

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

модуля (курса)

«Практикум по решению школьных математических задач»

1. АННОТАЦИЯ

Программа представлена следующими разделами : арифметика, прогрессии, текстовые задачи, стохастика , уравнения, неравенства и их системы: общие методы решения, функции, геометрия

В рамках раздела «Арифметика» рассматриваются задачи на свойства делимости, деление с остатком, каноническое разложение натуральных чисел, алгоритм Евклида, . нахождение наибольшего общего делителя, наименьшего общего кратного , нахождение простых чисел, доказательства основных теорем арифметики.

При рассмотрении раздела «Уравнения, неравенства и их системы: общие методы решения» решаются задачи на тождественные преобразования аналитических выражений, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств, уравнений, содержащих переменную под знаком модуля, показательных и логарифмических уравнений, неравенств, содержащих переменную под знаком модуля, показательных и логарифмических неравенств.

При изучении раздела «Функции» основное внимание уделено решению задач на элементарные функции, составление графиков функций, способы построения функций, преобразования графиков функций.

В рамках раздела «Геометрия» основное внимание уделено решению задач на основные понятия курса планиметрии, основные методы решения геометрических задач на вычисление и доказательство, геометрические построения на плоскости, геометрические построения в пространстве.

Основной формой итоговой аттестации слушателя при освоении курса является зачет.

Цель: специальная подготовка будущего учителя математики в соответствии с требованиями государственного стандарта.

2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В данном разделе приводится подробное описание содержания учебных тем. Описание должно соответствовать структуре программы.

Учебная программа по модулю

№ п/п	Наименование модуля, разделов и тем	Содержание обучения (по темам в дидактических единицах), наименование и тематика лабораторных работ, практических занятий (семинаров), самостоятельной работы с указанием кол-ва часов, используемых образовательных технологий и рекомендуемой литературы
1.	2.	3.
	Лабораторные работы	Наименование (кол-во часов)
	Практические занятия (семинары)	36 часов Свойства делимости. Деление с остатком

		Каноническое разложение натуральных чисел Простые числа. Основная теорема арифметики. Признаки делимости Прогрессии Комбинаторика Вероятность Статистика Уравнения, неравенства и их системы: общие методы решения. Тождественные преобразования аналитических выражений Решение рациональных и иррациональных уравнений и неравенств. Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля, показательных и логарифмических уравнений. Решение неравенств, содержащих переменную под знаком модуля, показательных и логарифмических неравенств. Элементарные функции. Графики функций. Способы построения функций. Преобразования графиков функций. Геометрия Основные понятия курса планиметрии. Основные методы решения геометрических задач на вычисление и доказательство.
	Стажировка	Тематика (кол-во часов)
	Самостоятельная работа	Тематика (кол-во часов)

1. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ МОДУЛЯ

(формы аттестации, оценочные и методические материалы)

Программа предусматривает организацию самостоятельной работы слушателей. Основные виды самостоятельной работы: изучение основной и дополнительной литературы, нормативных документов; выполнение заданий при подготовке к практическим занятиям; поиск интернет-ресурсов при подготовке рефератов, ответов на вопросы, подготовка к зачёту.

Самостоятельная работа предполагает следующие формы и методы:

- *индивидуальные задания:*
 - подготовка конспектов, рефератов с мультимедиа-презентацией;
 - работа с интернет-сайтами для получения материалов при подготовке рефератов и ответов;
 - подготовка к сдаче зачёта.

- *групповые задания:*

- фронтальные опросы (устные и письменные).

Текущий контроль осуществляется посредством индивидуальных и фронтальных форм организации обучения (опрос, дискуссия, презентация).

Промежуточный контроль осуществляется по результатам изучения темы в форме подготовки рефератов, презентаций, кластеров, буклетов, интеллект-карт.

Для проведения контроля сформированности компетенции используется устный опрос при проведении зачета.

Шкалы оценки для проведения зачета

Оценка «зачтено» выставляется слушателю, если он выполнил на 60% рекомендуемые задания практической составляющей курса (подготовил реферат, презентацию, буклет, составил интеллект-карту, кластер, написал эссе), ответил на выбранные случайным образом два теоретических вопроса.

Оценка «не зачтено» выставляется слушателю, если он выполнил менее 60% рекомендуемых заданий практической составляющей курса, допустил грубые ошибки в содержании ответов на выбранные случайным образом два теоретических вопроса на зачёте.

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- устный ответ;

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- письменная реферативная работа;

- презентации.

Критерии и показатели оценки устного ответа

Показатели	Критерии оценки показателя		
	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно
Знание материала	– содержание материала раскрыто в полном объеме, предусмотренным программой	– не полно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса, достаточное для дальнейшего изучения программ. материала	– не раскрыто основное содержание учебного материала
Последовательность изложения	– содержание материала раскрыто последовательно, достаточно хорошо продумано	– последовательность изложения материала недостаточно продумана	– путаница в изложении материала
Владение речью и терминологией	– материал изложен четко, с точным использованием терминологии	– в изложении материала имелись затруднения и допущены ошибки в определении понятий и в использовании терминологии	– допущены ошибки в определении понятий
Применение конкретных примеров	– показано умение иллюстрировать материал конкретными примерами	– приведение примеров вызывает затруднение	– неумение приводить примеры при объяснении материала
Знание ранее изученного материала	– продемонстрировано усвоение ранее изученного материала	– с трудом вспоминает ранее изученный материал	– незнание ранее изученного материала
Уровень теоретического анализа	– показано умение делать обобщение, выводы, сравнение; –	– обобщение, выводы, сравнение делаются с помощью преподавателя	– полное неумение делать обобщение, выводы, сравнения
Степень самостоятельности	– содержание материала изложено самостоятельно, без наводящих вопросов	– содержание материала излагалось с помощью наводящих вопросов и подсказок	– содержание материала излагалось с многочисленными подсказками, показавшими незнание или непонимание большей

			части учебного материала
Выполнение регламента	– материал изложен в строго определенные рамки, ответы лаконичны	– изложение материала растянуто	– регламент выступления не соблюден

Критерии оценки письменной реферативной работы

«Отлично» – реферативная работа полностью раскрывает основные вопросы теоретического материала. Слушатель приводит информацию из первоисточников и изданий периодической печати, приводит практические примеры, отвечает на дополнительные вопросы преподавателя (при докладе).

«Хорошо» – реферативная работа частично раскрывает основные вопросы теоретического материала. Слушатель приводит информацию из первоисточников, отвечает на дополнительные вопросы преподавателя (при докладе), но при этом дает не четкие ответы, без достаточно их аргументации.

«Удовлетворительно» – реферативная работа в общих чертах раскрывает основные вопросы теоретического материала. Слушатель приводит информацию только из учебников. При ответах на дополнительные вопросы путается в ответах, не может дать понятный и аргументированный ответ.

Критерии оценивания презентаций

Оценка «отлично» ставится, если:

Тема презентации	Соответствие названию ВМ.
Дидактические и методические цели и задачи презентации	Соответствие целей поставленной теме. Достижение поставленных целей и задач.
Выделение основных идей презентации	Соответствие целям и задачам. Содержание умозаключений. Вызывают интерес у аудитории.
Содержание	Достоверная информация. Все заключения подтверждены достоверными источниками. Язык изложения материала понятен аудитории. Актуальность, точность и полезность содержания.
Подбор информации для создания презентации	Наличие графических иллюстраций для презентации, статистики, диаграмм, графиков, примеров, сравнений, цитат и т.д. Использование ресурсов Интернет.
Подача материала презентации	Хронология. Приоритет. Тематическая последовательность. Структура по принципу «проблема–решение».
Логика и переходы во время презентации	От вступления к основной части. От одной основной идеи (части) к другой. От одного слайда к другому. Гиперссылки.
Заключение	Яркое высказывание – переход к заключению. Повторение основных целей и задач. Выводы. Подведение итогов. Короткое и запоминающееся высказывание в конце.
Дизайн презентации	Шрифт (читаемость). Корректно выбран цвет (фона, шрифта, заголовков). Элементы анимации.
Техническая часть	Грамматика. Культура письменной речи. Отсутствие ошибок правописания и опечаток.

Оценка «хорошо» бакалавру ставится, если:

Тема презентации	Соответствие названию ВМ.
Дидактические и методические цели и задачи презентации	Незначительное нарушение в постановке целей, задач.

Выделение основных идей презентации	Выявлены незначительные нарушения в содержании умозаключений. Затруднён процесс восприятия презентации.
Содержание	Достоверная информация. Все заключения подтверждены достоверными источниками. Наблюдаются моменты, затрудняющие понимание аудиторией излагаемого материала. Актуальность, точность и полезность содержания.
Подбор информации для создания презентации	Не использованы все возможности подбора информации для создания презентации (наличие графических иллюстраций для презентации, статистики, диаграмм, графиков, примеров, сравнений, цитат и т.д.) Использование ресурсов Интернет.
Подача материала презентации	Незначительно нарушена хронология события. Приоритет. Тематическая последовательность. Структура по принципу «проблема–решение».
Логика и переходы во время презентации	Незначительно нарушены переходы (от вступления к основной части, от одной основной идеи (части) к другой, от одного слайда к другому). Гиперссылки.
Заключение	Незначительные нарушения в оформлении заключения. (яркое высказывание – переход к заключению, повторение основных целей и задач, выводы, подведение итогов, короткое и запоминающееся высказывание в конце).
Дизайн презентации	Незначительное нарушение в дизайне презентации (шрифт (читаемость), корректно выбран цвет (фона, шрифта, заголовков), элементы анимации).
Техническая часть	Незначительные нарушения в речевом оформлении (Грамматика, культура письменной речи, отсутствие ошибок правописания и опечаток).

Оценка «удовлетворительно» бакалавру ставится, если:

Тема презентации	Соответствие названию ВМ.
Дидактические и методические цели и задачи презентации	Нарушение в постановке целей, задач.
Выделение основных идей презентации	Выявлены нарушения в содержании умозаключений. Затруднён процесс восприятия презентации.
Содержание	Нарушена достоверность информации. Не все заключения подтверждены достоверными источниками. Наблюдаются моменты, затрудняющие понимание аудиторией излагаемого материала. Не прописана актуальность, наличие неточностей в содержании.
Подбор информации для создания презентации	Не использованы все возможности подбора информации для создания презентации (наличие графических иллюстраций для презентации, статистики, диаграмм, графиков, примеров, сравнений, цитат и т.д.) Не использование ресурсов Интернет.
Подача материала презентации	Нарушена хронология событий. Отсутствует тематическая последовательность. Нарушена структура по принципу «проблема–решение».
Логика и переходы во время презентации	Нарушены переходы (от вступления к основной части, от одной основной идеи (части) к другой, от одного слайда к другому). Наличие нерабочих гиперссылок.
Заключение	Нарушения в оформлении заключения (яркое высказывание – переход к заключению, повторение основных целей и задач, выводы, подведение итогов, короткое и запоминающееся высказывание в конце).
Дизайн презентации	Нарушение в дизайне презентации (шрифт (читаемость), корректно выбран цвет (фона, шрифта, заголовков), элементы анимации).
Техническая часть	Нарушения в речевом оформлении (грамматика, культура письменной речи, отсутствие ошибок правописания и опечаток).

Примерная тематика учебно–исследовательских реферативных работ

1. Основные подходы к реализации практических занятий по решению задач.

2. Основные подходы к оценке качества подготовки и способы их реализации.
3. Система оценивания и контроль качества образования в образовательных учреждениях разного типа и уровня.
4. Современные тенденции в оценивании школьных достижений по математике .
5. Виды контроля в учебном процессе по математике.
6. Функции оценки в современном учебном процессе.
7. Понятие «Портфолио» в современном образовательном процессе.

Примерные вопросы для индивидуального собеседования

1. Понятие «метод решения математических задач».
2. Основные методы решения задач по математике.
3. Соотношение алгоритмических и эвристических методов решения учебных задач.
4. Определение алгоритма в математике.
5. Основные характеристики алгоритма как математического понятия.
6. Структура алгоритма (общенаучного и учебного).
7. Виды алгоритмов решения задач по математике.
8. Определение вычислительных задач, их виды.
9. Формы задания ситуации вычислительной задачи.
10. Методы и способы решения вычислительных задач.
11. Структура деятельности учащихся по решению задач.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и для контроля сформированности компетенции

Раздел 1 АРИФМЕТИКА

Задачи на делимость. НОД и НОК

Задачи для решения:

1. Доказать, что существует число, записанное с помощью одних единиц, которое делится на 2007.
2. Доказать, что сумма кубов трех последовательных чисел делится на 9.
3. Доказать, что $7^n + 3n - 1 \div 9, n \in \mathbb{N}$.
4. Доказать, что $a^{n+4} - a^n \div 30, n \in \mathbb{N}$.
5. Доказать, что $(x^2y^3 - 4x^2y)(x^4 + x^2 - 2) \div 216, x, y \in \mathbb{N}$.
6. Доказать, что произведение двух последовательных чисел при делении на 3 дает остаток 0 или 2.
7. Доказать, что $a^4 + 4$ составное число при $\forall a \in \mathbb{N}, a > 1$.
8. Доказать, что квадрат любого простого числа, неравного 2 и 3 при делении на 12 дает остаток 1.
9. Найти НОД и НОК чисел 4620 и 2100 с помощью разложения на простые множители.
10. Найти НОД (13566; 19074; 8211) с помощью алгоритма Евклида.
11. Найти числа a и b , если $(a, b) = 13, [a, b] = 1989$.
12. Найти числа a и b , если $a + b = 667, \frac{[a, b]}{(a, b)} = 120$.
13. Известно, что $\text{НОД}(a, b) = 1$. Чему тогда, равен $\text{НОД}(11a + 2b, 18a + 5b)$, 19 или 1?

Уравнения в целых числах

Задачи для решения:

1. Найти такие целые x и y , что $1232x + 1672y = 88$.
2. Найти все целые решения уравнений:
 - 1) $16x - 34y = 7$
 - 2) $27x - 40y = 1$
 - 3) $13x - 15y = 7$
 - 4) $81x + 52y = 5$
 - 5) $24x - 56y = 72$
 - 6) $xy = x + y$
 - 7) $p(x + y) = xy$
 - 8) $x^2 - 4xy + 5y^2 = 169$
 - 9) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{14}$

Антъе

Задачи для решения:

1. Построить графики функций:
 - а) $y = [x] + 2$; б) $y = [2x]$;
 - в) $y = 2[x]$; г) $y = 2\{x\}$;
 - д) $y = [\sin x]$; е) $y = [x] \cdot \{x\}$.
2. Решить графически уравнения:
 - а) $[x] = 2\{x\}$; б) $1 - x = \{x\}$; в) $2\{x\} = 1 - \frac{x}{2}$; г) $[x - 1] = \left[\frac{x + 2}{2} \right]$.
3. Решить аналитически уравнения:
 - а) $[x + 1,3] = -5$; б) $\left[2x + \frac{1}{5} \right] = 1$; в) $[3x - 5,2] = 2\frac{3}{7}$; г) $\left\{ x + \frac{1}{3} \right\} = \frac{1}{2}$;
 - д) $[x + 1] + [x - 2] - [x + 3] = 2$; е) $[x]^2 - 5[x] + 6 = 0$; ж) $\{x\}^2 - \frac{3}{4}\{x\} + \frac{1}{8} = 0$;
 - з) $[x^2 - 5x + 6] = 1$; и) $[\sin x] = [\cos x]$; к) $x + [x] + \{x\} = 0$.
4. Решить неравенства:
 - а) $[x] < 2$; б) $[x] \leq 2$; в) $[x] > 2$; г) $[x] \geq 2$; д) $[x]^2 - 5[x] - 6 > 0$.
5. Доказать, что если $n \in N$, то $\left[\frac{[x]}{n} \right] = \left[\frac{x}{n} \right]$.

Системы счисления

Задачи для решения:

1. Вычислить в двоичной системе счисления
 $(110011 - 10101) : 101 + (10011 + 1001) \cdot 111$
2. Вычислить в пятеричной системе счисления, затем перевести все числа в десятиричную систему счисления, вычислить и сравнить полученные результаты
 $(4032 + 3434) \cdot 241 + (4400 - 4004) : 4$
3. Записать число 27_{10} в 3, 5, 7, 13 – ричной системе счисления.

4. $\overline{abc}_5 = \overline{cba}_8$, Найти a, b, c .
5. При $g = 10$ число равно 16. В какой системе счисления оно будет равно 31.
6. Доказать, что в системе счисления $g = a$ удвоенное число, предшествующее основанию и квадрат этого числа, записываются одними и теми же цифрами, но в обратном порядке.
7. Доказать, что число 144 будет являться квадратом любого натурального числа в системе счисления с любым основанием $g > 4$.
8. В какой системе счисления число 16324 есть квадрат 125.
9. Найти все системы счисления, в которых признаком делимости на данное число d любого числа является делимость суммы его цифр на d . Установить, в каких системах счисления сохраняется признак делимости на 3 и на 9.

Арифметическая и геометрическая прогрессии

1. Сумма третьего и седьмого членов арифметической прогрессии равна 6, а произведение равно 8. Найти сумму первых 16 членов этой прогрессии.
2. Разность арифметической прогрессии равна 6, а сумма первых 10 членов равна 340. Найти десятый член прогрессии.
3. Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 18. Найти восьмой член прогрессии, если произведение первых двух членов равно 12.
4. Сумма n членов арифметической прогрессии $S_n = 5n^2 - 6n$. Найти a_3 .
5. Сумма первых n членов арифметической прогрессии, разность которой отлична от нуля, равна половине суммы следующих n членов. Найти отношение суммы первых $3n$ членов прогрессии к сумме первых n членов.
6. Найти сумму всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 150.
7. Найти сумму членов арифметической прогрессии с тридцатого по сороковой включительно, если $a_n = 3n + 5$.
8. Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии равна 30, а сумма следующих четырех членов равна 480. Найти первый член прогрессии.
9. При каких x числа $\lg 2, \lg(3^x - 3), \lg(3^x + 9)$ являются последовательными членами арифметической прогрессии?
10. Решить уравнение $1 + 7 + 13 + \dots + x = 280$, x - натуральное число, слагаемые являются последовательными членами арифметической прогрессии?
11. Доказать, что для геометрической прогрессии справедливо равенство $b_n b_k = b_{n+m} b_{k-m}$. Вычислить b_7 , если $b_3 b_{11} = 225$.
12. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии в 3 раза больше суммы ее первых трех членов. Найти знаменатель прогрессии.
13. В равносторонний треугольник со стороной a вписан новый треугольник, вершиной которого служат середины сторон данного треугольника. В этот треугольник тем же способом вписан новый треугольник и т.д. Доказать, что последовательность площадей полученных треугольников являются геометрической прогрессией. Найти сумму их площадей.
14. Найти сумму всех несократимых дробей со знаменателем 3, заключенных между положительными целыми числами a и b ($a < b$).
15. Решите уравнение $x^3 + x^2 + 14x + a = 0$, зная, что оно имеет три различных корня, образующих геометрическую прогрессию.
16. Вдоль дороги лежало нечетное число камней на расстоянии 10 м друг от друга. Эти камни нужно было собрать в том месте, где находился средний камень. Человек перенес их последовательно по одному, начав с одного из крайних камней. Перенес все камни, он проделал путь в 3 км. Сколько было камней?
17. Три числа составляют геометрическую прогрессию. Если от третьего отнять 4, то числа составят арифметическую прогрессию. Если от второго и третьего членов полученной

арифметической прогрессии отнять по 1, то снова получится геометрическая прогрессия. Найти эти числа.

18. Цифры трехзначного числа образуют геометрическую прогрессию. Если из него вычесть 792, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.

Задачи на зависимость между компонентами арифметических действий

1. Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.
2. Найти два числа, произведение которых относится к их разности как 5:2, а сумма к разности как 3:2.
3. Два числа относятся как $m : n$. Если к первому прибавить a , ко второму c , то они будут относиться как $p : k$. Найти эти числа.
4. Число 100 разделено на 3 части x, y, z . Найдите x, y и z , если $0,75x : 1,5y : 0,6z = 3:9:4$.
5. Числители трех дробей пропорциональны числам 1, 2 и 5, а знаменатели соответственно пропорциональны числам 1,3 и 7. Среднее арифметическое этих дробей равно $200/441$. Найти дроби.
6. Найти два простых двузначных числа, состоящих из одинаковых цифр, если разность между ними равна точному квадрату.
7. Трое изобретателей получили за свое изобретение премию 1410р, причем второй получил $1/3$ того, что получил первый и еще 60р., а третий получил $1/3$ денег второго и еще 30р. Какую премию получил каждый?
8. Денежная премия была распределена между тремя изобретателями. Первый получил половину всей премии без $3/22$ части той, что получили двое других вместе. Второй получил $1/4$ часть всей премии и $1/55$ часть денег, полученных вместе с остальными двумя. Третий получил 300р. Как велика была премия и сколько получил каждый изобретатель?
9. Гонорар за книгу был распределен между тремя соавторами в отношении 8:6:5. Если же гонорар был распределен в отношении 7:5:4, то один бы из соавторов получил бы на 25 р. больше, чем он получил на самом деле. Чему равна сумма гонорара?

Задачи на проценты

1. В секции число мальчиков составляет 80% от числа девочек. Сколько процентов составляет число девочек от числа мальчиков?
2. За килограмм одного продукта и 10 кг другого заплачено 200 р. Если при сезонном изменении цен первый подорожает на 15%, а второй подешевеет на 10 %, то за такое количество продуктов будет заплачено 182 р. Сколько стоит кг каждого продукта?
3. Цена на товар была повышена на 25%. На сколько процентов нужно ее понизить, чтобы получить первоначальную цену товара?
4. Цена товара была дважды повышена на одно и то же число процентов. На сколько процентов цена повышалась каждый раз, если его первоначальная стоимость 6000 рублей, а окончательная 6615?
5. Кулинария, перейдя на изготовление нового торта, продала в первый день месяца 100 тортов. Каждый следующий день продажа возрастала на пять тортов, пока не был досрочно, причем в целое число рабочих дней, выполнен месячный план продажи, составляющий 3150 тортов. После ежедневно продавалось на 11 тортов меньше, чем в день выполнения плана. На сколько процентов был перевыполнен месячный план (в месяце 24 рабочих дня)?
6. Рабочий повысил производительность труда на 15%, а его зарплата увеличилась на 10,4 %. На сколько процентов уменьшился расход на оплату труда в расчете на единицу продукции?
7. Число рабочих, высвободившихся в результате реконструкции цеха, заключено в пределах от 1,7% до 2,3% от общего числа рабочих в цехе. Найти минимальное число рабочих, которое могло быть занято в цехе до реконструкции.

Задачи на сплавы и смеси

1. Сплав меди и олова массой 12 кг содержит 45 % меди. Сколько чистого олова добавить, чтобы новый сплав содержал 40% меди?
2. Смешали 30 % раствор соляной кислоты с 10% раствором соляной кислоты. Получили 600 г 15 % раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?
3. Сплавили два слитка золота 84% и 64%. Получили 50 г 76% золота. Сколько весил каждый слиток?
4. От двух сплавов с различным % содержанием меди, весящих m и n кг отрезано по куску равного веса. Каждый из кусков был сплавлен с остатком другого куска, после чего процентное содержание меди в обоих сплавах стало одинаковым. Сколько весил каждый из отрезанных кусков?
5. Сплавили 4г и 6г двух сплавов золота, получили сплав, содержащий 62% золота. Если бы сплавили поровну этих сплавов, то получили бы 10г 61% золота. Найти содержание золота в первоначальных сплавах.
6. В сосуде было 12 л соляной кислоты. Часть отлили и долили водой. Затем снова отлили и долили столько же воды. Сколько кислоты отливали каждый раз, если в сосуде оказался 25% раствор соляной кислоты?
7. Сплав состоит из двух металлов, входящих в отношении 1:2, другой сплав содержит те же металлы в отношении 2:3. Из скольких частей обоих сплавов можно получить третий сплав, который содержит те же металлы в отношении 17:27?
8. Три слитка различных сплавов золота с серебром. Количество золота в 2г третьего слитка то же, что во взятых вместе 1 г первого и 1 г второго слитков. Масса третьего слитка равна суммарной массе части первого слитка, содержащей 10 г золота, и части второго слитка, содержащей 80г золота. Третий слиток в 4 раза тяжелее первого и содержит 75 г золота. Сколько граммов золота содержится в первом слитке?
9. Три одинаковых пробирки наполнены до половины растворами спирта. После того как содержимое третьей пробирки разлили поровну в первые две, объемная концентрация спирта в первой уменьшилась на 20% от первоначальной, во второй увеличилась на 10% от первоначального значения. Во сколько раз первоначальное количество спирта в первой пробирке превышало первоначальное количество спирта во второй пробирке?

Задачи на движение

1. Собака, находясь в точке А, погналась за лисой, которая была на расстоянии 30 м от собаки. Скачок собаки – 2м, скачок лисы – 1м. В то время когда собака делает два скачка, лиса делает три скачка. На каком расстоянии от точки А собака нагонит лису.
2. Два поезда отправились одновременно навстречу друг другу со станции А и В, расстояние между которыми 600 км. Первый пришел на станцию В на 3 часа раньше, чем второй на станцию А. В то время как первый делает 250 км, второй проходит 200 км. Найти скорость каждого поезда. (решить задачу 2 способами: арифметическим и алгебраическим).
3. Дачник, идущий к поезду, пройдя за первый час 3,5 км, рассчитал, что двигаясь с такой скоростью, он опоздает на 1 час. Поэтому остальной путь он проходит со скоростью 5 км/ч и приходит за 30 мин до отхода поезда. Какой путь дачник должен был пройти?
4. Пассажир поезда знает, что на данном участке пути скорость поезда 40 км/ч. Встречный поезд прошел мимо окна за 3с. Определить скорость встречного поезда, если известно, что его длина 75м.
5. Найти скорость и длину поезда, зная, что он проходит мимо столба за 7с, а мимо платформы длиной в 378м – за 25с.
6. Поезд был задержан на t ч, а затем на перегоне в S км наверстал потерянное время, увеличив скорость на a км/ч. Определить, какую скорость должен был иметь поезд, если бы не было задержки.

7. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу и встретились через 3 ч 20 мин. Сколько времени понадобится каждому из них, чтобы пройти все расстояние, если первый пришел в то место, откуда вышел второй на 5 ч позже, чем второй пришел в то место, из которого вышел первый.
8. Теплоход Н.Новгород – Астрахань проходит маршрут за 5 суток, а теплоход Астрахань - Н.Новгород – за 7 суток. Сколько времени это расстояние будет плыть плот?
9. Катер сначала шел a км по течению реки, а затем вдвое большее расстояние по озеру, в которое река впадала. Весь рейс продолжался 1 час. Скорость течения реки c км/ч. Найти собственную скорость катера.
10. В 9 часов баржа вышла из пункта А вверх по реке и приплыла в пункт В, через 2 ч после прибытия в пункт В баржа отправилась в обратный путь и прибыла в пункт А в 19 ч 20 мин того же дня. Предполагая, что средняя скорость течения реки 3 км/ч и собственная скорость баржи постоянна, определить, в котором часу баржа прибыла в пункт В. Расстояние между пунктами А и В – 60 км/ч.
11. Человек обычно приезжал на вокзал одним и тем же поездом, к этому времени за ним приезжала машина и отвозила его домой. Однажды он приехал на 1 час раньше. Он пошел пешком, по дороге встретил машину и приехал на 20 мин раньше обычного. Сколько времени человек шел пешком?
12. На беговой дорожке двое. Дистанция S км. Первый бегун финишировал, когда второму оставалось пробежать еще круг. Найти длину круговой дорожки, если победитель проходил круг на a секунд быстрее, чем второй и закончил дистанцию за t мин.
13. Три конькобежца, скорости которых в некотором порядке образуют геометрическую прогрессию, одновременно стартовали по кругу. Через некоторое время второй обгоняет первого, пробежав на 400 м больше его. Третий пробегает то расстояние, который пробежал первый к моменту его обгона вторым, за время на $2/3$ мин большее, чем первый. Найти скорость первого конькобежца. Конькобежцы стартуют из одной точки и бегут в одном направлении.
14. Три гонщика стартуют одновременно из одной точки по круговой дорожке. Едут в одном направлении с постоянными скоростями. Первый гонщик в первый раз после старта догнал второго, делая свой пятый круг в точке, диаметрально противоположной старту. Через полчаса после этого он вторично (не считая старта) обогнал третьего гонщика. Второй гонщик впервые догнал третьего через 3 часа после старта. Сколько кругов в час делает первый гонщик, если второй проходит круг не, чем за 20 мин?

Задачи на совместную работу и планирование

1. Двое рабочих должны были изготовить партию деталей. Первый работал 2 ч, второй – 5 ч. Сделали половину всей работы. Если бы еще 3 часа вместе, то осталось бы выполнить 0,05 работы. За какое время каждый в отдельности может выполнить эту работу?
2. Двое рабочих вместе должны были выполнить работу. После 45 мин совместной работы первый был переведен на другую работу. Второй закончил оставшуюся часть работы за 2 ч 15 мин. За какое время каждый отдельно может выполнить всю работу, если известно, что второму понадобится на 1 ч больше, чем первому?
3. Если две трубы открыть одновременно, то бассейн наполнится за 2 ч 24 мин. В действительности была открыта только первая труба в течение $1/4$ четверти времени, необходимого второй трубе, чтобы наполнить бассейн, действуя отдельно. Затем открыли только вторую трубу на время, равное $1/4$ времени, необходимого первой на наполнение бассейна. После чего оказалось, что остается наполнить $11/24$ бассейна. Сколько времени понадобится каждой трубе в отдельности для наполнения бассейна?
4. Резервуар снабжается по 5 трубам. Первая труба наполняет резервуар за 40 мин; вторая,

третья, четвертая, работая одновременно, - за 10 мин. Вторая, третья и пятая - за 20 мин; пятая и четвертая – за 30 мин. За сколько времени наполнят резервуар все 5 труб при одновременной работе?

5. Трое рабочих совместно могут выполнить работу за t часов. Первый, работая один, выполнил работу в 2 раза быстрее третьего и на 1 час быстрее второго. Сколько времени затратил бы на эту работу каждый, работая отдельно.
6. Две машины, рывшие туннель навстречу друг другу, закончили работу за 60 дней. Если бы первая работала 18 дней, а вторая – 16 дней, то вместе бы прошли 60м туннеля. Если бы первая выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы второй машины по проходке туннеля, а вторая – $0,3$ всей работы первой машины, то первой понадобилось бы на 6 дней больше, чем второй. Сколько метров туннеля в день проходит каждая машина?
7. Несколько человек могут выполнить работу за 6 часов, если начнут работу все вместе. Но они приступали к работе один за другим через одинаковые промежутки времени. Через такой же промежуток времени после выхода на работу последнего работа была закончена. Приступивший к работе первым проработал в 5 раз больше последнего. За сколько времени работа была выполнена?
8. Бригада должна в определенный срок изготовить 272 детали. Через 10 дней после начала работы бригада стала перевыполнять норму на 4 детали и за 1 день до срока изготовила 280 деталей. Сколько деталей бригада изготовит к сроку?
9. Машинистка должна была выполнить работу в определенный срок, ежедневно печатая определенное количество листов. Она рассчитала, что если будет печатать ежедневно на 2 листа больше установленной нормы, то окончит работу раньше намеченного срока на 2 дня, если же будет печатать на 60% больше нормы, то, закончив работу на 4 дня раньше срока, напечатает на 8 листов больше намеченной работы. Сколько листов она должна была печатать в день и в какой срок окончить работу?
10. Бригада рыбаков намеревалась выловить в определенный срок 1800 ц рыбы. Третью этого срока был шторм, вследствие чего плановое задание ежедневно недовыполнялось на 20 ц. Однако в остальные дни бригаде удавалось ежедневно вылавливать на 20 ц больше дневной нормы, и плановое задание было выполнено за 1 день до срока. Сколько центнеров рыбы намеревалась вылавливать бригада рыбаков ежедневно?

Задачи с целочисленными неизвестными.

1. В 7 часов утра из пункт А в пункт В по течению реки отправляется байдарка и катер. Байдарка приплывает в пункт В в 17ч того же дня. Катер же, дойдя до пункт В, мгновенно поворачивает назад и на своем пути из В в А встречает байдарку не позднее 15ч, а прибывает в пункт А не ранее 23ч того же дня. Найти время прибытия катера в пункт В, если известно, что собственная скорость катера в 2 раза больше собственной скорости байдарки.
2. Расстояние между станциями равно 360км. В одно и то же время из А и из В навстречу друг другу выходят два поезда. Поезд, вышедший из А, прибывает на станцию В не ранее, чем через 5ч. Если бы его скорость была в 1,5 раза больше, чем на самом деле, то он встретил бы второй поезд раньше, чем через 2 часа после своего выхода из А. Скорость какого поезда больше?
3. В 8 часов утра из А в В вышел скорый поезд. В этот же момент времени из В в А выходят пассажирский и курьерский поезда, причем скорость пассажирского поезда в два раза меньше скорости курьерского. Скорый поезд прибывает на станцию В в 13ч 50мин того же дня, а встречает курьерский поезд не ранее 10 ч 30мин утра. Найти время прибытия пассажирского поезда в пункт А, если известно, что между моментами встреч скорого поезда с курьерским и скорого поезда с пассажирским проходит не менее часа.. Если бы его скорость была в 1,5 раза больше, чем на самом деле, то он встретил бы второй поезд раньше, чем через 2 часа после своего выхода из А . Скорость какого поезда больше?
4. Квартал застроен девятиэтажными и пятиэтажными домами, причем девятиэтажных

- меньше, чем пятиэтажных. Если число девятиэтажных домов увеличить вдвое, то общее число домов станет более 24, а если увеличить вдвое число пятиэтажных домов, то общее число домов станет менее 27. Сколько построено пятиэтажных и сколько девятиэтажных домов?
- В двух бригадах более 27 человек. Число членов первой бригады более чем в 2 раза превышает число членов второй бригады, уменьшенное на 12. Число членов второй бригады более чем в 9 раз превышает число членов первой бригады, уменьшенное на 10. Сколько человек в каждой бригаде?
 - Около дома посажены липы и березы, общее их число больше 14. Если увеличить число лип в два раза, а количество берез увеличить на 18, то берез станет больше, чем лип. Если увеличить вдвое количество берез, не изменяя количества лип, то лип будет больше, чем берез. Сколько берез и сколько лип было посажено?
 - Встречаются две команды шашистов А и В. По условиям соревнований каждый участник одной команды играет по одной партии с каждым участником другой команды. Общее число предстоящих партий в 4 раза больше числа всех игроков в обеих командах. Однако из-за болезни два игрока не смогли явиться на соревнования, в связи с чем число всех сыгранных партий оказалось на 17 меньше предполагавшегося. Сколько игроков выступило в матче за команду А, если известно, что в ней было меньше игроков, чем в команде В?

Контрольная работа №1

Вариант I

- Докажите $7^n - 6 \cdot 2^n : 5$ (26.)
- Найдите НОД(549, 387) и его линейное представление (36.)
- Решите системы: а) $\begin{cases} (x, y) = 45, \\ \frac{x}{y} = \frac{11}{7}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} xy = 20, \\ [x, y] = 10. \end{cases}$ (46.)
- Докажите, что данное число является составным:
 $3^{105} + 4^{105}$ (16.)
- Напишите каноническое разложение числа 1575 (16.)
- Найдите x , если $5x793x4 : 3$ (16.)
- Запишите числа a и b в системе счисления с основанием g и разделите большее на меньшее:

$$a = 6467_8; b = 101_3; g = 5 \quad (36.)$$

12-15 б. «отлично»

9-11 б. «хорошо»

5-8 б. «удовл.»

Вариант II

- Докажите $3^{2n+2} - 2^{n+1} : 7$ (26.)
- Найдите НОД(321, 843) и его линейное представление (36.)
- Решите системы: а) $\begin{cases} (x, y) = 20, \\ xy = 8400; \end{cases}$ б) $\begin{cases} (x, y) = 24, \\ [x, y] = 2496. \end{cases}$ (46.)
- Докажите, что данное число является составным:
 $2^{33} + 1$ (16.)
- Напишите каноническое разложение числа 111111 (16.)
- Найдите x , если $12x347x4 : 8$ (16.)
- Запишите числа a и b в системе счисления с основанием g и разделите большее на меньшее:

$$a = 111_2; b = 3546_7; g = 4 \quad (36.)$$

12-15 б. «отлично»

9-11 б. «хорошо»

5-8 б. «удовл»

СТОХАСТИКА

Перестановки, размещения и сочетания

Задачи для решения:

1. Сколько есть четырехзначных чисел, в записи которых, две цифры 1 и по одной цифре 2 и 3?
2. Двое размещаются в пустом четырехместном купе, каждый выбирает себе место. Сколькими способами это можно сделать?
3. Сколько есть четырехзначных чисел, составленных из цифр 1,2,3,4,5,6 в которых цифры не повторяются, цифры 1 и 2 встречаются ровно по одному разу?
4. Сколько разных четырехзначных чисел, начинающихся с двух нечетных цифр, можно составить из цифр 1,2,3,4,6,8?
5. Сколько чисел, больших 3000, можно составить из цифр 1,2,3,4?
6. Сколько различных (правильных с точки зрения русского языка) фраз можно составить, изменяя порядок слов в фразе «Во дворе гуляет кошка»?
7. В расписании уроков на понедельник: алгебра, геометрия, химия, биология, история, физкультура. Сколькими способами можно составить расписание уроков, чтобы уроки математики стояли рядом?
8. Сколько есть шестизначных чисел без повторения, в которых вторая и четвертая цифры нечетные?
9. Сколько есть пятизначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна четная цифра?
10. На пяти карточках написаны цифры 0,2,4,6,8. Сколько четырехзначных чисел можно составить из них?
11. Из 12 лотерейных билетов, среди которых 4 выигрышных, берут 6 билетов. Сколькими способами можно взять 6 билетов, чтобы среди них находился хотя бы один выигрышный.
12. а) Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1,3,5,7,9?
б) Сколько среди них чисел, кратных 5?
в) Сколько среди них, кратных 11?
г) Сколько кратных 3?
13. Несколько стран используют флаг из четырех горизонтальных полос белого, синего, красного зеленого цветов.
а) Сколько стран могут использовать данную символику?
б) Сколько может быть разных флагов с верхней белой полосой?
а) Сколько может быть разных флагов, в которых синяя и красная полоса расположены рядом?
14. «Вороне как-то Бог послал кусочек сыра», брынзы, колбасы, сухарика, шоколада. «На ель Ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж было собралась, да призадумалась»:
а) если есть кусочки по очереди, то из скольких вариантов придется выбирать;
б) сколько получится «бутербродов» из двух кусочков;
в) если съесть сразу три кусочка, а остальные спрятать, то из скольких вариантов придется выбирать;
г) сколько получится вариантов, если какой-то кусочек все-таки бросить Лисе, а потом ответить на вопрос пункта (а)?
15. «Проказница Мартышка, Осел, Козел и косолапый Мишка затеяли сыграть квартет». Сколькими способами они могут:

- а) по одному сесте за выбранные 4 инструмента;
 - б) выбрать пять инструментов из 12 данных;
 - в) по одному сесте за какие-то 4 из 5 выбранных инструментов;
 - г) выгнать одного, не имеющего слуха, и потом сыграть на каких-то трех из выбранных пяти инструментах.
16. В оперном театре 10 певцов, 8 певиц. В опере 5 мужских и 3 женских партии. Сколько существует различных певческих составов для спектакля, если известно, что:
- а) все певцы ладят между собой;
 - б) певцы А и Б ни за что не будут петь вместе;
 - в) певец А поет тогда и только тогда, когда поет певица С.
17. Сколько различных анаграмм можно составить из букв слова «задача»?
18. Определить число элементов n из условия:
- а) $A_{2n}^3 = 20A_n^2$; в) $C_n^3 + C_n^2 = 15(n-1)$;
 - б) $A_{n-4}^2 + A_{n-3}^2 + A_{n-2}^2 = 20$; г) $C_n^4 = \frac{152}{4}A_n$.
19. Группа 14 юношей и 15 девушек решила посетить театр, но в классе оказалось лишь 20 билетов (1 ряд 1 – 20 места). Сколькими способами можно распределить 20 билетов так, чтобы никакие две девушки и два юноши не сидели рядом?
20. Скольким числом способов можно разделить колоду из 36 карт пополам так, чтобы в первой и во второй пачке было по 2 туза?
21. Из группы туристов требуется выбрать дежурного и его помощника. Если бы туристов было бы на одного больше, то возможность выбора была бы в 1,25 раза больше. Сколько туристов в группе?
22. Из группы туристов четырех дежурных можно выбрать в 13 раз большим числом способов, чем двух дежурных. Сколько туристов в группе?
23. Встретились несколько человек и стали здороваться друг с другом. Известно, что рукопожатий было от 60 до 70. Сколько человек здоровались, если известно, что:
- а) каждый здоровался с каждым;
 - б) только один человек не здоровался ни с кем;
 - в) только двое не поздоровались между собой;
 - г) четверо поздоровались только между собой.

Соединения с повторениями

Задачи для решения:

1. Имеется 5 кружков: 3 белых и 2 черных. Сколько различных узоров можно составить из этих кружков в ряд?
2. Найти число различных перестановок с повторяющимися элементами из букв *aaaavvss*.
3. Сколько различных комбинаций букв можно получить из букв слова: а) математика, б) миссисипи?
4. В стену здания вмонтированы 8 гнезд для флажков. В каждое гнездо вставляется либо голубой, либо красный флажок. Сколько различных случаев распределения флажков на здании?
5. В почтовом отделении продаются открытки 10 сортов. Сколькими способами можно купить 12 открыток?
6. Сколько различных наборов пирожных по 8 штук в каждом можно составить из 4 сортов пирожных?
7. Лифт с 7 пассажирами спускается с 10 этажа. На каждом этаже может выйти определенное число пассажиров от 0 до 7. Сколько может быть различных способов освобождения лифта?
8. Требуется составить расписание поездов на различные дни недели. При этом

необходимо, чтобы 3 дня отправлялось по 3 поезда в день, 2 дня по 1 и 2 дня по 3. Сколько можно составить различных расписаний?

9. При бросании монеты будем считать удачей выпадение герба и неудачей – цифры. Сколько различных испытаний может привести к 52 успехам при 100 подбрасываниях?
10. 12 ученикам выданы 2 варианта контрольных работ. Сколькими способами можно посадить учеников в 2 ряда так, чтобы у сидящих рядом были разные варианты, а друг за другом одинаковые?

Бином Ньютона

Задачи для решения:

1. Найти разложение бинома $(x^2 - y)^6$
2. Найти 4 член разложения бинома многочлена $(z^{\frac{1}{2}} + z^{\frac{2}{3}})^{12}$.
3. Найти номер члена разложения бинома $(z + z^{-2})^{12}$ не содержащий z .
4. Найти все рациональные члены разложения бинома $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^5$
5. Найти все рациональные члены разложения бинома $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^n$, если первые три коэффициента – члены арифметической прогрессии.
6. Найти члены разложения бинома $\left(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x^{-3}}\right)^n$, содержащие член с $x^{6,5}$, если T_9 имеет наибольший коэффициент.
7. Найти член разложения бинома $\left(\frac{x}{a} + \frac{a}{x^2}\right)^8$, содержащий x^2 .
8. Биномиальные коэффициенты 2 и 9 членов разложения бинома $\left(5x^{-\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{3}}\right)^n$ равны.
Найти члены, не содержащие x .
9. Найти номер наибольшего члена разложения $\left(\frac{9}{10} + \frac{1}{10}\right)^{100}$.
10. Найти наибольший член разложения $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^{100}$.
11. Сумма всех коэффициентов разложения бинома $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ равна 1024. Найти член разложения, содержащий x^{11} .

Теория вероятностей

Задачи для решения:

1. В лотерее выпущено 500 билетов и среди них 40 выигрышных. Какова вероятность того, что на 1 приобретенный билет выпадет выигрыш?
2. Бросаются 3 игральные кости. Чему равна вероятность того, что на одной из них появится 6?
3. Какова вероятность того, что на удачу вырванный листок из календаря будет содержать первое число месяца (год не високосный)?
4. Какова вероятность того, что наудачу выбранное двузначное число кратно 3?
5. В урне 10 белых и 3 красных шара. Какова вероятность вынуть из урны красный шар?
6. Какова вероятность главного выигрыша в спортлото 6 из 45?
7. Какова вероятность, что сумма очков на выпавших гранях двух брошенных костей равна 7?

8. В урне n – белых и m – красных шаров. Какова вероятность того, что наудачу взятые два шара окажутся красными.
9. Набирая номер телефона, абонент забыл 3 последние цифры и помнит только то, что они различны. Какова вероятность того, что набирая на удачу номер он попадет?
10. К концу дня в магазине осталось 60 арбузов, из которых 50 спелых. Какова вероятность того, что при покупке двух арбузов, они окажутся спелыми?
11. В экзаменационный билет входят 4 вопроса из программы в 45 вопросов. Абитуриент не знает 15 вопросов. Какова вероятность, что он вытянет билет, где все вопросы ему известны?
12. Из 15 строителей 10 штукатуры и 5 маляры. Наудачу выбирается бригада из 5 рабочих. Какова вероятность того, что среди них будет 2 маляра и 3 штукатура?
13. 8 различных книг расставлены наудачу на 1 полке. Какова вероятность того, что 2 определенные книги окажутся рядом?
14. На шести одинаковых карточках написаны буквы А, В, К, М, О, С. Карточки перемешиваются и укладываются в ряд. Какова вероятность, что получится слово МОСКВА.
15. На книжной полке случайно поставлены 3 книги по геометрии 4 по алгебре. Какова вероятность, что книги по каждому предмету стоят рядом?
16. Какова вероятность, что при случайном расположении в ряд кубиков, на которых написаны буквы a, a, a, n, n, c получится слово *ананас*.

Тест

Последовательности

1. Дана последовательность (a_n) : 3; 8; 13; 18;... Выпишите третий член последовательности.

2. Дана последовательность (a_n) : 2; 0; -2; -4;... Выпишите номер члена последовательности, равного -4.

3. Запишите первые 3 члена последовательности, заданной формулой n -го члена.

$$a_n = \frac{2n+1}{n+1}.$$

4. Последовательность задана формулой $a_n = n^2 - 2n + 1$. Чему будет равен 23-й член этой последовательности.

а) 483; б) 484; в) 575; г) 576

5. Числовая последовательность задана формулой n -го члена: $a_n = \frac{n^2 + 10n - 20}{n - 2}$. Найдите номер члена последовательности, равного 9.

6. Числовая последовательность задана рекуррентной формулой $a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$. Найдите пятый член этой последовательности, если $a_1 = -3$.

а) $-\frac{1}{3}$ б) $\frac{1}{3}$ в) 3 г) -3

7. Сколько из следующих последовательностей

1) 3; 6; 9; 12;... 2) 2; 4; 8; 16;... 3) 7; 4; 1; -3;... 4) 8; 8; 8; 8;... являются арифметическими прогрессиями?

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4

8. Найдите третий член арифметической прогрессии, если известно, что $a_2 = 6$, $a_4 = 16$.
а) 10; б) 11; в) 8; г) 6
9. Известны пятый и шестой член арифметической прогрессии ..., 15, 11, Укажите номер члена, начиная с которого члены этой прогрессии отрицательны.
а) 8; б) 10; в) 9; г) 7
10. В арифметической прогрессии $a_1 = -1$; $d = 7$. Найдите a_{21} .
а) 141; б) 140; в) 146; г) 1139
11. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , $a_1 = 31$, $d = 16$. Укажите номер члена, равного 191.
а) 9; б) 11; в) 10; г) 8
12. В арифметической прогрессии $a_{16} = -19$ и $a_{17} = -23$. Найдите a_{49} .
а) -151; б) 159; в) -159; г) 156
13. Дана сумма, слагаемые которой являются членами арифметической прогрессии. Впишите недостающие слагаемые.
 $25 + 29 + 33 + \dots + \dots + \dots + 49$.
14. Известно, что (a_n) – арифметическая прогрессия $a_2 = 7$ и $a_3 = 11$. Найдите $a_1 + a_4$.
а) 17; б) 15; в) 18; г) 19
15. Известно, что в арифметической прогрессии $a_1 = 2$, $a_{30} = 28$. Найдите S_{30} .
а) 420; б) 450; в) -390; г) 430
16. Найдите сумму первых 12 членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 4$, $d = -3$.
а) -150; б) 150; в) -168; г) 168
17. Арифметическая прогрессия задана формулой n -го члена $a_n = 2n + 1$. Найдите S_{20} .
а) 460; б) 480; в) 420; г) 440
18. Алена поступила на работу продавцом. В первый месяц её зарплата составила 3200 р., а в каждый следующий месяц зарплата повышалась на 200 р. Сколько Алена заработает за год?
а) 49000; б) 51600; в) 50400; г) 49200
19. Найдите двадцатый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = -5$ и $d = -2$.
а) 38; б) 33; в) 35; г) 40.
20. Дана арифметическая прогрессия (a_n) : -21, -18, -15, ... Какой номер имеет член этой прогрессии, равный 27.
а) 17; б) 16; в) 18; г) 15.
21. Найдите сумму всех натуральных чисел от 1 до 100.
а) 5100; б) 5000; в) 5050; г) 5150
22. Найдите сумму четырнадцати первых членов арифметической прогрессии 8, 6, 4, ...
а) -72; б) 72; в) -70; г) 70

23. Арифметическая прогрессия задаётся формулой $a_n = 6n + \frac{1}{3}$. Найдите S_9 .
а) 273; б) 259; в) 258; г) 259,5
24. В арифметической прогрессии (a_n) , $a_5 = 100$ и $a_9 = 148$. Найдите формулу n -го члена.
25. Составьте формулу для вычисления суммы всех натуральных чисел от 3 до n включительно.
26. Найдите сумму всех натуральных чисел заключённых между числами 4 и 120, и которые кратны 3.
а) 2457; б) 2520; в) 2394; г) 2574
27. Турист в первый день прошёл 30 км, а в каждый следующий день прошёл на 3 км меньше чем в предыдущий. Какое расстояние он прошёл за 11 дней?
а) 150; б) 132; в) 165; г) 660
28. Сколько из следующих последовательностей являются геометрическими прогрессиями?
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4
29. Известно, что (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = 2$, $b_2 = 8$. Найдите b_3 .
а) 32; б) 14; в) 24; г) 12
30. Известны шестой и седьмой член геометрической прогрессии ..., 324, 54,.... Укажите номер члена, начиная с которого члены этой прогрессии меньше 1.
а) 9; б) 10; в) 8; г) 11
31. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , $b_1 = 4$ и $b_3 = 16$. Найдите b_2 , если известно, что знаменатель прогрессии отрицательный.
а) -12; б) 12; в) 8; г) -8
32. В геометрической прогрессии $b_1 = 6$, $q = 2$. Найдите седьмой член этой прогрессии.
а) 192; б) 768; в) 384; г) 380
33. Найдите первый член геометрической прогрессии, если $b_5 = -40$, $b_6 = 80$
а) $-2\frac{1}{2}$ б) $1\frac{1}{4}$ в) $-1\frac{1}{4}$ г) $2\frac{1}{2}$
34. Дана сумма, слагаемые которой являются членами геометрической прогрессии. Впишите недостающие слагаемые.
 $4 + 8 + 16 + \dots + \dots + \dots + 256$.
35. Известно, что (b_n) – геометрическая прогрессия $b_2 = 3$ и $b_3 = 9$. Найдите $b_1 + b_4$.
а) 27; б) 31; в) 28; г) 30
36. Найти сумму n первых членов геометрической прогрессии, если $b_1 = 3$, $q = -2$, $n = 5$.
а) -31; б) -33; в) 99; г) 33
37. Сколько из следующих последовательностей

1) $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots$ 2) $5, -10, 20, -40, \dots$ 3) $0, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$ 4) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ являются бесконечными

геометрическими прогрессиями, у которой $|q| < 1$, если $q = \frac{1}{2}$, $b_1 = 8$?

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4

38. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии, у которой $|q| < 1$, если $q = \frac{1}{2}$, $b_1 = 8$

39. Известно, что (b_n) – геометрическая прогрессия, $S_3 = 28$, $q = 2$. Найдите b_1 .

а) 7; б) 3; в) 8; г) 4

40. Найдите седьмой член геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = -8$ и $q = 2$.

а) 1024; б) 512; в) -512; г) -1024

41. Первый член геометрической прогрессии равен -4, а знаменатель прогрессии равен -2. Найдите сумму семи первых членов этой прогрессии.

а) -172; б) 172; в) 129; г) -129

42. В геометрической прогрессии (b_n) , $b_4 = 40,6$ и $b_9 = 1299,2$. Найдите формулу n -го члена.

43. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии: $27, -9, 3, \dots$

а) $13\frac{1}{2}$ б) $6\frac{3}{4}$ в) $40\frac{1}{2}$ г) $20\frac{1}{4}$

44. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии, если $b_2 = 0,08$, $b_4 = 1,28$ и известно, что знаменатель прогрессии является положительным числом.

а) $27\frac{3}{10}$ б) $16\frac{19}{50}$ в) $6\frac{41}{50}$ г) $27\frac{3}{10}$

45. Геометрическая прогрессия задаётся формулой: $b_n = 4 \cdot (-2)^{n-1}$. Найдите S_8 .

а) 340; б) 85; в) -340; г) -85

46. Для периодической дроби $0,(27)$ найдите несократимую обыкновенную дробь. Запишите разность числителя и знаменателя.

а) 8; б) 9; в) 7; г) 10

47. Известно, что (b_n) – геометрическая прогрессия, $b_1 = 3$, $q = 2$. Какой цифрой оканчивается b_{16} ?

а) 2; б) 4; в) 6; г) 8

48. В 1998 г. население улуса составляло 17 тыс. человек. Ежегодно оно увеличивалось в 1,1 раза. Сколько жителей будет в улусе в 2001 году, если эта тенденция сохранится?

а) 22627; б) 20570; в) 22000; г) 24890

Ответы к тестам.

1Вариант

13 4	1,5;	1,75	484	1	-3	б	б	в	г	б	а
37; 41; 45	в	б	а	г	б	б	а	в	в	а	
$an = 40 + 12n$			а	в	б	а	б	г	в	а	
32; 64; 128		в	г	б	б	г					

Вопросы к зачету

1. Сочетания (с повторениями и без).
2. Размещения (с повторениями и без).
3. Перестановки (с повторениями и без).
4. Формула бинома Ньютона.
5. Свойства коэффициентов бинома Ньютона.
6. Формула общего члена бинома Ньютона.
7. Случайные события и их вероятность.
8. Отношение делимости и его основные свойства. Признаки делимости.
9. Деление с остатком.
10. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Евклида.
11. Взаимно простые числа.
12. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики.
13. Перевод числа из одной системы счисления в другую.
14. Аксиома индукции. Метод математической индукции, его виды.
15. Правило суммы. Правило произведения.
16. Число элементов пересечения множеств.
17. Факториал, его свойства.
18. Арифметическая прогрессия.
19. Геометрическая прогрессия.
20. Методические особенности решения задач на движение.
21. Методические особенности решения задач на движение по окружности.
22. Методические особенности решения задач на движение по течению.
23. Методические особенности решения задач на совместную работу.
24. Методические особенности решения задач на планирование.
25. Методические особенности решения задач на проценты.
26. Методические особенности решения задач на смеси и сплавы.
27. Методические особенности решения задач на зависимость между компонентами арифметических действий.

1.2. Содержание комплекта учебно-методических материалов.

1. Гурина Е.В., Кузенков О.А. Организация самостоятельной работы студентов в Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского. Методические рекомендации.- Н. Новгород, 2012.- 47 с.

2. Типовое положение о реферате разработано учебно-методическим отделом Арзамасского филиала ННГУ, рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета Арзамасского филиала ННГУ (Протокол № 1 от 27 августа 2014 г.).

1.3. Используемые образовательные технологии. Краткое описание

– технология проблемного обучения – стимулирование проявления активности, инициативы, самостоятельности, творчества, решения теоретических и практических задач, развития интеллектуальных способностей: обобщения, систематизации, анализа, синтеза и др. Методы проблемного обучения: проблемное изложение, частично-поисковый метод, исследовательский метод.

– технология обучения в сотрудничестве – формирование умений работать сообща во временных командах и группах, добиваться качественных образовательных результатов на основе межличностной коммуникации, принятия оптимальных решений, развития лидерских качеств. Технология основана на эмоциональных переживаниях, связанных со стремлением к общему успеху и коллективным достижениям, и формировании личностных качеств, необходимых для эффективной работы в команде или в коллективе. Технология предполагает использование метода групповой работы.

– информационные образовательные технологии направлены на овладение средствами поиска, применения и переработки учебной или научной информации средствами компьютерной техники, Интернета, аудио- и видеотехники.

1.4. Литература.

а) основная литература:

1. Степанова, Л.Л. Практикум по элементарной математике: Арифметика / Л.Л. Степанова, А.В. Жмулёва, Е.И. Деза. – М.: МЦНМО, 2021. – 207 с.

б) дополнительная литература:

1. Алгебра и начала анализа. 11 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю.М.Калягин и др. – 5-е изд. – М.: Мнемозина, 2019 – 240 с.
2. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10 кл. общеобразоват. учреждений / С.М.Никольский и др. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2019. – 400 с.
3. Виленкин Н.Я. Алгебра и начала анализа. 11 кл.: учеб. для угл. изуч. математики в общеобразоват. учреждениях / Н.Я.Виленкин и др. – 12-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2015. – 288 с.
4. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 2016. – 255 с.
5. Готман Э.Г. Стереометрические задачи и методы их решения. – М.: МЦНМО, 2016. – 160 с.
6. Далингер В.А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений. Кн. для учителя.- М.: Просвещение, 2016. – 256 с.
7. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – М.: МЦНМО, 2018. – 400 с.
8. Решение задач по статистике, комбинаторике и теории вероятностей/ авт.-сост. В.Н. Студенецкая. - Волгоград: Учитель, 2019. – 429 с.
9. Галицкий М.А. и др. Сборник задач по алгебре для 8-9 кл.: уч. пос. для уч.ся школ и классов с углуб. изуч. мат-ки. – М.: Просвещение, 2020. – 271 с.
10. Процко С.В. и др. Руководство к решению конкурсных задач по математике. – Мн.: Тетра Системс, 2020. – 208 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Портал Math.ru: библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы, учительская, история математики

<http://www.math.ru>

Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов

<http://school-collection.edu.ru/collection/matematika>

Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет-школа

<http://www.bymath.net>

Задачи по геометрии: информационно-поисковая система

<http://zadachi.mccme.ru>

Интернет-проект «Задачи»

<http://edu.of.ru/computermath>

Образовательный математический сайт Exponenta.ru

<http://www.exponenta.ru>

Портал Allmath.ru — Вся математика в одном месте

<http://www.allmath.ru>

Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебно-лабораторное оборудование

Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оснащенная

мультимедийным оборудованием, а также дидактические материалы (сборники задач по математике и др.).

4.5. *Материально-технические условия реализации программы:*

1.5. Материально-технические условия реализации программы:

Материально-техническая база
Компьютер, мультимедийный проектор, задачки по математике