

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
президиумом Ученого совета ННГУ
протокол от
14.12.2021 г. №4

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
09.03.03«Прикладная информатика
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Прикладная информатика в области обработки данных
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
Очно-заочная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2022

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.09 Дискретная математика относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.	Знать понятия и утверждения дисциплины «Дискретная математика»: 1) основные операции над множествами, законы и тождества алгебры множеств; 2) свойства бинарных отношений; 3) теорему о факторизации для отношений эквивалентности; 4) свойства конечных упорядоченных множеств; 5) свойства отображений: инъекцию, сюръекцию, биекцию; 6) основные правила комбинаторики: правила равенства, суммы, произведения, принцип последовательного выбора; 7) основные понятия комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания с повторениями и без повторений, формулы для	Контрольные вопросы Тестовые вопросы
	УК-1.2. Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.		

	<p>УК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.</p>	<p>вычисления их числа; 8) бином Ньютона и треугольник Паскаля;</p> <p>Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным: 1) доказывать тождества в алгебре множеств; 2) определять свойства бинарных отношений, строить классы эквивалентности для отношений эквивалентности, диаграммы Хассе для отношений порядка;</p> <p>Владеть различными методами и алгоритмами теории графов (метод поиска в ширину для построения метрических характеристик графа, алгоритм построения кода Прюфера для деревьев, алгоритм построения эйлерова цикла);</p>	
<p>ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.</p>	<p>Знать понятия и утверждения дисциплины «Дискретная математика»: 1) принцип включения-исключения; 2) понятия упорядоченного и неупорядоченного разбиения, формулы для вычисления числа разбиений с заданной спецификацией; 3) типы графов, способы задания графов в памяти ЭВМ; 4) понятие изоморфизма графов и инварианты при изоморфизме; 5) метрические характеристики графа; 6) важнейшие классы графов: деревья, эйлеровы, гамильтоновы, двудольные и планарные графы; критерии эйлеровости, двудольности и планарности графов.</p>	Контрольные работы
	<p>ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.</p>	<p>Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным: 1) применять основные правила комбинаторики для подсчета числа комбинаторных объектов, обладающих заданными свойствами; 2) находить метрические характеристики графа, распознавать свойства эйлеровости, двудольности, планарности графа, используя соответствующие критерии, строить код Прюфера для дерева.</p>	

	ОПК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть различными методами и алгоритмами теории графов (метод поиска в ширину для построения метрических характеристик графа, алгоритм построения кода Прюфера для деревьев, алгоритм построения эйлера цикла);	

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очно-заочная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация –зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Множества: Операции над множествами, их свойства. Диаграммы Венна. Прямое (декартово) произведение множеств. Бинарное отношение. Свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности, теорема о факторизации. Отношение порядка. Диаграмма Хассе.	24	6	5		11	13
Комбинаторика: Правила равенства, суммы и произведения, принцип последовательного выбора. Перестановки. Размещения и сочетания с повторениями и без повторений. Бином Ньютона и треугольник Паскаля. Упорядоченные разбиения с заданной спецификацией. Полиномиальная теорема. Принцип	24	5	6		11	13

включения-исключения.						
Графы: Типы графов. Изоморфизм, инварианты. Связность, компоненты связности, шарниры, перешейки. Метрические характеристики графов, вычисление расстояний методом поиска в ширину. Эйлеровы и гамильтоновы циклы, критерий эйлеровости графа. Деревья, их свойства. Код Прюфера. Двудольные графы. Планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Критерии планарности Понтрягина-Куратовского и Вагнера.	23	5	5		10	13
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация –зачет						
Итого	72	16	16	0	33	39

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет)

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа проходит в форме

- Выполнение домашних практических заданий.
- Чтение справочной, методической и научной литературы.
- Подготовка к выполнению письменных контрольных работ.
- Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
<ol style="list-style-type: none"> 1. Опишите понятие множества. 2. Чем отличается множество от подмножества? 3. Перечислите способы задания множеств. 4. Сформулируйте определения операций объединения, пересечения, разности, дополнения, симметрической разности. 5. В чем смысловая разница между записями $x \in A$ и $X \subseteq A$? 6. В чем смысловая разница между записями $X \subset A$ и $X \subseteq A$? 7. Какие операции над множествами обладают свойством коммутативности? 8. Какие операции над множествами обладают свойством ассоциативности? 9. Сформулируйте дистрибутивные законы для операций объединения и пересечения. 10. Сформулируйте законы де-Моргана. 11. Дайте определение прямого (декартова) произведения множеств. 12. Сформулируйте теорему о мощности прямого произведения множеств. 13. Что означает запись A^n для множества A? 14. Что означает запись 2^A для множества A? 15. Какова мощность множества всех подмножеств n-элементного множества? 16. Дайте определение бинарного отношения. 17. Перечислите свойства бинарных отношений. 18. Какое отношение называется отношением эквивалентности? Приведите пример отношения эквивалентности. 19. Из каких элементов множества образуется класс эквивалентности? 20. Дайте определение разбиения множества. 21. Какое множество называется фактор-множеством по отношению эквивалентности? 22. Какое отношение называется отношением порядка? Приведите пример отношения порядка. 23. Какие характеристики отношения порядка можно определить с помощью диаграммы Хассе? 24. Дайте определения инъекции, сюръекции и биекции. Приведите примеры. 	УК-1
<ol style="list-style-type: none"> 1. Сформулируйте правила равенства, суммы и произведения комбинаторики. 2. Дайте определение перестановки из n различных элементов. Приведите формулу для числа перестановок из n элементов. 3. Дайте определение размещения из n элементов по k. Приведите формулу для числа размещений из n по k. 4. Дайте определение сочетания из n элементов по k. Приведите формулу для числа сочетаний из n по k. 5. Воспроизведите формулу бинома Ньютона. Что такое биномиальные коэффициенты? Перечислите свойства биномиальных коэффициентов. 6. Какой вид имеет треугольник Паскаля? Что он позволяет вычислять? 7. Чему равно число упорядоченных разбиений множества из n элементов на 	ОПК-1

<p>k частей, среди которых могут быть пустые? Приведите формулу.</p> <p>8. Приведите формулу для числа упорядоченных разбиений множества из n элементов на k частей с заданными мощностями $n_i, i=1, \dots, k$.</p> <p>9. Сформулируйте полиномиальную теорему.</p> <p>10. Дайте определение сочетания с повторениями. Чему равно число сочетаний с повторениями из n по k?</p> <p>11. Приведите формулу включений-исключений для двух и трех множеств.</p> <p>12. Сформулируйте определение понятия графа.</p> <p>13. Какие типы графов вам известны?</p> <p>14. Какие способы задания графов вам известны? Какие из них могут использоваться для задания графов в памяти ЭВМ?</p> <p>15. Какие графы называются изоморфными? Перечислите известные вам инварианты для изоморфных графов.</p> <p>16. Как определяется расстояние между двумя вершинами графа?</p> <p>17. Перечислите метрические характеристики графа и дайте определение каждой из них.</p> <p>18. Какой граф называется эйлеровым? Что такое эйлеров путь в графе?</p> <p>19. Сформулируйте необходимое и достаточное условие эйлеровости графа.</p> <p>20. Какой граф называется деревом? Какое дерево называется корневым?</p> <p>21. Какова длина кода Прюфера для дерева с n вершинами? Могут ли повторяться номера вершин в коде Прюфера?</p> <p>22. Продемонстрируйте алгоритм построения кода Прюфера на примере произвольного дерева с 6 вершинами.</p> <p>23. Продемонстрируйте алгоритм восстановления дерева по коду Прюфера на примере кода $p(T) = (6354417)$.</p> <p>24. Дайте определения планарного и плоского графов. Что такое грань плоского графа?</p> <p>25. Приведите формулу Эйлера, связывающую число вершин, число ребер и число граней плоского графа.</p> <p>26. Сформулируйте следствие из теоремы Эйлера, устанавливающее связь между числом вершин и числом ребер в планарном графе.</p> <p>27. Сформулируйте критерий Понтрягина-Куратовского планарности графа.</p> <p>28. Сформулируйте критерий Вагнера планарности графа.</p>	
--	--

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции УК-1

Вариант № 1	Вариант № 2
<p>1. Определить $A \otimes B$, если</p> <p>$U = \{1,2,3,4,5,6\}, A - B = \{1,6\}, B - A = \{3\}$.</p> <p>Ответ: 1) $\{1,3,6\}$ 2) $\{1,2,6\}$ 3) $\{2,4,5\}$ (+)</p> <p>2. Упростить выражение: $A \dot{B} C \cup \dot{B}$.</p> <p>Ответ: 1) \dot{B} (+) 2) AC 3) $A \dot{B} C$</p> <p>3. Верно ли утверждение:</p>	<p>1. Определить $A \otimes B$, если</p> <p>$U = \{1,2,3,4,5,6\}, A \cup B = \{1,2,3,6\}, B \cap A = \{3\}$.</p> <p>Ответ: 1) $\{1,3,6\}$ 2) $\{1,2,6\}$ 3) $\{3,4,5\}$ (+)</p> <p>2. Упростить выражение: $A \dot{B} C \cup B$</p> <p>Ответ: 1) B 2) $AC \cup B$ (+) 3) $A \dot{B} C$</p> <p>3. Верно ли утверждение:</p> $(A \otimes \emptyset) - (\dot{B} \otimes U) = A - B ?$

$(A \otimes \emptyset) \cup \bar{B} = A - B ?$ Ответ: 1) да 2) нет (+) 4. Сколько подмножеств у множества $A = \{a, b, \emptyset, \{\emptyset\}\} ?$ Ответ: 1) 4 2) 16 (+) 3) 8 4) 12 5. Транзитивно ли бинарное отношение $aRb \leq a - b = 2$, заданное на множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} ?$ Ответ: 1) да 2) нет(+) 6. Задан код Прюфера $p(T) = (3, 1, 7, 6, 3, 1, 7)$. Найти множество вершин, смежных с вершиной 1. Ответ: 1) $\{2, 3, 6\}$ 2) $\{3, 4, 9\}$ 3) $\{3, 4, 7\}$ (+) 7. Верна ли формула: $A_n^m = C_n^m \cdot n!$? Ответ: 1) да 2) нет(+) 8. Верно ли, что всякий граф, содержащий восемь ребер, является планарным? Ответ: 1) да (+) 2) нет	Ответ: 1) да (+) 2) нет 4. Сколько подмножеств у множества $A = \{a, \emptyset, \{\emptyset\}\} ?$ Ответ: 1) 4 2) 2 3) 8 (+) 4) 7 5. Транзитивно ли бинарное отношение $aRb \leq a$ делится нацело, заданное на множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} ?$ Ответ: 1) да (+) 2) нет 6. Задан код Прюфера $p(T) = (1, 3, 3, 7, 5, 1, 7)$. Найти множество вершин, смежных с вершиной 1. Ответ: 1) $\{2, 5, 9\}$ 2) $\{2, 5, 7\}$ (+) 3) $\{2, 6, 7\}$ 7. Верна ли формула: $A_n^n = n \cdot A_{n-1}^{n-1} ?$ Ответ: 1) да (+) 2) нет 8. Верно ли, что всякий граф, содержащий n вершин и $n + 2$ ребер, при любом n является планарным? Ответ: 1) да 2) нет(+)
---	--

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Образец контрольной работы по алгебре логики.

Вариант № 1	
1. Верно ли тождество $(x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3) \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = \overline{x_1 x_2 x_3} \vee x_1 \vee x_2 \vee x_3$.	
2. Найдите и удалите фиктивные переменные у функции, заданной вектором значений $\tilde{f} = 0111100101111001$. Для функции, полученной после удаления фиктивных переменных, постройте СДНФ, полином Жегалкина.	
3. Выясните, полна ли система функций $\{(x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3, \overline{x_1 \oplus x_2 \oplus x_3}\}$.	
4. Сколько функций от переменных x_1, x_2, \dots, x_n содержит множество $S \cup (T_0 - T_1)$?	

Образец контрольной работы по теории кодирования .

Вариант № 1

1. Постройте оптимальное двоичное кодирование для алфавита $A = \{a_1, a_2, \dots, a_8\}$ с набором частот $P = (0.2, 0.12, 0.35, 0.05, 0.08, 0.1, 0.04, 0.06)$.
2. Выясните, является ли код $V = \{01, 12, 012, 0102, 020112\}$ взаимно-однозначным. Существует ли спектрально эквивалентный ему двоичный префиксный код?

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Высшая школа, 2008. 80 экз.
2. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. - Сборник задач по дискретной математике: [для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М.: Наука, 1977. - 368 с. 150 экз.

б) дополнительная литература:

1. Копылов В.И. Курс дискретной математики. – СПб: Изд-во «Лань», 2011. – 208 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1798

2. Мальцев И.А. Дискретная математика. – СПб: Изд-во «Лань», 2011. – 304 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=638

в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика».

Автор _____ доцент Смирнова Т.Г.

Рецензент _____ профессор Федосенко Ю.С.

Заведующий кафедрой _____ профессор Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

01.12.2021 года, протокол № 2