

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Динамика и устойчивость упругих механических систем

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы
Математическое моделирование и вычислительная математика

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.01.02 Динамика и устойчивость упругих механических систем относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-3: Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<p>ПК-3.1: Знает методы сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p> <p>ПК-3.2: Умеет собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p> <p>ПК-3.3: Имеет практический опыт сбора и обработки данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	<p>ПК-3.1: Знает основные понятия и правила в области распределенных упругих механических систем.</p> <p>ПК-3.2: Умеет использовать на практике математический аппарат и современные программные комплексы для описания динамики механических моделей, исследования их на устойчивость.</p> <p>ПК-3.3: Владеет навыками использования на практике аппарата современной теории распределенных упругих механических систем для математического и численного моделирования различных физических процессов.</p>	Задания Расчетно-графическая работа	Экзамен: Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	4

Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
Ф	Ф	Ф	Ф	Ф	
Введение.	8	2	2	4	4
Изгибные колебания стержня.	12	4	4	8	4
Проблема собственных значений.	24	8	8	16	8
Приближенные методы решения проблемы собственных значений.	20	6	6	12	8
Устойчивость и поведение вблизи границы устойчивости распределенных механических систем	20	6	6	12	8
Классификация и виды потери устойчивости.	12	4	4	8	4
Обзор курса	10	2	2	4	6
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	144	32	32	66	42

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Введение. Математическое моделирование упругих распределенных систем.
2. Изгибные колебания стержня. Вывод уравнения изгибных колебаний стержня. Матрично-операторная форма колебаний. Альтернативные, геометрические и физические краевые условия.
3. Проблема собственных значений. Постановка проблемы собственных значений, зависимость решения от свойств операторов. Связь проблемы собственных значений с проблемой устойчивости. Формула Релея. Постановка и решение проблемы собственных значений для консольно закрепленного и шарнирно закрепленного стержня.
4. Приближенные методы решения проблемы собственных значений. Метод Ритца. Метод Бубнова-Галеркина.

5. Устойчивость и поведение вблизи границы устойчивости распределенных механических систем. Устойчивость и поведение вблизи границы устойчивости распределенных упругих моделей в зависимости от граничных условий.
6. Классификация и виды потери устойчивости. Динамическая и статическая потеря устойчивости. Консервативная и не консервативная потеря устойчивости.
7. Обзор курса. Подготовка к промежуточной аттестации.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-3:

1. Написать уравнение продольных колебаний стержня в матричной форме, у которого один конец закреплен шарнирно, а другой свободен.
2. Написать уравнение продольных колебаний стержня, у которого оба конца закреплены шарнирно. Проверить операторы на самосопряженность.
3. Записать в матричной форме колебания струны.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа) для оценки сформированности компетенции ПК-3:

Уравнение поперечных колебаний стержня имеет вид:

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0,$$

где EI – изгибная жесткость стержня, m – распределенная масса, P – сжимающая нагрузка.

1. Проверить операторы задачи на самосопряженность в случае, когда оба конца стержня жестко закреплены: $y(x,t)|_{x=0} = y(x,t)|_{x=l} = 0$, $\frac{dy(x,t)}{dx}|_{x=0} = \frac{dy(x,t)}{dx}|_{x=l} = 0$ (l – длина стержня).

2. При отсутствии сжимающей нагрузки поставить задачу проблемы нахождения собственных значений и собственных форм деформации. Найти первые три собственных значения и соответствующие им формы деформации.

Найти первые три формы деформации в полиномиальном виде из условий согласования с граничными условиями и условиями ортонормированности форм и построить их график. Провести сравнительный анализ этих форм с формами, полученными из задачи на проблему собственных значений, используя метод среднего квадратичного отклонения в n узловых точках ($n=1000$).

Для наглядности соответствующие формы деформации, полученные разными подходами, должны быть изображены на одном графике.

3. Найти критическое значение сжимающей нагрузки, при которой происходит потеря устойчивости.

Критерии оценивания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих

Оценка	Критерии оценивания
	вопросах преподавателя

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-3

1. Вывод уравнений изгибных колебаний стержня. Альтернативные, геометрические и физические краевые условия в случае изгибных колебаний стержня.
2. Матрично-операторная форма уравнений колебаний распределенных систем. Пример для изгибных колебаний стержня.
3. Примеры матрично-операторной формы уравнений.
4. Проблема собственных значений. Постановка, зависимость решения от свойств операторов.
5. Постановка и решение проблемы собственных значений для шарнирно закрепленного стержня.
6. Постановка и решение проблемы собственных значений для консольного стержня.
7. Связь проблемы собственных значений с проблемой устойчивости. Формула Релея.
8. Приближенные методы решения проблемы собственных значений. Метод Ритца.

9. Приближенные методы решения проблемы собственных значений. Метод Бубнова-Галеркина.
10. Устойчивость и поведение вблизи границы устойчивости шарнирно закрепленного стержня при продольном сжатии.
11. Устойчивость консольно закрепленного стержня. Исследование методом Бубнова-Галеркина.
12. Устойчивость консольно закрепленного стержня. Исследование с использованием полиномов.
13. Схема и результаты точного исследования решения задачи об устойчивости консольного стержня.
14. Устойчивость шарнирно закрепленного стержня на упругом основании.
15. О статической и динамической потере устойчивости. О консервативной и неконсервативной потере устойчивости. Физический и математический смысл. Примеры.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Смирнов Лев Васильевич. Динамика упругого сжатого стержня при потере устойчивости : учебно-методическое пособие / Л. В. Смирнов, Д. В. Капитанов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2010. - 15 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=849906&idb=0>.
2. Горяченко Вадим Демьянович. Элементы теории колебаний : учеб. пособие для вузов. - 2-е изд.,

перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 2001. - 395 с. - ISBN 5-06-004166-2 : 80.85., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Болотин Владимир Васильевич. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. - М. : Физматгиз, 1961. - 339 с. : черт. - 1.04., 2 экз.
2. Вольмир Арнольд Сергеевич. Устойчивость деформируемых систем. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1967. - 984 с. : ил. - 4.17., 3 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/solid.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Капитанов Денис Владимирович, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.