПК-13

### 5.2.2. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-13

1. Формулировка необходимых условий оптимальности в задачах оптимального управления в форме принципа максимума Понтрягина.
2. Формулировка задачи оптимального быстродействия. Формулировка и доказательство теоремы Фельдбаума о числе переключений.
3. Примеры синтеза оптимальных быстродействий для линейных систем второго порядка.
4. Формулировка принципа оптимальности Беллмана. Вывод уравнения Беллмана для задач оптимального управления, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями.
5. Формулировка задачи об оптимальной стабилизации. Применение метода Ляпунова к решению задачи.
6. Классификация и краткий обзор методов численного решения задач оптимального управления.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература

1. Неймарк Ю.И. Математические модели в естествознании и технике. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2004. 401 с. 161 экз.
2. Баландин Д.В., Коган М.М. Использование LMI toolbox пакета Matlab в синтезе законов управления. Учебно-методические материалы по программе повышения квалификации «Информационные технологии и компьютерная математика». ННГУ, 2006.  
<http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=5&posdate=2006>

### б) Дополнительная литература

1. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>
2. Акуленко Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления. М.: Наука, 1987 <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>
3. Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1978. 336 с. 37 экз

### в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Ресурсы открытого доступа **Общероссийский математический портал**  
Math-Net.Ru <http://www.lib.unn.ru/er/mathnet.html> (<http://www.mathnet.ru/>)

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: д.ф.-м.н., проф. кафедры ДУМиЧА Баландин Д.В.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ДУМиЧА: д.ф.-м.н. Калинин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 1 декабря 2021 года, протокол № 2.