

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Функциональные методы анализа стохастических систем

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки / специальность

02.04.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность образовательной программы

Автоматизация научных исследований

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.10 Функциональные методы анализа стохастических систем относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|--|--|--|------------------------------------|-------------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ОПК-3: Способен проводить анализ математических моделей, создавать инновационные методы решения прикладных задач профессиональной деятельности в области информатики и математического моделирования | ОПК-3.1: Знает методы теории алгоритмов, методы системного и прикладного программирования, основные положения и концепции в области математических, информационных и имитационных моделей ОПК-3.2: Умеет соотносить знания в области программирования, интерпретацию прочитанного, определять и создавать информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем ОПК-3.3: Имеет практический опыт применения разработки программного обеспечения и тестирования программных продуктов | ОПК-3.1: Знать функциональные методы размыкания корреляционных средних от стохастических функционалов ОПК-3.2: Уметь применять функциональные методы к исследованию нелинейных динамических систем с различными видами случайных возмущений ОПК-3.3: Владеть функциональным аппаратом статистического анализа при изучении нелинейных процессов и явлений | Практическая задача | Зачёт: Исследовательское задание |
| ОПК-4: Способен оптимальным образом комбинировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований | ОПК-4.1: Знает принципы сбора и анализа информации, создания информационных систем на стадиях жизненного цикла ОПК-4.2: Умеет осуществлять управление проектами информационных систем ОПК-4.3: Имеет практический опыт анализа | ОПК-4.1: Знать современное состояние исследований в области статистического анализа нелинейных динамических систем ОПК-4.2: Уметь применять функциональный аппарат вывода уравнений для средних | Практическая задача | Зачёт: Исследовательское задание |

| | | | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|--|--|--|
| информационной безопасности | и интерпретации информационных систем | характеристик в соответствии с типом поставленной задачи ОПК-4.3: Владеть навыками анализа полученных аналитическими и численно-аналитическими методами результатов, формулировки выводов и рекомендаций по отдельным разделам тем | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|--|--|--|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | |
|--|--------------------------|
| | очная |
| Общая трудоемкость, з.е. | 3 |
| Часов по учебному плану | 108 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 32 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 0 |
| - КСР | 1 |
| самостоятельная работа | 75 |
| Промежуточная аттестация | 0 Зачёт |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|---|--------------|--|--|-------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о |
| Тема 1. Элементы функционального анализа и теории случайных процессов | 10 | 6 | 0 | 6 | 4 |
| Тема 2. Формулы размыкания корреляции стохастических функционалов | 37 | 10 | 0 | 10 | 27 |

| | | | | | |
|---|-----|----|---|----|----|
| Тема 3. Статистический анализ нелинейных динамических систем с гауссовыми и телеграфными случайными воздействиями | 60 | 16 | 0 | 16 | 44 |
| Аттестация | 0 | | | | |
| КСР | 1 | | | 1 | |
| Итого | 108 | 32 | 0 | 33 | 75 |

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Понятие вариационной (функциональной) производной, различные определения. Основные правила функционального дифференцирования. Функциональный ряд Тейлора. Формула сдвига. Методы восстановления функционала по его вариационной производной. Задание случайных процессов с помощью вероятностного и характеристического функционалов. Описание случайных процессов на языке последовательностей моментных и кумулянтных функций.

Тема 2. Вывод общей формулы размыкания корреляции случайного процесса с произвольным функционалом этого процесса. Формула Фуруцу-Новикова для гауссова шума и ее обобщения. Общая формула размыкания корреляции двух функционалов одного и того же случайного процесса. Формула дифференцирования корреляционного среднего для марковского процесса. Формула дифференцирования Шапиро-Логина для марковского дихотомического шума. Размыкание корреляции для пуассоновского импульсного шума. Безгранично делимые и устойчивые распределения. Формула Леви-Хинчина. Применение теории безгранично делимых распределений к выводу корреляционной формулы для негауссова белого шума.

Тема 3. Функциональный метод вывода уравнения Фоккера-Планка из стохастического уравнения Ланжевена с гауссовым белошумовым источником. Демонстрация неразрывной связи флуктуационных и диссипационных процессов в термодинамике. Соотношение Эйнштейна. Моментная неустойчивость и устойчивость по вероятности на примере системы первого порядка с флуктуирующим параметром диссипации. Явление стохастического параметрического резонанса для классического осциллятора с флуктуирующей частотой. Вычисление средней интенсивности излучения лазера в стационарном режиме (в теории Лэмба третьего порядка). Вывод замкнутой системы уравнений для нелинейной системы первого порядка общего вида с возмущением в виде марковского дихотомического шума. Функциональный метод вывода уравнения Фоккера-Планка с дробной пространственной производной для системы первого порядка с воздействием в форме шума Леви с устойчивым вероятностным распределением. Стационарные вероятностные характеристики супердиффузии в форме полетов Леви.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Дубков А.А. Современные методы статистического анализа процессов переноса в биологических системах. Учебно-методические материалы. – Н.Новгород: ННГУ, 2007. – 92 с.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическая задача) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

Получить формулу дифференцирования функционального корреляционного среднего $\langle \eta(t) R_t[\eta] \rangle$ для марковского процесса, который скачком меняет свои значения на статистически независимые и одинаково распределенные с заданной плотностью вероятности $W_0(y)$. Моменты перескоков образуют пуассоновский поток событий со средней частотой ν , т.е. вероятность наличия n скачков на временном интервале длительностью T подчиняется закону:

$$P_n(T) = \frac{(\nu T)^n}{n!} e^{-\nu T}.$$

Применяя формулу дифференцирования Шапиро-Логина, вывести уравнение для характеристического функционала

$$\Theta_t[u] = \left\langle \exp \left\{ i \int_0^t u(\tau) \eta(\tau) d\tau \right\} \right\rangle$$

марковского дихотомического шума $\eta(t)$, принимающего с равными вероятностями значения $\pm a_0$ со средней частотой перескоков ν . Здесь $u(t)$ – детерминированная функция.

Вероятностный функционал гауссова стационарного случайного процесса $z(t)$ с нулевым средним значением $\langle z(t) \rangle = 0$ и ковариационной функцией $\langle z(t) z(t') \rangle = K(t - t')$ имеет вид

$$W[z] = N \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \iint z(s) z(s') \Phi(s - s') ds ds' \right\},$$

где N - постоянная нормировки. Определить формулу связи функций $K(\tau)$ и $\Phi(\tau)$, учитывая соотношение

$$K(t - t') = \overline{\int \int z(t) z(t') W[z] Dz}.$$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическая задача) для оценки сформированности компетенции ОПК-4:

Вывести уравнение для совместной плотности вероятности $W(x, v, t)$ координаты и скорости частицы, описываемой уравнением Ланжевена

$$m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \frac{dU(x)}{dx} = \eta(t),$$

где $\eta(t)$ - марковский дихотомический шум, переключающийся между значениями $\pm a$ со средней частотой ν .

Получить замкнутое уравнение для плотности вероятности $P(x, t)$ координаты $x(t)$ свободной частицы, движущейся в вязкой среде:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} = \xi(t),$$

где $\xi(t)$ - гауссов белый шум с нулевым средним значением и интенсивностью $2D$.

Рассматривается нелинейная динамическая система

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi(t),$$

возмущаемая гауссовым шумом с нулевым средним значением и экспоненциальной функцией корреляции

$$\langle \xi(t) \xi(t') \rangle = \frac{D}{\tau} e^{-|t-t'|/\tau}.$$

Применяя формулу Фуруцу-Новикова и используя малость времени корреляции τ , вывести приближенное уравнение Фоккера-Планка для плотности вероятности $W(x, t)$ в линейном приближении по τ .

Вывести формулу расщепления корреляции

$$\langle \eta(t') R_t[\eta(\tau)] \rangle,$$

где: $\eta(t)$ - марковский дихотомический процесс, принимающий значения ± 1 со средней частотой перескоков ν , $t' \geq t$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическая задача)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------|--|
| зачтено | При решении задачи использован теоретический материал курса и владение |

| | |
|------------|--|
| Оценка | Критерии оценивания |
| | математическим аппаратом. |
| не зачтено | Задача не решена. Знание теории отсутствует. |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|--|---|--|--|---|---|--|--|
| | не зачтено | | | зачтено | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

| | | | | | | | |
|--|--------|--|-----------------|------------|--|-----------|--|
| | ответа | | и недочетами | недочетами | | недочетов | |
|--|--------|--|-----------------|------------|--|-----------|--|

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|---------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Исследовательское задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-3

1. Функциональным методом получить замкнутое уравнение для плотности вероятности $P(x, t)$ фазовой переменной $x(t)$ нелинейной динамической системы, описываемой стохастическим уравнением

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + \zeta(t),$$

где $\zeta(t)$ – пуассоновский белый шум

$$\zeta(t) = \sum_k a_k \delta(t - t_k),$$

имеющий нулевое среднее значение $\langle \zeta(t) \rangle = 0$, с заданным вероятностным распределением амплитуд $W(a)$ и средней частотой появления импульсов ν . Найти установившееся ($t \rightarrow \infty$) вероятностное распределение для случая

$$W(a) = \lambda e^{-\lambda a}, \quad a > 0.$$

2. Двухуровневая квантовая система с энергиями уровней E_1 и E_2 ($E_1 < E_2$) взаимодействует со случайным окружением. Чему равно асимптотическое значение разности населенностей $\langle |q_2|^2 \rangle - \langle |q_1|^2 \rangle$, если комплексные переменные $q_1(t)$ и $q_2(t)$ удовлетворяют стохастическому уравнению Шредингера:

$$i\hbar \frac{dq_1}{dt} = E_1 q_1 + \eta(t) q_2,$$

$$i\hbar \frac{dq_2}{dt} = E_2 q_2 + \eta(t) q_1,$$

а $\eta(t)$ – марковский дихотомический шум, принимающий с равными вероятностями значения $\pm a_0$ со средней частотой переключений ν .

3. Найти условие устойчивости в средне-квадратичном гармонического осциллятора с флуктуирующим декрементом затухания

$$\ddot{x} + [2\delta + \xi(t)] \dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

где $\xi(t)$ – гауссов белый шум с нулевым средним значением и интенсивностью $2D$.

4. Определить условие устойчивости в среднем гармонического осциллятора с флуктуирующей частотой:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + [\omega_0^2 + \eta(t)]x = 0,$$

где $\eta(t)$ – марковский дихотомический шум, принимающий с равными вероятностями значения $\pm a_0$ со средней частотой переключений ν .

5. Найти установившееся ($t \rightarrow \infty$) вероятностное распределение переменной $x(t)$ в генетической модели Холгера

$$\frac{dx}{dt} = -\text{th } x + \frac{\eta(t)}{\text{ch } x},$$

где $\eta(t)$ – марковский дихотомический шум, принимающий с равными вероятностями значения $\pm a_0$ со средней частотой переключений ν .

6. Через уравнение для плотности вероятности найти установившийся ($t \rightarrow \infty$) начальный момент n -го порядка плотности изолированной биологической популяции $x(t)$, описываемой стохастическим уравнением Ферхюльста

$$\dot{x} = [h + \xi(t)]x - \beta x^2,$$

где $\xi(t)$ – гауссов белый шум с нулевым средним значением и интенсивностью $2D$ ($h, \beta > 0$).

7. Функциональным методом получить замкнутую систему уравнений для совместной плотности вероятности численностей популяций в биологической модели Лотки-Вольтерры “хищник-жертва”

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= [\alpha(1 + \eta(t)) - \beta y]x, \\ \frac{dy}{dt} &= [\delta x - \gamma(1 + \eta(t))]y. \end{aligned}$$

Здесь $x(t)$ – численность популяции жертв, $y(t)$ – численность популяции хищников, $\eta(t)$ – марковский дихотомический шум, принимающий с равными вероятностями значения $\pm a_0$ со средней частотой переключений ν ($\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – положительные параметры).

Указание. Воспользоваться представлением $P(x, y, t)$ в форме среднего

$$P(x, y, t) = \langle \delta(x - x(t)) \delta(y - y(t)) \rangle.$$

8. Функциональным методом вывести замкнутое уравнение для плотности вероятности интенсивности $I = |E|^2$ комплексного лазерного поля E

$$\frac{dE}{dt} = [\alpha + \xi(t)]E - \beta E|E|^2$$

с учетом флуктуаций параметра накачки, где $\xi(t)$ – гауссов белый шум с нулевым средним значением и интенсивностью $2D$ ($\alpha > 0, \beta > 0$).

9. Функциональным методом получить замкнутую систему уравнений для плотности вероятности $P(x, t)$ фазовой переменной динамической системы

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\eta(t) + h(x)\xi(t),$$

где: $\eta(t)$ – марковский дихотомический шум со значениями $\pm a_0$ и средней частотой переключений ν , $\xi(t)$ – гауссов белый шум с нулевым средним значением и интенсивностью $2D$.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Исследовательское задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-4

10. Функциональным методом получить замкнутое уравнение для плотности вероятности $P(x, t)$ фазовой переменной $x(t)$ нелинейной динамической системы, описываемой стохастическим уравнением

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g(x)L(t),$$

где $L(t)$ – белый шум с симметричным вероятностным распределением Леви с нулевым средним значением, индексом α и параметром интенсивности Q .

11. Получить уравнения для средних характеристик линейной системы общего вида с одним флуктуирующим параметром

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = [\mathbf{A} + \mathbf{B}\eta(t)] \vec{X},$$

где: \mathbf{A} и \mathbf{B} – $n \times n$ матрицы постоянных коэффициентов, $\eta(t)$ – марковский дихотомический шум, принимающий с равной вероятностью значения $\pm a_0$ со средней частотой перескоков ν .

12. Функциональным методом получить уравнение для совместной плотности вероятности $P(x, v, t)$ координаты $x(t)$ и скорости $v(t)$ гармонического осциллятора:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = L(t),$$

где $L(t)$ – белый шум с симметричным вероятностным распределением Леви с нулевым средним значением, индексом α и параметром интенсивности Q .

13. Функциональным методом получить уравнение для плотности вероятности $P(x, t)$ объема опухоли в модели Гомпертца

$$\frac{dx}{dt} = rx - \gamma x \ln x + \zeta(t)x,$$

где: r – темп роста опухоли, γ – фактор замедления роста, $\zeta(t)$ – пуассоновский белый шум

$$\zeta(t) = \sum_k a_k \delta(t - t_k)$$

с заданным вероятностным распределением амплитуд $W(a)$ и средней частотой появления импульсов ν . Найти установившееся ($t \rightarrow \infty$) вероятностное распределение для случая

$$W(a) = \lambda e^{-\lambda a} \quad \lambda \gg \nu$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Исследовательское задание)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Исследовательское задание выполнено самостоятельно или с подсказками преподавателя. |
| не зачтено | Исследовательское задание не выполнено даже с подсказками преподавателя. |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Кляцкин Валерий Исаакович. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. - М. : Наука, 1975. - 239 с. : граф. - (Современные проблемы физики). - 1.02., 3 экз.
2. Кляцкий Валерий Исаакович. Динамика стохастических систем : курс лекций. - М. : Физматлит, 2002. - 240 с. - ISBN 5-9221-0248-6 : 24.00., 2 экз.
3. Шапиро Владлен Ерахмилевич. Динамические системы при случайных воздействиях : Простые средства анализа / АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т физики им. Л. В. Киренского ; отв. ред. Г. М. Заславский. - Новосибирск : Наука, Сиб. отд-ние, 1983. - 160 с. : ил. - 1.60., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Кляцкин Валерий Исаакович. Стохастические уравнения и волны в случайно неоднородных средах. - М. : Наука, 1980. - 336 с. : ил. - 3.80., 19 экз.
2. Кляцкин Валерий Исаакович. Стохастические уравнения глазами физика. Основные положения, точные результаты и асимптотические приближения. - М. : Физматлит, 2001. - 528 с. - ISBN 5-9221-0186-2 : 96.23., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

https://www.studmed.ru/dubkov-a-a-sovremennye-metody-statisticheskogo-analiza-processov-perenosa-v-biologicheskikh-sistemah_b251a5f3f24.html

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, специализированным оборудованием: ноутбук, проектор, экран

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.04.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Дубков Александр Александрович, доктор физико-математических наук, доцент.

Рецензент(ы): Мальцев Александр Александрович, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 18.12.2023, протокол № 09/23.