МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

:

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

.

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы
Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Квалификация
бакалавр

Форма обучения
очная

Нижний Новгород
2023 г.

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина **Б1.О.14** «Теория вероятностей» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 бакалавриата и изучается на 3 курсе в 5 семестр. Зачет в 5 семестре.

№ вари ри-анта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина **Б1.О.14** «Теория вероятностей» относится к обязательной части ООП направления подготовки *01.03.02 «Прикладная математика и информатика».*

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**		**Наименование оценочного средства**
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	**Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1: *Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности*	***ОПК-1.1***.: *Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук*	***Знать***: *- основные понятия и предмет теории вероятностных моделей;* *- основы теории вероятностей, что позволит на абстрактном уровне формировать философские и мировоззренческой позиции на случайные явления и процессы;* *- основы аксиоматического подхода при изучении реальных статистически устойчивых экспериментов;* *- методы математического описания количественных показаний различных измерителей результатов статистически устойчивого эксперимента.*	*Собеседование*
	ОПК-1.2.: *Умеет использовать фун-*	***Уметь:*** *изучать вероятностные свойства*	*Тест*

	даментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	*одномерных и многомерных случайных величин;* *- вычислять вероятности событий, порождённые случайной величиной;* *- анализировать числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин; - применять различные типы зависимостей между случайными величинами;* *- классифицировать случайные величины.*	
	ОПК-1.3.: *Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности*	***Владеть:*** *- теорией пределов последовательности случайных событий;* *- способами задания одномерных случайных величин;* *- различными приемами и практикой построения выборочного вероятностного пространства;* *- основными приёмами доказательств свойств законов распределения случайных величин.*	*Задачи*
ПК-1. *Способен решать актуальные задачи прикладной математики и информатики*	***ПК-1.1****: Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для решения актуальных задач прикладной математики и информатики*	***Знать:*** *- основы теории вероятностного моделирования функционирования измерителей статистически устойчивого эксперимента;* *- элементы программирования и информационных технологий для решения актуальных задач имитационного моделирования функционирования измерителей статистически устойчивого эксперимента в условиях разного типа неопределенностей.*	*Собеседование*
	ПК-1.2.*: Умеет применять базовые знания математи-*	***Уметь:*** *- собирать, математически обрабатывать и интерпретировать стати-*	*Тест*

	ческих и естественных наук, основ программирования и информационных технологий при решении актуальных задач прикладной математики и информатики	*стические данные современных научных наблюдений над сложными статистически устойчивыми экспериментами при заданных основных условиях его проведения.*	
	ПК-1.3.: *Имеет практический опыт решения актуальных задач прикладной математики и информатики*	***Владеть***: *-практическими навыками решения конкретных задач определения функциональных связей между случайными событиями и их вероятностями с целью получения дополнительной информации о реальных явлениях;* *- методами теории вероятностей, которые позволяют изучить свойства реальных процессов и явлений, функционирующих в условиях случайных факторов и получения дополнительной информации. Владеть способами научного анализа качественных и количественных характеристик статистически устойчивых экспериментов с целью выявление статистических закономерностей наблюдаемого процесса.*	*Задачи*

3. Структура и содержание дисциплины «Теория вероятностей»

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	**3 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**108**
в том числе	

аудиторные занятия (контактная работа): **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- занятия лабораторного типа** **- текущий контроль (КСР)**	**81** **32** **32** **16** **1**
самостоятельная работа	**27**
Промежуточная аттестация –зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	**Всего (часы)**	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				**Самостоятельная работа обучающегося, часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего**	
Тема 1. Простейшие методы исчисления теории вероятностей. Элементы основания теории вероятностей и вероятностное пространство Колмогорова. Верхний предел последовательности случайных событий. Нижний предел последовательности случайных событий. Общие свойства вероятностной функции от случайных событий. О случайном бросании точки на действительную прямую и конструктивное задание борелевской σ-алгебры.	22	7	7	3	17	5
Тема 2. Одномерные случайные величины. Вероятностные модели измерителей исходов статистически устойчивых экспериментов. Одномерные случайные величины и их законы распределения. Классификация случайных величин. Теорема Лебега. Построение выборочного вероятностного пространства по интегральной функции распределения. Производящие функции и характеристические функции.	22	7	7	3	17	5
Тема 3. Многомерные случайные величины. Понятие о случайных векторах, многомерные функции распределения и их свойства. Дискретные и непрерывные многомерные случайные величины. Условные законы распределения, статистическая зависимость случайных величин. Формула полной вероятности и Байеса в случае несчетного числа гипотез. Законы распределения функций от случайных аргументов.	25	8	8	4	20	5
Тема 4. Числовые характеристики одномерных случайных величин. Свойства математического ожидания, дисперсии, начального и центрального моментов	24	7	7	4	18	6

высших порядков, коэффициента асимметрии, эксцесса, моды, медианы, квантилей. Неравенства Чебышева. Тестовые одномерные случайные величины и их законы распределения.						
Тема 5. Элементы теории корреляции. Числовые характеристики системы случайных величин: математическое ожидание, ковариация, дисперсия, коэффициента корреляции. Основные свойства ковариации и коэффициента корреляции случайных величин. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимость между случайными величинами. Условные математические ожидания случайных величин. Регрессия случайных величин и линии регрессии.	14	3	3	2	8	6
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация –зачет						
Итого	**108**	**32**	**32**	**16**	**81**	**27**

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачёт).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Теория вероятностей» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к экзамену. Для самоконтроля у студента имеется возможность удаленного тестирования по дистанционному лекционному курсу «Теория вероятностей». При изучении дисциплины «Теория вероятностей» используются учебно-методический комплекс и дистанционный учебный материал, разработанные в Учебно-научном центре прикладной теории вероятностей. Основные методические инновации и образовательные технологии при разработке этой дисциплины связаны с применением интерактивных методов обучения. Этот метод включает, например, следующие способы: 1) представление и объяснение студентам современной научной информации; 2) проведение диалогов по теме лекций с аудиторией; 3) рассмотрение примеров известных парадоксов; 4) постановка вопросов и организация дискуссии; 5) консультации по предварительному разбору прочитанного материала; 6) электронное тестирование студентов. Интерактивный метод обучения основан на такой организации учебного процесса, при которой практически все студенты оказываются вовлеченными в процесс познания. Студенты имеют возможность понимать и рассуждать по поводу того, что они знают и думают. Такого рода процессы обучения занимает, как правило, 15% лекций. При этом идет обмен знаниями, идеями, способами деятельности. Лабораторный практикум по теории вероятностей выполняются с использованием статистических пакетов, а также специализированного программно–методического обеспечения, разработанного на кафедре прикладной теории вероятностей. Самостоятельная работа студентов происходит в форме выполнения домашних заданий по курсу «Теория вероятностей», реализующих процедуры построения и анализа вероятностных моделей статистически устойчивых случайных экспериментов и их количественных характеристик. Самостоятельная работа контролируется преподавателем, как во время аудиторных занятий, так и во время внеаудиторной работы, в том числе с использованием консультаций по электронной почте.

Эффективной формой учебного процесса является проведение семинарских, практических и лабораторных занятий. Эта форма занятий направлена на развитие самостоятельности обучающихся, приобретение умений и навыков. Практические занятия предполагает выполнение студентами домашних работ. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся студентов предусматривает консультации по лекционному курсу, по практике и по лабораторным работам, проводимые преподавателями. Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам и монографиям, указанным в списке литературы. Самостоятельная работа может происходить как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях на компьютере, используя электронный дистанционный учебный материал по дисциплине «Теория вероятностей».

Список примерных вопросов и заданий для контроля самостоятельной работы студентов по дисциплине «Теория вероятностей»

1. Доказать основные законы, которым удовлетворяют теоретико-множественные операции над случайными событиями.

2. Доказать, что события A, $\overline{A} \cap B$, $\overline{A \cup B}$ образуют полную группу попарно несовместных событий.

3. Опыт состоит в бросании трех монет. Пусть монеты занумерованы и события C_1, C_2 и C_3 означают выпадение герба на первой, второй и третьей монетах соответственно. Пусть событие A означает выпадение одного герба и двух цифр, а событие B есть выпадение не более одного герба. Выразить через C_1, C_2, C_3 события A и B.

4. Привести примеры построения простейших σ-алгебр.

5. Показать, что $A \cap \mathrm{B} \neq \varnothing$ тогда и только тогда, когда имеет место $(A \cup B) \cap$ $\cap (\overline{A} \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \neq \varnothing$. Проинтерпретировать это утверждение на конкретных примерах.

6. Пусть эксперимент E заключается в непреднамеренном подбрасывании с помощью некоторого механизма на поверхность стола двух монет. На одной стороне каждой монеты изображен герб, а на другой — решетка. В этом эксперименте нет возможности фиксирования герба и решетки, если монеты выпали одинаковыми сторонами. Построить вероятностную модель для такого эксперимента.

7. Сформулировать основное отличие случайных величин от функций, которые рассматриваются в курсе математического анализа.

8. Перечислить основные законы распределения дискретных, непрерывных, сингулярных и смешанных случайных величин.

9. Случайная величина ξ, сосредоточенная на отрезке [1, 4], задана интегральной функцией распределения $F_{\xi}(x) = ax^2 + bx + c$ имеющей максимальное значение при $x = 4$. Вычислить вероятность попадания ξ в отрезок [2, 3].

10. Доказать предельные свойства многомерной интегральной функции распределения.

11. Построить выборочное вероятностное пространство для случайных двумерных величин, интегральная функция которых равна $F(x, y)$.

12. Найти композицию законов распределения системы двух случайных величин.

13. Привести случаи, когда математическое ожидание и моменты случайных величин не существуют.

14. На зачете студент получил шесть задач. Вероятность того, что студент решит задачу правильно, одинакова для всех задач и равна 0,8. Определить среднее количество и дисперсию решенных задач.

15. Построить графики интегральных функций распределения для трех пуассоновских случайных величин с параметрами $\lambda = 0{,}5$, $\lambda = 1$ и $\lambda = 3{,}5$.

16. Случайная величина ξ распределена по экспоненциальному закону с параметром $\lambda > 0$. Найти вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: |\xi(\omega) - \mathrm{M}\xi| < 3(\mathrm{D}\xi)^{1/2}\})$.

17. Применяя метод производящих функций, показать, что сумма $\xi_1 + \xi_2 = \xi$ двух независимых пуассоновских случайных величин ξ_1 и ξ_2 с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$.

18. В чем заключается отличие числовых характеристик одномерных и многомерных случайных величин?

19. Привести вид ковариационной матрицы для попарно случайных некоррелированных величин.

20. Приведите пример функционально зависимых и вместе с тем некоррелированных случайных величин.

21. Если c – постоянная величина, $\xi_1(\omega) \equiv c$ для всех $\omega \in \Omega$ и ξ_2 – произвольная дискретная случайная величина, которая принимает значения из множества $\{x_1, x_2, \ldots\}$. Показать, что условное математическое ожидание $\mathrm{M}(\xi_1 \mid \xi_2 = x_i) = c$ для всех $x_i \in \{x_1, x_2, \ldots\}$.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Теория вероятностей», включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				

Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
Умения	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопросы:	***Код формируемой компетенции***
1. События $A_1, A_2, \ldots, A_n$ независимы в совокупности и вероятность $\mathbf{P}(A_k) = p_k$. Найти вероятности следующих событий: 1) не произойдёт ни одного из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$; 2) произойдёт хотя бы одно из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$; 3) произойдёт одно и только одно из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$.	ПК-1
2. Две различимые игральные кости брошены один раз. Пусть событие A состоит в том, что на второй кости выпадает цифра или 1, или 2, или 5. Далее, событие B означает, что на второй кости появится цифра или 4, или 5, или 6. Наконец, событие С означает выпадение суммы очков на игральных костях, равной 9. Доказать, что в этом эксперименте независимость тройки событий A, B и C не влечёт их попарную независимость.	ОПК-1
3. Пусть достоверное событие $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ и $\mathbf{P}(\omega_1) = \mathbf{P}(\omega_2) = 3/8$, $\mathbf{P}(\omega_3) = \mathbf{P}(\omega_4) = 1/8$, $A = \{\omega_1, \omega_3\}$, $B = \{\omega_2, \omega_3\}$, $C = \{\omega_2, \omega_3\}$. Показать, что события A, B, C не являются независимыми в совокупности.	ОПК-1
4. Используя таблицы, найти вероятность того, что в обществе из 1095 человек ровно 10 человек родились в первый день нового года.	ПК-1
5. Вероятность выхода из строя одного компьютера за некоторое фиксированное время равна 0,2. Определить вероятность того, что из 100 такого типа компьютеров в течение этого времени их выйдет из строя от 14 до 26.	ПК-1
6. По цели производится 1000 независимых выстрелов. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,002. Используя таблицы, вычислить	ОПК-1

вероятность того, что в результате стрельбы будет зафиксировано не менее четырёх попаданий.	
7. Некто купил 300 карточек для игры в тираже "Спортлото 6 из 49". На каждой из этих карточек он случайным образом и независимо от остальных карточек отмечает только шесть из 49 различных видов спорта. Максимальный выигрыш на каждую карточку выпадает, если некто отметил на этой карточке шесть видов спорта, которые совпадают с непреднамеренным выбором шесть из 49 спортивных номеров лотерейной комиссией. Какова вероятность того, что некто получит ровно два максимальных выигрыша?	ОПК-1
8. Автобусы подходят к остановке с интервалом в 5 мин. Случайная величина ξ определяет время ожидания автобуса пассажиром. Плотность распределения вероятностей $f(x) = 0$ при $x \le 0$, $f(x) = = 0{,}2$ при $0 < x < 5$ и, наконец, $f(x) = 0$ при $x \ge 5$. Определить интегральную функцию распределения случайного времени ожидания автобуса и вероятность вида $\mathbf{P}(1< \xi < 2{,}5)$.	ОПК-1
9. При работе ЭВМ в случайные моменты времени возникают неисправности. Плотность распределения $f(x)$ времени работы ЭВМ до первой неисправности равна $\lambda\exp\{-\lambda t\}$ при $t > 0$ и равна нулю при $t \le 0$, где параметр $\lambda > 0$. При возникновении неисправности она мгновенно обнаруживается и ЭВМ сразу поступает в ремонт. Ремонт продолжается время h, после чего ЭВМ снова включается в работу. Найти плотность распределения и функцию распределения промежутка времени ξ между двумя соседними неисправностями. Вычислить вероятность $\mathbf{P}(\xi > 2h)$.	ОПК-1
10. Привести пример, когда из причинной независимости случайных величин следует их статистическая независимость.	ПК-1
11. Привести пример, когда случайные величины ξ и η являются статистически независимыми, хотя между ними существует функциональная зависимость.	ПК-1
12. Два игрока, независимо друг от друга, случайным образом бросают по одному разу игральную кость. Найти законы распределения системы двух случайных величин ξ_1 и ξ_2, которые определяют число выпадений очков для первого и второго игроков соответственно.	ОПК-1
13. Наудачу подбрасываются один раз две монеты разной симметрии. Герб появляется с вероятностью p_1 на первой монете и с вероятностью p_2 на второй. Пусть ξ_1 определяет число выпавших гербов на первой монете и ξ_2 — на второй. Суммарное число выпавших на обеих монетах гербов обозначим через η_1, а — решёток через η_2. Найти коэффициент корреляции случайных величин η_1 и η_2.	ОПК-1

14. Приведите пример функционально зависимых и вместе с тем некоррелированных случайных величин.	ПК-1
15. Если c — постоянная, $\xi_1(\omega) \equiv c$ для всех $\omega \in \Omega$ и ξ_2 — произвольная дискретная случайная величина, которая принимает значения из множества $\{y_1', y_2', \ldots\}$. Показать, что условное математическое ожидание $M(\xi_1 \mid \xi_2 = y_j') = c$ для всех $y_j' \in \{y_1', y_2', \ldots\}$.	ОПК-1
16. Какая связь существует между математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением показательной случайной величины?	ПК-1
17. Предположим, что рост мужчины определенной возрастной группы есть нормально распределённая случайная величина ξ с заданными математическим ожиданием $a = 173$ и дисперсией $\sigma^2 = 36$. Определить следующие характеристики: а) доли костюмов четвертого роста (176—182 см) и третьего роста (170—176 см), которые нужно предусмотреть в общем объеме производства для данной возрастной группы; б) квантиль уровня 0,7 для случайной величины ξ; в) сформулировать правило «трех сигм» для случайной величины ξ.	ОПК-1
18. Назовите основное практическое значение равномерного закона распределения.	ПК-1
19. Вероятность рождения мальчика равна 0,5. Применяя центральную предельную теорему Линдеберга—Леви, найти вероятность того, что среди 900 новорождённых детей будет от 435 до 465 мальчиков.	ОПК-1
20. Кинотеатр вмещает 768 зрителей. Найти вероятность того, что среди такого количества зрителей летом родились от 180 до 216 человек.	ОПК-1
21. Предположим, что случайная величина имеет плотность распределения вероятности $f(x) = 2^{-1}\exp\{-\mid x \mid\}$. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что случайная величина примет значения по модулю не меньше трёх. Найти ошибку оценки.	ОПК-1

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Элементы основания теории вероятностей и вероятностное пространство Колмогорова.

2. Верхний предел последовательности случайных событий.

3. Алгебры и σ -алгебры. Измеримые пространства.

4 О случайном бросании точки на действительную прямую и конструктивное задание борелевской σ-алгебры.

5 Дискретная случайная величина. Ряд распределения дискретной случайной величины.

6 Биномиальное и геометрическое распределения вероятностей. Распределение Пуассона. Гипергеометрическое распределение.

7 Нижний предел последовательности случайных событий.

8 Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятностей, ее свойства.

9 Равномерное и нормальное распределения вероятностей.

10 Общие свойства вероятностной функции от случайных событий.

11.аспределение функций от одного случайного аргумента.

12.Числовые характеристики случайной величины: моменты, коэффициент асимметрии, эксцесс, медиана, мода, квантиль.

5.2.3. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-1

1. Нижний предел последовательности случайных событий.
2. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятностей, ее свойства.
3. Равномерное и нормальное распределения вероятностей.
4. Общие свойства вероятностной функции от случайных событий.
5. Распределение функций от одного случайного аргумента.
6. Числовые характеристики случайной величины: моменты, коэффициент асимметрии, эксцесс, медиана, мода, квантиль.

5.2.4. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Случайная величина. Функция распределения случайной величины, ее свойства

2. Математическое ожидание случайной величины, его свойства.

3. Дисперсия случайной величины, ее свойства. Среднеквадратическое отклонение.

4. Многомерные случайные величины. Совместная функция распределения, ее свойства. Частные функции распределения.

5. Многомерные непрерывные случайные величины. Совместная плотность распределения, ее свойства. Частные плотности распределения.

6. Многомерные дискретные случайные величины. Ряд распределения двумерной дискретной случайной величины.

5.2.5. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-1.

1. Зависимые и независимые случайные величины.

2. Функции от случайных аргументов. Числовые характеристики функций от случайных аргументов.

3. Условные распределения двумерных дискретных случайных величин.

4. Условные распределения непрерывных случайных величин.

5. Коэффициенты ковариации и корреляции двух случайных величин, их свойства.

6. Привести примеры статистически устойчивых экспериментов, на которых проиллюстрировать различные способы выбора элементарных исходов.

5.2.6. Темы лабораторных работ по дисциплине «Теория вероятностей» для оценки сформированности следующих компетенции ОПК-1, ПК-1.

1. Свойства частот и вероятностей
2. Моделирование одномерных и многомерных случайных величин .
3. Вычисление числовых характеристик .

4. Приближенное вычисление интегралов методом Монте-Карло .

5. Имитационное моделирование простейших процессов обслуживания .

5.2.7. Примеры типовых тестов по дисциплине «Теория вероятностей» для оценки сформированности компетенции ОПК-1, ПК-1.

Правильные ответы приведены или помечены символом (+).

1. Тип — одиночный выбор.

Пусть событие $A^* = \lim\limits_{n\to\infty} \sup A_n = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} \bigcup\limits_{k=n}^{\infty} A_k$, $A_* = \lim\limits_{n\to\infty} \inf A_n = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} \bigcap\limits_{k=n}^{\infty} A_k$ и $A^* \neq A_*$. Определить правильное утверждение между этими событиями.

- Событие $A^* \subset A_*$.
- Предел $\lim\limits_{n\to\infty} A_n$ всегда существует.
- Событие $A^* \supset A_*$. (+)
- Событие $A^* \setminus A_* = \varnothing$.

2. Тип — множественный выбор.

Пусть событие $A^* = \lim\limits_{n\to\infty} \sup A_n = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} \bigcup\limits_{k=n}^{\infty} A_k$, $A_* = \lim\limits_{n\to\infty} \inf A_n = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} \bigcap\limits_{k=n}^{\infty} A_k$. Какие из приведенных высказываний будут верными?

- Событие $A^* = A_*$, если $A_1 \supset A_2 \supset \ldots$ (+)
- Событие $A^* \neq A_*$, если $A_1 \supset A_2 \supset \ldots$
- Событие $A^* = A_*$, если $A_1 \subset A_2 \subset \ldots$ (+)
- Событие $A^* \neq A_*$, если $A_1 \subset A_2 \subset \ldots$

3. Тип — одиночный выбор.

Пусть последовательность $\{A_i;\ i \geq 1\}$ событий из $\mathscr{F}$ имеет предел $A = \lim\limits_{n\to\infty} A_n$. Определить соотношение, которое является верным.

- Событие $A \notin \mathscr{F}$.
- Событие $A \neq \lim\limits_{n\to\infty} \sup A_n$.
- Событие $A \neq \lim\limits_{n\to\infty} \inf A_n$.
- Событие $\lim\limits_{n\to\infty} \sup A_n = \lim\limits_{n\to\infty} \inf A_n$. (+)

4. Тип — множественный выбор.

Пусть последовательность $\{A_i;\ i \geq 1\}$ событий из $\mathscr{F}$ удовлетворяет условию $A_1 \supset A_2 \supset \ldots$ Определить соотношения, которые являются верными.

- Имеет место соотношение $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbf{P}(A_n) = \mathbf{P}(\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} A_n)$. (+)

- Имеет место соотношение $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbf{P}(A_n) \neq \mathbf{P}(\lim\limits_{n\to\infty} A_n)$.
- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(\lim\limits_{n\to\infty} A_n) = \mathbf{P}(\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} A_n)$. (+)
- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(\lim\limits_{n\to\infty} A_n) \neq \mathbf{P}(\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} A_n)$.

5. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является одномерной случайной величиной на $(\Omega, \mathscr{F})$. Определить соотношение между событиями, которое является ошибочным.

- Событие $\{\omega: \xi(\omega) \geq a\} = \Omega \setminus \{\omega: \xi(\omega) < a\}$.
- Событие $\{\omega: \xi(\omega) > a\} \neq \Omega \setminus (\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}\{\omega: \xi(\omega) < a + 1/i\})$.(+)
- Событие $\{\omega: a \leq \xi(\omega) < b\} \in \mathscr{F}$.
- Событие $\{\omega: \xi(\omega) = a\} = \bigcap\limits_{i=1}^{\infty}\{\omega: \xi(\omega) < a + 1/i\} \setminus \{\omega: \xi(\omega) < a\}$.

6. Тип — множественный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является одномерной случайной величиной на $(\Omega, \mathscr{F})$. Определить соотношения между событиями, которые являются верными.

- Событие $\{\omega: \xi(\omega) > a\} \neq \Omega \setminus (\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}\{\omega: \xi(\omega) < a + 1/i\})$.
- Событие $\{\omega: a \leq \xi(\omega) < b\} \in \mathscr{F}$. (+)
- Событие $\{\omega: \xi(\omega) = a\} = \bigcap\limits_{i=1}^{\infty}\{\omega: \xi(\omega) < a + 1/i\} \setminus \{\omega: \xi(\omega) < a\}$.
- Событие $\{\omega: \xi(\omega) \geq a\} = \Omega \setminus \{\omega: \xi(\omega) < a\}$. (+)

7. Тип – одиночный выбор.

Пусть $c \in R$ и $\xi(\omega)$, $\eta(\omega)$ являются случайными величинами. Определить утверждение, которое будет ошибочным.

- Функция $c\xi(\omega)$ является случайной величиной.
- Функция $c(\xi(\omega) + \eta(\omega))$ является случайной величиной.
- Функция $c(\xi(\omega) - \eta(\omega))$ является случайной величиной.
- Функция $|\xi(\omega)|$ не является случайной величиной. (+)

8. Тип — проверка ответов.

Пусть рассматривается последовательность A_1, A_2, ... случайных событий на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P}(\bullet))$. Вычислить пределы: 1) $\lim\limits_{n\to\infty} \inf A_n$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} \sup A_n$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} A_n$, если $A_1 \supset A_2 \supset \ldots$

Ответ для задачи 1): $\lim\limits_{n\to\infty} \inf A_n = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} A_n$ □

ответ для задачи 2): $\lim\limits_{n\to\infty} \sup A_n = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} A_n$ □

ответ для задачи 3): $\lim\limits_{n\to\infty} A_n = \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} A_n$ □

9. Тип — множественный выбор.

Пусть $F(x)$ является интегральной функцией распределения случайной величины ξ. Определить правильные соотношения.

- Имеет место соотношение $F(+\infty) \neq 1$.
- Имеет место соотношение $F(-\infty)$ □ 0. (+)
- Имеет место соотношение $F(+\infty)$ □ 1. (+)
- Имеет место соотношение $F(-\infty) \neq 0$.

10. Тип — одиночный выбор.

Пусть $F(x)$ является интегральной функцией распределения случайной величины ξ. Определить правильное утверждение?

- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то $\mathbf{P}(\{\omega: a \le \xi(\omega) < b\}) = F(a) - F(b)$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: a \le \xi(\omega) < b\}) < < F(a) - F(b)$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: a \le \xi(\omega) < b\}) = F(b) - F(a)$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: a \le \xi(\omega) < b\}) > > F(b) - F(a)$. (+)

11. Тип — одиночный выбор.

Пусть числовая последовательность $\{a_n;\, n \ge 1\}$ удовлетворяет условиям: $a_1 < a_2 < \ldots < a_n < < a_{n+1} < \ldots < a$ и $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ □ a. Определить верное соотношение.

- Имеет место $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < a\}) > \mathbf{P}(\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}\{\omega : \xi(\omega) < a_n\})$.
- Имеет место $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < a\}) < \mathbf{P}(\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}\{\omega : \xi(\omega) < a_n\})$.
- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(\lim\limits_{n\to\infty}\{\omega : \xi(\omega) < a_n\})$ □ $F(a)$. (+)
- Имеет место $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < a\})$ □ $\mathbf{P}(\bigcap\limits_{n=1}^{\infty}\{\omega : \xi(\omega) < a_n\})$.

12. Тип — множественный выбор.

Пусть числовая последовательность $\{a_n;\, n \ge 1\}$ удовлетворяет условиям: $a_1 > a_2 > \ldots > a_n >$ $> a_{n+1} > \ldots > a$ и $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ □ a. Определить верные высказывания.

- Имеет место $\mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) \le a\}) > \mathbf{P}(\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} \{\omega\colon \xi(\omega) < a_n\})$.
- Имеет место $\mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) \le a\}) < \mathbf{P}(\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} \{\omega\colon \xi(\omega) < a_n\})$.
- Имеет место $\mathbf{P}(\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} \{\omega\colon \xi(\omega) < a_n\})$ □ $\mathbf{P}(\lim\limits_{n\to\infty} \{\omega : \xi(\omega) < a_n\})$. (+)
- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) \le a\})$ □ $\lim\limits_{n\to\infty} F(a_n)$. (+)

13. Тип — одиночный выбор.

Пусть $F(x)$ является интегральной функцией распределения случайной величины ξ. Определить ошибочное утверждение.

- Имеет место соотношение $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = 1.$
- Имеет место соотношение $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 0$
- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) = x\}) = F(x + 0) - F(x)$.
- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(\{\omega\colon a < \xi(\omega) < b\}) > F(b) - F(a + 0)$, $-\infty < a < b < +\infty$. (+)

14. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\mathscr{B}$ есть σ-алгебра борелевских подмножеств на действительной прямой R. Определить верное соотношение.

- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то промежуток $[a, b) \notin \mathscr{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то промежуток $(a, b] \notin \mathscr{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то интервал $(a, b) \notin \mathscr{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то отрезок промежуток $[a, b] \in \mathscr{B}$. (+)

15. Тип — множественный выбор.

Пусть $\mathscr{B}$ есть σ-алгебра борелевских подмножеств на действительной прямой R. Определить ошибочные соотношения.

- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то промежуток $[a, b) \cup (a, b] \in \mathscr{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то промежуток $[a, b) \setminus (a, b] \notin \mathscr{B}$. (+)
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то интервал $(a, b) \cap [a, b] \notin \mathscr{B}$. (+)
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то отрезок промежуток $[a, b] \setminus (a, b) \in \mathscr{B}$.

16. Тип — проверка ответов.

Пусть $\xi(\omega)$ является одномерной случайной величиной на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P}(\bullet))$, $F(x) = \mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) < x\})$ и $A_n = \{\omega\colon \xi(\omega) < a_n\}$, где $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > a_{n+1} > \ldots > a$ и $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = = a < +\infty$. Вычислить пределы: 1) $\mathbf{P}(\lim\limits_{n\to\infty} \inf A_n)$; 2) $\mathbf{P}(\lim\limits_{n\to\infty} \sup A_n)$; 3) $\mathbf{P}(\lim\limits_{n\to\infty} A_n)$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(\lim_{n\to\infty} \inf A_n) = F(a + 0)$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(\lim_{n\to\infty} \sup A_n) = F(a + 0)$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(\lim_{n\to\infty} A_n) = F(a + 0)$.

17. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является дискретной случайной величиной, которая принимает возможные значения $x_1, x_2, \ldots$ Определить верное утверждение.

- Имеет место равенство $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_1\}) = 0$.
- Имеет место равенство $F(x) = \sum_{i: x_i < x} \mathbf{P}(\xi = x_i)$. (+)
- Имеет место соотношение $\sum_i \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_i\}) < 1$.
- Имеет место неравенство $\sum_i \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_i\}) > 1$.

18. Тип — множественный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является непрерывной случайной величиной, плотность вероятностей которой равна $f(x)$. Определить верные утверждения.

- Случайная величина ξ имеет абсолютно непрерывную интегральную функцию распределения $F(x)$. (+)
- Интегральная функция распределения $F(x) \neq \int_{-\infty}^{x} f(u)\,du$.
- Интегральная функция $F(x)$ имеет почти всюду по мере Лебега первую производную $dF(x)/dx = f(x)$.
- Интегральная функция распределения $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)\,du$. (+)

19. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является непрерывной случайной величиной. Определить ошибочное утверждение.

- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: a \le \xi(\omega) < b\}) < \int_a^b f(u)\,du$. (+)
- Имеет место равенство $\mathbf{P}(\{\omega: a < \xi(\omega) < b\}) = \int_a^b f(u)\,du$.
- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: a \le \xi(\omega) \le b\}) = \int_a^b f(u)\,du$.
- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: a < \xi(\omega) \le b\}) = \int_a^b f(u)\,du$.

20. Тип — множественный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является случайной величиной. Определить ошибочные утверждения.

- Точка $\{a_0\} \in R$ будет всегда точкой роста для интегральной функции $F(x)$, если существует число $\varepsilon > 0$, для которого выполняется неравенство $F(a_0 + \varepsilon) - F(a_0 - \varepsilon) > 0$. (+)
- Точка $\{a_0\} \in R$ будет всегда точкой роста для интегральной функции $F(x)$, если для любого числа $\varepsilon > 0$ выполняется неравенство вида $F(a_0 + \varepsilon) - F(a_0 - \varepsilon) > 0$.
- Точка $\{a_0\} \in R$ будет всегда точкой роста для интегральной функции $F(x)$, если существует число $\varepsilon > 0$, для которого выполняется равенство $F(a_0 + \varepsilon) - F(a_0 - \varepsilon) = 0$. (+)
- Точка $\{a_0\} \in R$ будет всегда точкой роста для интегральной функции $F(x)$, если существует число $\varepsilon > 0$, для которого выполняется равенство $F(a_0 + \varepsilon) - F(a_0 - \varepsilon) = \varepsilon$.

21. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является дискретной случайной величиной, которая принимает возможные значения $x_1, x_2, \ldots$ Определить верное утверждение.

- Имеет место соотношение $F(x_i + 0) - F(x_i) > \mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) = x_i\})$.
- Имеет место неравенство $F(x_i + 0) - F(x_i) < \mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) = x_i\})$.
- Имеет место равенство $F(x_i + 0) - F(x_i) = \mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) = x_i\})$. (+)
- Имеет место равенство $F(x_i) - F(x_i - 0) = \mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) = x_i\})$.

22. Тип — множественный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является сингулярной случайной величиной. Определить верные утверждения.

- Интегральная функция распределения $F(x)$ сингулярной случайной величины почти всюду по мере Лебега постоянна. (+)
- Интегральная функция распределения $F(x)$ удовлетворяет условию $dF(x)/dx > 0$.
- Интегральная функция распределения $F(x)$ почти всюду по мере Лебега удовлетворяет условию $dF(x)/dx = 0$. (+)
- Интегральная функция распределения $F(x)$ удовлетворяет условию $dF(x)/dx < 0$.

23. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является сингулярной случайной величиной. Определить ошибочное утверждение.

- Интегральная функция распределения $F(x)$ непрерывна.
- Интегральная функция распределения $F(x)$ удовлетворяет условию $dF(x)/dx > 0$. (+)
- Сингулярная случайная величина принимает несчётное множество значений.
- Сингулярная случайная величина не имеет плотности распределения.

24. Тип — проверка ответов.

Пусть $\xi(\omega)$ является дискретной случайной величиной на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P}(\bullet))$ и $\mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) = i\}) = p(1 - p)^{i-1}$, где $0 < p < < 1$, $i = 1, 2, \ldots$ Вычислить следующие вероятности: 1) $\mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) \geq 2\})$; 2) $\mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) \geq 5\})$; 3) $\mathbf{P}(\{\omega\colon \xi(\omega) \geq 10\})$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) \geq 2\}) = 1 - p$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) \geq 5\}) = (1 - p)^4$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) \geq 10\}) = (1 - p)^9$.

25. Тип — множественный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является сингулярной случайной величиной, которая принимает значения из отрезка [0, 1]. Определить соотношения, которые являются верными.

- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < x\}) = 0$ при $x \leq 0$. (+)
- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < x\}) > 1/2$ при $1/3 < x < 2/3$.
- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < x\}) < 1/4$ при $1/9 < x < 2/9$.
- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < x\}) = 3/4$ при $7/9 < x < 8/9$. (+)

26. Тип — одиночный выбор.

Пусть функция $K(x)$ является канторовой лестницей на отрезке [0, 1]. соотношение, которое является ошибочным?

- Функция $K(x) = 1/8$ при $1/27 < x < 2/27$.
- Функция $K(x) = 1/2$ при $7/27 < x < 8/27$. (+)
- Функция $K(x) = 5/8$ при $19/27 < x < 20/27$.
- Функция $K(x) = 7/8$ при $25/27 < x < 26/27$.

27. Тип — множественный выбор.

Пусть $F(x)$ является интегральной функцией распределения сингулярной случайной величины $\xi(\omega): \Omega \to [0, 1]$. Определить соотношения, которые являются верными?

- Имеет место соотношение $F(x) = 1$ при $x \geq 26/27$.
- Имеет место соотношение $F(x) = 1$ при $x \geq 1$. (+)
- Имеет место соотношение $F(x) \geq 1/16$ при $x \geq 1/27$. (+)
- Имеет место соотношение $F(x) \leq 3/8$ при $x \leq 1/3$

28. Тип — проверка ответов.

Пусть $F(x)$ является интегральной функцией распределения сингулярной случайной величины $\xi(\omega): \Omega \to [0, 1]$. Вычислить значение функции $F(x)$ при: 1) $x = 10/27$; 2) $x = 20/27$;

3) $x = 22/27$.

Ответ для задачи 1): $F(10/27) = 1/2$;

ответ для задачи 2): $F(20/27) = 5/8$;

ответ для задачи 3): $F(22/27) = 3/4$.

29. Тип — проверка ответов.

Пусть функция $K(x)$ является канторовой лестницей на отрезке [0, 1]. Вычислить значение канторовой функции $K(x)$ при: 1) $x = 11/27$; 2) $x = 21/27$; 3) $x = 23/27$.

Ответ для задачи 1): $K(11/27) = 1/2$;

ответ для задачи 2): $K(21/27) = 3/4$;

ответ для задачи 3): $K(23/27) = 3/4$.

30. Тип — проверка ответов.

Пусть $F(x)$ является интегральной функцией распределения сингулярной случайной величины $\xi(\omega)$: $\Omega \to [0, 1]$. Вычислить значение функции $F(x)$ при: 1) $x = 1/27$; 2) $x = 2/27$; 3) $x = 4/27$.

Ответ для задачи 1): $F(1/27) = 1/8$

ответ для задачи 2): $F(2/27) = 1/8$

ответ для задачи 3): $F(4/27) = 1/4$.

31. Тип — проверка ответов.

Пусть функция $K(x)$ является канторовой лестницей на отрезке [0, 1]. Вычислить значение канторовой функции $K(x)$ при: 1) $x = 4/27$; 2) $x = 7/27$; 3) $x = 26/27$.

Ответ для задачи 1): $K(4/27) = 1/4$;

ответ для задачи 2): $K(7/27) = 3/8$;

ответ для задачи 3): $K(26/27) = 7/8$.

32. Тип — одиночный выбор.

Пусть $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega), \ldots, \xi_n(\omega))$ является многомерной случайной величиной. Определить правильное соотношение.

- Имеет место соотношение $\bigcap\limits_{i=1}^{n}\{\omega : \xi_i(\omega) < x_i\} \notin \mathscr{F}$.
- Имеет место соотношение $\bigcap\limits_{i=1}^{n}\{\omega : \xi_i(\omega) > x_i\} \notin \mathscr{F}$.
- Имеет место соотношение $\bigcap\limits_{i=1}^{n}\{\omega : \xi_i(\omega) = x_i\} \in \mathscr{F}$. (+)
- Имеет место соотношение $\bigcap\limits_{i=1}^{n}\{\omega : \xi_i(\omega) \geq x_i\} \notin \mathscr{F}$.

33. Тип — множественный выбор.

Пусть $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega), \ldots, \xi_n(\omega))$ является многомерной случайной величиной. Определить ошибочные соотношения.

- Имеет место равенство

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1 - \mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) < x_1, \xi_2(\omega) < x_2, \ldots, \xi_n(\omega) < x_n\})$. (+)

- Имеет место равенство

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) < x_1, \xi_2(\omega) < x_2, \ldots, \xi_n(\omega) < x_n\})$.

- Имеет место равенство

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) \leq x_1, \xi_2(\omega) \leq x_2, \ldots, \xi_n(\omega) \leq x_n\})$. (+)

- Имеет место равенство

$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) > x_1, \xi_2(\omega) > x_2, \ldots, \xi_n(\omega) > x_n\})$. (+)

34. Тип — одиночный выбор.

Пусть $F(x, y)$ является интегральной функцией двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$.Определить правильное утверждение.

- Функция $F(x, y)$ принимает значение из интервала $(0, 1)$.
- Функция $F(x, y)$ принимает значение из промежутка $(0, 1]$.
- Функция $F(x, y)$ принимает значение из промежутка $[0, 1)$.
- Функция $F(x, y)$ принимает значение на отрезке $[0, 1]$. (+)

35. Тип — множественный выбор.

Пусть $F(x, y)$ является интегральной функцией двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$.Определить правильные утверждения.

- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega\colon a \le \xi_1(\omega) \le b, \xi_2(\omega) \le y\}) = F(b, y) - F(a, y)$.
- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega\colon a \le \xi_1(\omega) < b, \xi_2(\omega) < y\}) = F(b, y) - F(a, y)$. (+)
- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega\colon a < \xi_1(\omega) < b, \xi_2(\omega) < y\}) = F(b, y) - F(a, y)$.
- Функция $F(x, y)$ является неубывающей функцией по аргументам x и y. (+)

36. Тип — одиночный выбор.

Пусть $F(x, y)$ является интегральной функцией распределения двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$. Пусть также функции $F_{\xi_1}(x)$ и $F_{\xi_2}(y)$ являются интегральными функциями распределения случайных величин ξ_1 и соответственно ξ_2. Определить верное утверждение.

- Имеет место неравенство $F(+\infty, y) < F_{\xi_2}(y)$.
- Имеет место неравенство $F(x, +\infty) > F_{\xi_1}(x)$.
- Имеет место равенство $F(-\infty, -\infty) = 0$. (+)
- Имеет место неравенство $F(+\infty, +\infty) < 1$.

37. Тип — множественный выбор.

Пусть $F(x, y)$ является интегральной функцией распределения двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$, и возрастающие последовательности $\{a_i;\ i \ge 1\}$ и $\{b_i;\ i \ge 1\}$ сходятся при $i \to \infty$ к числам a и b соответственно. Пусть также функции $F_{\xi_1}(x)$ и $F_{\xi_2}(y)$ являются интегральными функциями распределения случайных величин ξ_1 и соответственно ξ_2. Определить ошибочные утверждения.

- Имеет место равенство $F(a, b) = F_{\xi_1}(a)$. (+)
- Имеет место равенство $F(a - 0, y) = \lim\limits_{a_i \to a, a_i < a} F(a_i, y) = F(a, y)$.
- Имеет место равенство $F(x, b - 0) = \lim\limits_{b_i \to b, b_i < b} F(x, b_i) = F(x, b)$.
- Имеет место равенство $F(x, y) = F_{\xi_1}(x)F_{\xi_2}(y)$. (+)

38. Тип — одиночный выбор.

Пусть $F(x, y)$ является интегральной функцией распределения двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ и $a < b$, $c < d$. Пусть также функции $F_{\xi_1}(x)$ и $F_{\xi_2}(y)$ являются интегральными функциями случайных величин ξ_1 и соответственно ξ_2. Определить верное утверждение.

- Имеет место неравенство $F(b, d) - F(b, c) - F(a, d) + F(a, c) > 0$.
- Имеет место равенство $\mathbf{P}(\{\omega: a \le \xi_1(\omega) < b, c \le \xi_2(\omega) < d\}) = F(b, d) - F(b, c) - F(a, d) + F(a, c)$. (+)
- Имеет место соотношение $F(x_1, x_2) > F_{\xi_1}(x_1)F_{\xi_2}(x_2)$, если случайные величины ξ_1 и ξ_2 статистически независимы.
- Имеет место равенство $F(x_1, x_2) = F_{\xi_1}(x_1)F_{\xi_2}(x_2)$, если случайные величины ξ_1 и ξ_2 статистически зависимы.

39. Тип — проверка ответов.

Пусть случайные величины ξ_1 и ξ_2 являются независимыми. Пусть $F_{\xi_1}(x_1) = 0$ при $x_1 \le 0$ и $F_{\xi_1}(x_1) = 1 - \exp\{-\lambda x_1\}$ при $x_1 > 0$, $\lambda = \text{const} > 0$, а $F_{\xi_2}(x_2) = 0$ при $x_2 \le 0$ и $F_{\xi_2}(x_2) = 1 - \exp\{-\beta x_2\}$ при $x_2 > 0$, $\beta = \text{const} > 0$. Вычислить значение двумерной интегральной функции распределения $F(x_1, x_2) = \mathbf{P}(\{\omega: \xi_1 < x_1, \xi_2 < x_2\})$ при следующих аргументах: 1) $x_1 = x_2 = 0$; 2) $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; 3) $x_1 = 1$, $x_2 = 1$.

Ответ для задачи 1): $F(0, 0) = 0$;

ответ для задачи 2): $F(0, 1) = 0$;

ответ для задачи 3): $F(1, 1) = 1 - \exp\{-\lambda\} - \exp\{-\beta\} + \exp\{-\lambda - \beta\}$.

40. Тип — проверка ответов.

Пусть вероятности $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) = x_i, \xi_2(\omega) = y_j\}) = r_{i,j}$, $i, j = 1, 2, \ldots$, являются распределением дискретной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$. Пусть также функции $F(x, y)$, $F_{\xi_1}(x)$ и $F_{\xi_2}(y)$ являются интегральными функциями распределения двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$, случайных величин ξ_1 и соответственно ξ_2. Вычислить следующие интегральные функции распределения: 1) $F(x, y)$; 2) $F_{\xi_1}(x)$; 3) $F_{\xi_2}(y)$.

Ответ для задачи 1): $F(x, y) = \sum\limits_{i:\, x_i < x} \sum\limits_{j:\, y_j < y} r_{i,j}$;

ответ для задачи 2): $F_{\xi_1}(x) = \sum\limits_{i:\, x_i < x} \sum\limits_{j} r_{i,j}$;

ответ для задачи 3): $F_{\xi_2}(y) = \sum\limits_{j:\, y_j < y} \sum\limits_{i} r_{i,j}$.

41. Тип — множественный выбор.

Пусть вероятности $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) = x_i, \xi_2(\omega) = y_j\}) = r_{i,j}$, $i, j = 1, 2, \ldots$, являются распределением дискретной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$. Определить верные равенства.

- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) = x_i\}) = \sum\limits_{j} r_{i,j}$. (+)

- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_2(\omega) = y_j\}) = \sum_i r_{i,j}$. (+)

- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) = x_i, \xi_2(\omega) = y_j\}) = (\sum_j r_{i,j}) \times (\sum_i r_{i,j})$.

- Вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) = x_i, \xi_2(\omega) = y_j\}) > \sum_j r_{i,j} + \sum_i r_{i,j}$.

42. Тип — одиночный выбор.

Пусть вероятности $P(\{\omega: \xi_1(\omega) = x_i, \xi_2(\omega) = y_j\}) = r_{i,j}$, $i, j = 1, 2, \ldots$, являются распределением дискретной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$. Определить ошибочное утверждение.

- Имеет место равенство $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) < x\}) = \sum_{i: x_i < x} \sum_j r_{i,j}$.

- Имеет место неравенство $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_2(\omega) < y\}) \neq \sum_{j: y_j < y} \sum_i r_{i,j}$. (+)

- Имеет место неравенство $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) = x_i, \xi_2(\omega) = y_j\}) \neq \neq (\sum_j r_{i,j}) \times (\sum_i r_{i,j})$.

- Имеет место неравенство $\mathbf{P}(\{\omega: \xi_1(\omega) = x_i\} \cup \{\omega: \xi_2(\omega) = y_j\}) \leq$

$\leq \sum_j r_{i,j} + \sum_i r_{i,j}$.

43. Тип — множественный выбор.

Пусть функция $f(x, y)$ является плотностью распределения вероятностей двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ и $a < b$, $c < d$. Определить верные соотношения.

- Рассматривается неравенство $\mathbf{P}(\{\omega: a \leq \xi_1(\omega) < b, c \leq \xi_2(\omega) < d\}) > \int_a^b \int_c^d f(x, y)\,dxdy$.

- Рассматривается равенство $\mathbf{P}(\{\omega: a \leq \xi_1(\omega) < b, c \leq \xi_2(\omega) < d\}) = \int_a^b \int_c^d f(x, y)\,dxdy$. (+)

- Рассматривается неравенство $\mathbf{P}(\{\omega: a \leq \xi_1(\omega) < b, c \leq \xi_2(\omega) < d\}) < \int_a^b \int_c^d f(x, y)\,dxdy$.

- Рассматривается соотношение $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)\,dxdy = 1$. (+)

44. Тип — одиночный выбор.

Пусть функция $f(x, y)$ является плотностью распределения вероятностей двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ и $a < b$, $c < d$. Определить ошибочное утверждение.

- Имеет место равенство $\mathbf{P}(\{\omega: a < \xi_1(\omega) < b, c < \xi_2(\omega) < d\}) = \int_a^b \int_c^d f(x, y)\,dxdy$.

- Имеет место равенство $\mathbf{P}(\{\omega: a < \xi_1(\omega) \leq b, c \leq \xi_2(\omega) \leq d\}) = \int_a^b \int_c^d f(x, y)\,dxdy$.

- Имеет место неравенство $\mathbf{P}(\{\omega: a \le \xi_1(\omega) < b, c \le \xi_2(\omega) < d\}) > \int_a^b\int_c^d f(x,y)\,dxdy$. (+)
- Имеет место равенство $\mathbf{P}(\{\omega: a \le \xi_1(\omega) \le b, c \le \xi_2(\omega) < d\}) = \int_a^b\int_c^d f(x,y)\,dxdy$.

45. Тип — множественный выбор.

Пусть функция $f(x, y)$ является плотностью распределения вероятностей двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$. Пусть также функции $f_{\xi_1}(x)$ и $f_{\xi_2}(y)$ являются плотностями распределения случайных величин ξ_1 и соответственно ξ_2. Определить справедливые утверждения.

- Если ξ_1 и ξ_2 являются независимыми, то $f(x, y) = f_{\xi_1}(x) \times f_{\xi_2}(y)$. (+)
- Имеет место соотношение $f_{\xi_1}(x) > \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,v)\,dv$.
- Имеет место соотношение $f_{\xi_2}(y) < \int_{-\infty}^{+\infty} f(u,y)\,du$.
- Имеет место соотношение $f_{\xi_1}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,v)\,dv$. (+)

46. Тип — одиночный выбор.

Пусть функция $f(x, y)$ является плотностью распределения вероятностей двумерной случайной величины $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$. Пусть также функции $F(x, y)$, $F_{\xi_1}(x)$ и $F_{\xi_2}(y)$ являются интегральными функциями распределения случайного вектора $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$, случайных величин ξ_1 и соответственно ξ_2. Определить верное утверждение.

- Имеет место соотношение $F_{\xi_1}(x) < \int_{-\infty}^{x} (\int_{-\infty}^{+\infty} f(u,v)\,dv)\,du$.
- Имеет место соотношение $F_{\xi_2}(y) > \int_{-\infty}^{y} (\int_{-\infty}^{+\infty} f(u,v)\,du)\,dv$
- Пусть ξ_1 является одномерной непрерывной случайной величиной и $\xi_2 = a\xi_1 + b$, где $a < 0$, $b > 0$. Тогда (ξ_1, ξ_2) будет непрерывным случайным вектором.
- Если ξ_1 и ξ_2 являются независимыми, то $F(x, y) = F_{\xi_1}(x)F_{\xi_2}(y)$. (+)

47. Тип — проверка ответов.

Пусть ξ и η являются дискретной и соответственно непрерывной случайной величиной, а также $\mathbf{P}(B) > 0$ для события B. Вычислите для этих случайных величин относительно B следующие условные законы распределения: 1) $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_i\} \mid B)$; 2) $F_\xi(x \mid B)$; 3) $F_\eta(x \mid B)$;
4) $f_\eta(x \mid B)$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_i\} \mid B) = \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_i, B\})/\mathbf{P}(B)$;

ответ для задачи 2): $F_\xi(x \mid B) = (\mathbf{P}(B))^{-1} \sum\limits_{i:\, x_i < x} \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_i, B\})$;

ответ для задачи 3): $F_\eta(x \mid B) = \mathbf{P}(\{\omega: \eta(\omega) < x, B\})/\mathbf{P}(B)$;

ответ для задачи4): $f_\eta(x \mid B) = d(F_\eta(x \mid B))/dx$.

48. Тип — множественный выбор.

Рассматривается двумерная случайная величина (ξ, η) и вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: \eta(\omega) < y\}) > 0$. верные соотношения.

- Имеет место $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < x, \eta(\omega) < y\}) > \mathbf{P}(\{\omega: \eta(\omega) < y\}) \times$
$\times\, \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < x\} \mid \{\omega: \eta(\omega) < y\})$.
- Имеет место $F(x, y) = F_\eta(y)F_\xi(x \mid \{\omega: \eta(\omega) < y\})$. (+)
- Имеет место $F(x, y) = \mathbf{P}(\{\omega: \eta(\omega) < y\}) \times$
$\times\, \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < x\} \mid \{\omega: \eta(\omega) < y\})$. (+)
- Имеет место $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) < x, \eta(\omega) < y\}) < \mathbf{P}(\{\omega: \eta < y\}) \times$
$\times\, F_\xi(x \mid \{\omega: \eta(\omega) < y\})$.

49. Тип — одиночный выбор.

Пусть двумерная случайная величина (ξ, η) обладает плотностью вероятности $f(x, y)$. Определить ошибочное соотношение.

- Рассматривается соотношение $F_\xi(x \mid y) = (\int\limits_{-\infty}^{x} f(u, y)\, du) / f_\eta(y)$.
- Рассматривается соотношение $F_\xi(x \mid y) \neq (\int\limits_{-\infty}^{x} f(u, y)\, du) \times$
$\times\, (\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx)^{-1}$. (+)
- Рассматривается соотношение
$F_\xi(x|y) = \frac{\partial}{\partial y}(F(x, y)) \times (\frac{d}{dy}(F_\eta(y)))^{-1}$.
- Рассматривается соотношение
$F_\xi(x \mid y) = \frac{\partial}{\partial y}(F(x, y)) \times (\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx)^{-1}$.

50. Тип — множественный выбор.

Пусть двумерная случайная величина (ξ, η) обладает плотностью вероятности $f(x, y)$. Определить верные соотношения.

- Рассматривается соотношение $F_\eta(y \mid x) = (\int\limits_{-\infty}^{y} f(x, v)\, dv) \times$
$\times\, (\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy)^{-1}$. (+)

- Рассматривается соотношение $F_\eta(y \mid x) = \frac{\partial}{\partial x}(F(x, y)) \times$

$\times\ (\frac{d}{dx}(F_\xi(x)))^{-1}$. (+)

- Рассматривается соотношение $F_\eta(y \mid x) \neq (\int\limits_{-\infty}^{y} f(x, v)\, dv) \times (f_\xi(x))^{-1}$.

- Рассматривается соотношение $F_\eta(y \mid x) = (\frac{\partial}{\partial x}(F(x, y)) \times$

$\times\ (\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dy)^{-1}$. (+)

51. Тип — одиночный выбор.

Пусть двумерная случайная величина (ξ, η) обладает плотностью вероятности $f(x, y)$. Определить неверное соотношение.

- Имеет место $f_\xi(x \mid y) = f(x, y) / f_\eta(y)$.
- Имеет место $f_\xi(x \mid y) = f(x, y) \times (\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dx)^{-1}$.
- Имеет место $f_\eta(y \mid x) = f(x, y) / f_\xi(x)$.
- Имеет место $f_\eta(y \mid x) \neq f(x, y) \times (\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dy)^{-1}$. (+)

52. Тип — множественный выбор.

Пусть двумерная случайная величина (ξ, η) обладает плотностью вероятности $f(x, y)$. Определить верные соотношения.

- Рассматривается соотношение $f(x, y) = f_\xi(x)f_\eta(y \mid x)$. (+)
- Рассматривается соотношение $f(x, y) \neq f_\xi(x)f_\eta(y \mid x)$.
- Рассматривается соотношение $f(x, y) \neq f_\eta(y)f_\xi(x \mid y)$.
- Рассматривается соотношение $f(x, y) = f_\eta(y)f_\xi(x \mid y)$. (+)

53. Тип — одиночный выбор.

Пусть двумерная случайная величина (ξ, η) обладает плотностью вероятности $f(x, y)$. Определить ошибочное соотношение.

- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(A) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{P}(A \mid x)f(x)\, dx$.
- Имеет место соотношение $f_\xi(x \mid A) = f_\xi(x)\mathbf{P}(A \mid x) \times$

$\times\ (\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{P}(A \mid x)f_\xi(x)\, dx)^{-1}$, если $\mathbf{P}(A) > 0$.

- Имеет место соотношение $f_\eta(y \mid A) = f_\eta(y)\mathbf{P}(A \mid y) \times$

$\times\ \left(\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{P}(A \mid y) f_\eta(y)\, dy\right)^{-1}$, если $\mathbf{P}(A) > 0$.

- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(A) \neq \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{P}(A \mid x) f(x)\, dx$. (+)

54. Тип — проверка ответов.

Пусть множество $\{P(\{\omega: \xi(\omega) = x_i, \eta(\omega) = y_j\}) = r_{i,j}: i \in \{1, 2, \ldots, n\}, j \in \{1, 2, \ldots, m\}\}$ является распределением дискретного случайного вектора $(\xi(\omega), \eta(\omega))$. Вычислить следующие математические ожидания: 1) $M\xi$; 2) $M\eta$; 3) $M(\xi + \eta)$.

Ответ для задачи 1): $M\xi = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \sum\limits_{j} r_{i,j}$;

ответ для задачи 2): $M\eta = \sum\limits_{j=1}^{m} y_j \sum\limits_{i} r_{i,j}$;

ответ для задачи 3): $M(\xi + \eta) = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \sum\limits_{j} r_{i,j} + \sum\limits_{j=1}^{m} y_j \sum\limits_{i} r_{i,j}$

55. Тип — множественный выбор.

Пусть множество $\{P(\{\omega: \xi(\omega) = x_i,\}) = p_i: i = 1, 2, \ldots\}$ является распределением дискретной случайной величины $\xi(\omega)$. Определить ошибочные соотношения.

- Имеет место $M\xi = \sum\limits_{k=1}^{\infty} x_k p_k$, если ряд сходится абсолютно.
- Имеет место соотношение $M\xi < \sum\limits_{k=1}^{\infty} x_k p_k$, если ряд не сходится абсолютно. (+)
- Имеет место соотношение $M\xi > \sum\limits_{k=1}^{\infty} x_k p_k$, если ряд сходится абсолютно. (+)
- Имеет место соотношение $M\xi \neq \sum\limits_{k=1}^{\infty} x_k p_k$, если ряд не сходится абсолютно. (+)

56. Тип — одиночный выбор.

Пусть $f(x)$ является плотностью распределения непрерывной случайной величины $\xi(\omega)$. Определить верное соотношение для случайной величины ξ.

- Рассматривается соотношение $M\xi \neq \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x f_\xi(x) dx$

при $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |x|\, f_\xi(x) dx < +\infty$.

- Рассматривается соотношение $M\xi = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x f_\xi(x)dx$ (+)

при $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |x|\, f_\xi(x)dx < +\infty$.

- Рассматривается соотношение $M\xi > \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x f_\xi(x)dx$

при $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |x|\, f_\xi(x)dx < +\infty$.

- Рассматривается соотношение $M\xi < \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x f_\xi(x)dx$

при $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |x|\, f_\xi(x)dx = +\infty$.

57. Тип — множественный выбор.

Пусть функция $z = w(x, y)$: $R^2 \to R$ и $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ является дискретной двумерной величиной $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ с распределением p_{ik}, $i, k = \ = 1, 2, \ldots$ Определить ошибочные соотношения для $\eta(\omega) = w(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$.

- Рассматривается соотношение $M(\eta(\omega)) > \sum\limits_{i,k=1}^{\infty} w(x_i, y_k)p_{ik}$, если $\sum\limits_{i,k=1}^{\infty} |w(x_i, y_k)|p_{ik} < +\infty$. (+)
- Рассматривается соотношение $M(\eta(\omega)) = \sum\limits_{i,k=1}^{\infty} w(x_i, y_k)p_{ik}$, если $\sum\limits_{i,k=1}^{\infty} |w(x_i, y_k)|p_{ik} < +\infty$.
- Рассматривается соотношение $M(\eta(\omega)) < \sum\limits_{i,k=1}^{\infty} w(x_i, y_k)p_{ik}$, если $\sum\limits_{i,k=1}^{\infty} |w(x_i, y_k)|p_{ik} < +\infty$. (+)
- Рассматривается соотношение $M(\eta(\omega)) \neq \sum\limits_{i,k=1}^{\infty} w(x_i, y_k)p_{ik}$, если $\sum\limits_{i,k=1}^{\infty} |w(x_i, y_k)|p_{ik} < +\infty$. (+)

58. Тип — одиночный выбор.

Пусть функция $z = w(x, y)$: $R^2 \to R$ и $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ является непрерывной двумерной случайной величиной $(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ с плотностью распределения $f(x, y)$. Определить справедливое соотношение для случайной величины $\eta(\omega) = w(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$.

- Имеет место $M(\eta(\omega)) < \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} w(x, y)f(x, y)dxdy$,

если $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} |w(x_i, y_k)|\, f(x, y)\, dxdy < +\infty$.

- Имеет место $M(\eta(\omega)) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} w(x, y)f(x, y)dxdy$,

если $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |w(x_i, y_k)|\, f(x, y)dxdy < +\infty$. (+)

- Имеет место $M(\eta(\omega)) \neq \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} w(x, y)f(x, y)dxdy$,

если $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |w(x_i, y_k)|\, f(x, y)dxdy < +\infty$.

- Имеет место $M(\eta(\omega)) > \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} w(x, y)f(x, y)\, dxdy$,

если $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |w(x_i, y_k)|\, f(x, y)\, dxdy < +\infty$.

59. Тип — многозначный выбор.

Пусть Mξ и Mη принимают числовые значения. Определить верные соотношения.

- Рассматривается соотношение $M(c\xi) = cM\xi$. (+)
- Рассматривается соотношение $M(c\xi) = c^2M\xi$.
- Рассматривается соотношение $M(\xi + \eta) = M\xi + M\eta$. (+)
- Рассматривается соотношение $M(\xi - \eta) = M\xi - M\eta$. (+)

60. Тип — одиночный выбор.

Пусть ξ и η являются независимыми случайными величинами, для которых Mξ и Mη принимают числовые значения. Определить верное утверждение.

- Имеет место $M(\xi\eta) \neq M(\xi) \times M(\eta)$.
- Имеет место $M(\xi\eta) > M(\xi) \times M(\eta)$.
- Имеет место $M(\xi\eta) = M(\xi) \times M(\eta)$.(+)
- Имеет место $M(\xi\eta) < M(\xi) \times M(\eta)$.

61. Тип — проверка ответов.

Пусть ξ фиксирует число появлений очков «одноглазковой» грани игральной кости в одном испытании. Вычислить: 1)Mξ; 2) Dξ; 3) σξ.

Ответ для задачи 1): $M\xi = 1/6$;

ответ для задачи 2): $D\xi = 5/36$;

ответ для задачи 3): $\sigma\xi = \sqrt{5}/6$.

62. Тип — одиночный выбор.

Рассматривается дискретная величина ξ(ω) с конечным Mξ, для которой $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_i,\}) = p_i$: $i = 1, 2, \ldots$ Определить верное соотношение.

- Имеет место равенство $D\xi = \sum\limits_{i=1}^{\infty} (x_i - M\xi)p_i$
- Имеет место равенство $D\xi = \sum\limits_{i=1}^{\infty} (x_i - M\xi)^2 p_i$. (+)
- Имеет место равенство $D\xi = \sum\limits_{i=1}^{\infty} (x_i - M\xi)^3 p_i$.
- Имеет место равенство $D\xi = \sum\limits_{i=1}^{\infty} (x_i)^2 p_i$

63. Тип — множественный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является случайной величиной с плотностью вероятностей $f(x)$ и конечным математическим ожиданием. Определить ошибочные соотношения?

- Рассматривается соотношение $D(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (x - M\xi)^2 f_\xi(x)dx$.
- Рассматривается соотношение $D(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (x - M\xi) f_\xi(x)dx$. (+)
- Рассматривается соотношение $D(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} |x - M\xi|\, f_\xi(x)dx$. (+)
- Рассматривается соотношение $D(\xi) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (x - M\xi)^3 f_\xi(x)dx$. (+)

64. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является случайной величиной с конечным математическим ожиданием. Определить верное соотношение.

- Имеет место равенство $D(c\xi) = |c|D\xi$.
- Имеет место равенство $D(\xi) \geq 0$. (+)
- Имеет место равенство $\sigma(c\xi) = c\sigma(\xi)$.
- Имеет место равенство $D(\xi_1 + \xi_2) = D\xi_1 + D\xi_2$, если существуют математические ожидания $M\xi_1$ и $M\xi_2$.

65. Тип — множественный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является случайной величиной с конечным математическим ожиданием. Определить верные соотношения.

- Рассматривается соотношение $\mathbf{P}(\{\omega: |\xi(\omega)| \geq \varepsilon\}) = M(\xi^2)/\varepsilon^2$.
- Рассматривается соотношение $\mathbf{P}(\{\omega: |\xi - M\xi| \geq \varepsilon\}) \leq D(\xi)/\varepsilon^2$. (+)
- Рассматривается соотношение $\mathbf{P}(\{\omega: |\xi(\omega)| \geq \varepsilon\}) \leq M(\xi^2)/\varepsilon^2$. (+)
- Рассматривается соотношение $\mathbf{P}(\{\omega: |\xi - M\xi| \geq \varepsilon\}) \geq D(\xi)/\varepsilon^2$.

66. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\alpha_k(\xi)$ является начальным моментом k-го порядка случайной величины $\xi(\omega)$. Определить верное соотношение.

- Имеет место равенство $\alpha_0(\xi) = 0$.
- Имеет место равенство $\alpha_1(\xi) = 1$.
- Имеет место равенство $\alpha_k(\xi) = \sum_i (x_i)^k p_i$ для дискретной случайной величины ξ, если $\sum_i |(x_i)^k| p_i < +\infty$. (+)
- Имеет место равенство $\alpha_k(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} |x^k| f(x)dx$ для величины ξ.

67. Тип — множественный выбор.

Пусть $\beta_k(\xi)$ является начальным моментом k-го порядка величины $\xi(\omega)$ с конечным математическим ожиданием. Определить верные соотношения.

- Рассматривается соотношение $\beta_1(\xi) = 1$.
- Рассматривается соотношение $\beta_2(\xi) = \mathrm{D}\xi$. (+)
- Рассматривается соотношение $\alpha_k(\xi) = \sum_{r=0}^{k} C_k^r (\alpha_1\xi)^{k-r}\beta_r(\xi)$.(+)
- Рассматривается равенство $\beta_k(\xi) = \sum_{r=0}^{k} C_k^r (-1)^{k-r}(\alpha_1\xi)^{k-r}\alpha_r(\xi)$.(+)

68. Тип — проверка ответов.

Пусть $\alpha_k(\xi)$ является начальным моментом k-го порядка случайной величины $\xi(\omega)$. Вычислить моменты: 1) $\alpha_0(\xi)$; 2) $\alpha_1(\xi)$; 3) $\beta_0(\xi)$.

Ответ для задачи 1): $\alpha_0(\xi) = 1$;

ответ для задачи 2): $\alpha_1(\xi) = \mathrm{M}(\xi)$;

ответ для задачи 3): $\beta_0(\xi) = 1$.

69. Тип — одиночный выбор.

Пусть Ка(ξ) является коэффициентом асимметрии случайной величины ξ. Определить ошибочное утверждение.

- Центральные моменты нечётного порядка для симметричного распределения относительно математического ожидания равны единице, если они конечны. (+)
- Коэффициентом асимметрии Ка(ξ) случайной величины ξ равен $\beta_3\xi/(\sigma\xi)^3$.
- Если Ка(ξ) > 0, то асимметрия называется положительной.
- Если Ка(ξ) < 0, то асимметрия называется отрицательной.

70. Тип — множественный выбор.

Пусть Ка(ξ) является коэффициентом асимметрии случайной величины ξ. Определить неверные утверждения?

- Если Ка(ξ) < 0, то асимметрия называется строго отрицательной. (+)
- Центральные моменты нечётного порядка для симметричного распределения относительно математического ожидания равны нулю, если они конечны.
- Коэффициентом асимметрии Ка(ξ) случайной величины ξ равен $\beta_3\xi/(\sigma\xi)^3 - 3$. (+)
- Если Ка(ξ) > 0, то асимметрия называется строго положительной. (+)

71. Тип — одиночный выбор.

Пусть Э(ξ) является эксцессом случайной величины ξ. Определить верное соотношение.

- Эксцесс Эξ случайной величины ξ равен $(\sigma\xi)^{-4}\beta_4\xi^4 - 4$.
- Эксцесс Эξ случайной величины ξ равен $(\sigma\xi)^{-4}\beta_4\xi^4 - 3$. (+)
- Эксцесс Эξ случайной величины ξ равен $4(\sigma\xi)^{-4}\beta_4\xi^4$.
- Эксцесс Эξ случайной величины ξ равен $3(\sigma\xi)^{-4}\beta_4\xi^4$.

72. Тип — множественный выбор.

Пусть $К_p(\xi)$ является квантилем порядка p случайной величины ξ. Определить ошибочные соотношения.

- Имеет место соотношение $F(К_p\xi) \le p \le F(К_p\xi + 0)$ для числа $К_p\xi$.
- Имеет место соотношение $F(К_p\xi) \ge p \ge F(К_p\xi + 0)$ для числа $К_p\xi$. (+)
- Имеет место соотношение $F(К_p\xi) < p < F(К_p\xi + 0)$ для числа $К_p\xi$. (+)
- Имеет место соотношение $F(К_p\xi) > p > F(К_p\xi + 0)$ для числа $К_p\xi$. (+)

73. Тип — одиночный выбор.

Пусть Ме(ξ) является медианой случайной величины ξ. Определить
верное равенство.

- Имеет место равенство $Ме\xi = К_{1/3}\xi$.
- Имеет место равенство $Ме\xi = К_2\xi$.
- Имеет место равенство $Ме\xi = К_{1/2}\xi$. (+)
- Имеет место равенство $Ме\xi = К_{1/24}\xi$.

74. Тип — множественный выбор.

Пусть Мо(ξ) является модой дискретной случайной величины ξ. Определить ошибочные утверждения.

- Верны неравенства $0 < \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_{r-1}\}) \le \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_r\})$, $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_r\}) \ge$ $\ge \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_{r+1}\}) > 0$, если величина $x_r = Мо\xi$ является значением дискретной случайной величины ξ.
- Справедливы неравенства $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_{r-1}\}) \le \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_r\})$, $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_r\}) \ge$ $\ge \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_{r+1}\}) > 0$, если величина $x_r = Мо\xi$ является значением дискретной случайной величины ξ. (+)
- Верны неравенства $0 < \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_{r-1}\}) \le \mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_r\})$, $\mathbf{P}(\{\omega: \xi(\omega) = x_r\}) \ge$

$\geq$ **P**($\{\omega: \xi(\omega) = x_{r+1}\}$), если величина $x_r = \mathrm{Mo}\xi$ является значением дискретной случайной величины ξ. (+)

- Справедливы неравенства **P**($\{\omega: \xi(\omega) = x_{r-1}\}$) $\leq$ **P**($\{\omega: \xi(\omega) = x_r\}$), **P**($\{\omega: \xi(\omega) = x_r\}$) $\geq$ $\geq$ **P**($\{\omega: \xi(\omega) = x_{r+1}\}$), если величина $x_r = \mathrm{Mo}\xi$ является значением дискретной случайной величины ξ. (+)

75. Тип — проверка ответов.

Пусть $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_1)$ является двумерной случайной величиной и плотность распределения вероятностей случайной величины ξ_1 равна $2^{-1}\exp\{-|x - a|\}$ для всех $-\infty < x < +\infty$, где a есть постоянная величина и $-\infty < a < +\infty$. Вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}(\boldsymbol{\xi})$ при: 1) $a = 0$; 2) $a = 1$; 3) $a = 30$.

Ответ для задачи 1): $\mathrm{M}(\boldsymbol{\xi}) = (0, 0)$;

ответ для задачи 2): $\mathrm{M}(\boldsymbol{\xi}) = (1, 1)$;

ответ для задачи 3): $\mathrm{M}(\boldsymbol{\xi}) = (30, 30)$.

76. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\mathrm{M}\boldsymbol{\xi}$ является математическим ожиданием двумерной случайной величины $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$. Определить верное соотношение.

- Рассматривается соотношение $\mathrm{M}\boldsymbol{\xi} = \mathrm{M}\xi_1 + \mathrm{M}\xi_2$.
- Рассматривается соотношение $\mathrm{M}\boldsymbol{\xi} = (\mathrm{M}\xi_1, \mathrm{M}\xi_2)$. (+)
- Рассматривается соотношение $\mathrm{M}\boldsymbol{\xi} = \mathrm{M}\xi_1 \times \mathrm{M}\xi_2$, если случайные величины ξ_1и ξ_2 являются независимыми.
- Рассматривается соотношение $\mathrm{M}\boldsymbol{\xi} = (\mathrm{M}\xi_1 + \mathrm{M}\xi_2)/2$.

77. Тип — множественный выбор.

Пусть $\mathrm{D}\boldsymbol{\xi}$ является дисперсией двумерной случайной величины $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$ в направлении единичного вектора $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$. Определить ошибочные утверждения.

- Имеет место соотношение $\mathrm{D}\boldsymbol{\xi} = (\mathrm{D}\xi_1, \mathrm{D}\xi_2)$. (+)
- Имеет место соотношение $\mathrm{D}\boldsymbol{\xi} = (\mathrm{D}\xi_1 + \mathrm{D}\xi_2)/2$, если величины ξ_1 и ξ_2 независимы.
- Имеет место соотношение $\mathrm{D}\boldsymbol{\xi} = \mathrm{D}\xi_1 \times \mathrm{D}\xi_2$ (+)
- Имеет место соотношение $\mathrm{D}\boldsymbol{\xi} = \mathrm{D}\xi_1 + \mathrm{D}\xi_2$. (+)

78. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_1)$ является двумерной случайной величиной. Определить верное соотношение.

- Рассматривается соотношение $\mathrm{D}(\xi_1 + \xi_2) = \mathrm{D}(\xi_1) + \mathrm{D}(\xi_2) + \mathrm{M}((\xi_1 - \mathrm{M}\xi_1)(\xi_2 - \mathrm{M}\xi_2))$.
- Рассматривается соотношение $\mathrm{D}(\xi_1 + \xi_2) = \mathrm{D}(\xi_1) + \mathrm{D}(\xi_2) + 2\mathrm{M}((\xi_1 - \mathrm{M}\xi_1)(\xi_2 - \mathrm{M}\xi_2))$. (+)

- Рассматривается соотношение $D(\xi_1 + \xi_2) = D(\xi_1) + D(\xi_2)$.
- Рассматривается соотношение $D(\xi_1 + \xi_2) = D(\xi_1) + D(\xi_2) +$

$+ 2M(\xi_1 - M\xi_1)M(\xi_2 - M\xi_2)$.

79. Тип — множественный выбор.

Пусть $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$ является двумерной случайной величиной и величина $\mathrm{cov}(\xi_1, \xi_1)$ определяет ковариацию или корреляционный момент. Определить ошибочные соотношения.

- Имеет место равенство $\mathrm{cov}(\xi_1, \xi_2) = M(\xi_1 - M\xi_1)M(\xi_2 - M\xi_2)$. (+)
- Имеет место равенство $\mathrm{cov}(\xi_1, \xi_2) = M[(\xi_1 - M\xi_1)(\xi_2 - M\xi_2)]$.
- Имеет место равенство $\mathrm{cov}(\xi_1, \xi_2) = M[(\xi_1 + M\xi_1)(\xi_2 + M\xi_2)]$. (+)
- Имеет место равенство $\mathrm{cov}(\xi_1, \xi_2) = 0$, если величины ξ_1 и ξ_2 независимы.

80. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$ является двумерной случайной величиной и символ $\mathrm{cov}(\xi_1, \xi_1)$ определяет корреляционный момент или ковариацию. Определить верное соотношение.

- Рассматривается равенство $M(\xi_1 \times \xi_2) = M\xi_1 \times M\xi_2 + 2\mathrm{cov}(\xi_1, \xi_2)$.
- Рассматривается равенство $M(\xi_1\xi_2) = M\xi_1 M\xi_2 + \mathrm{cov}(\xi_1, \xi_2)$. (+)
- Рассматривается соотношение $M(\xi_1\xi_2) = M\xi_1 M\xi_2 - \mathrm{cov}(\xi_1, \xi_2)$.
- Рассматривается соотношение $M(\xi_1\xi_2) = M\xi_1 M\xi_2 + 3\mathrm{cov}(\xi_1, \xi_2)$.

81. Тип — проверка ответов.

Пусть ξ_1 и ξ_2 являются некоррелированными случайными величинами и $M\xi_1 = M\xi_2 = D\xi_1 =$ $= D\xi_2 = 1$, $\eta_1 = (\xi_1)^2 - 2\xi_1 \xi_2$, $\eta_2 = (\xi_2)^2 - \xi_1 \xi_2 - 1$, $\eta_3 = (\xi_1)^2 + 3(\xi_2)^2 - 6\xi_1 \xi_2 - 2$. Вычислить: 1) $M\eta_1$; 2) $M\eta_2$; 3) $M\eta_3$.

Ответ для задачи 1): $M\eta_1 = 0$;

ответ для задачи 2): $M\eta_2 = 0$;

ответ для задачи 3): $M\eta_3 = 0$.

82. Тип — одиночный выбор.

Пусть заданы случайная величина $\xi(\omega)$: $\Omega \to R$ и однозначная функция $y = g(x)$: $R \to R$. Определить верное утверждение.

- Объект вида $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$ является случайной величиной.
- Объект вида $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$ является случайной величиной, если функция $y = g(x)$ является измеримой. (+)
- Объект $\eta(\omega) = 3g(\xi(\omega)) + \xi(\omega)$ является случайной величиной.
- Объект вида $\eta(\omega) = g(\xi(\omega)) - \xi(\omega)$ является случайной величиной.

83. Тип — множественный выбор.

Пусть определены случайные величины $\xi_1(\omega)$, $\xi_2(\omega)$ на $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P}(\bullet))$ и однозначное отображение $g(x_1, x_2) : R^2 \to R$. Определить верные утверждения.

- Объект $\eta(\omega) = g(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega)) + \xi_1 + \xi_2$ есть случайная величина.
- Объект вида $\eta(\omega) = g(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ есть случайная величина, если функция $g(x_1, x_2)$ является измеримой. (+)
- Объект $\eta(\omega) = g(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega)) + \xi_1\xi_2$ есть случайная величина.
- Объект вида $\eta(\omega) = g(\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ есть случайная величина, если (ξ_1, ξ_2) является дискретным случайным вектором. (+)

84. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является непрерывной случайной величиной с плотностью распределения $f_\xi(x)$. Пусть функция $g(x)$: $R \to R$ строго возрастает, имеет первую производную и $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$.Определить верное утверждение.

- Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathbf{P}(\{\omega\colon \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{-\infty}^{w(y)} u\, f_\xi(u)du$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$.
- Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathbf{P}(\{\omega\colon \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{-\infty}^{y} f_\xi(u)du$.
- Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathbf{P}(\{\omega\colon \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{0}^{w(y)} f_\xi(u)du$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$.
- Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathbf{P}(\{\omega\colon \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{-\infty}^{w(y)} f_\xi(u)du$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$. (+)

85. Тип — множественный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является случайной величиной с плотностью распределения $f_\xi(x)$. Пусть функция $g(x)$: $R \to R$ строго возрастает, имеет первую производную и $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$. Определить ошибочные соотношения.

- Рассматривается соотношение $f_\eta(y) = dF_\eta(y)/dy = -f_\xi(w(y))w'(y)$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$. (+)
- Рассматривается соотношение $f_\eta(y) = dF_\eta(y)/dy = y\, f_\xi(w(y))w'(y)$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$. (+)
- Рассматривается соотношение $f_\eta(y) = dF_\eta(y)/dy = f_\xi(w(y))w'(y)$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$.
- Рассматривается соотношение $f_\eta(y) = dF_\eta(y)/dy = f_\xi(w(y))$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$. (+)

86. Тип — одиночный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является непрерывной случайной величиной с плотностью распределения $f_\xi(x)$. Пусть функция $g(x)$: $R \to R$ строго убывает, имеет первую производную и $\eta(\omega) = g(\xi(\omega))$. Определить верное равенство.

- Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathbf{P}(\{\omega: \eta(\omega) < y\}) = \int\limits_{-\infty}^{w(y)} f_\xi(u)du$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$.
- Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathbf{P}(\{\omega: \eta(\omega) < y\}) = 1 - \int\limits_{-\infty}^{w(y)} f_\xi(u)du$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$. (+)
- Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathbf{P}(\{\omega: \eta(\omega) < y\}) = 1 - \int\limits_{0}^{w(y)} f_\xi(u)du$, где $x = w(y)$ является обратной функцией для функции $y = g(x)$.
- Имеет место равенство $F_\eta(y) = \mathbf{P}(\{\omega: \eta(\omega) < y\}) = 1 - \int\limits_{-\infty}^{y} f_\xi(u)du$.

87. Тип — проверка ответов.

Пусть плотность распределения случайного вектора $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ равна $f_\xi(x_1, x_2)$. Найти законы распределения случайной величины $\eta = \xi_1 + \xi_2$.

Ответ 1): $F_\eta(y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (\int\limits_{-\infty}^{y-x_1} f_\xi(x_1, x_2)dx_2)dx_1$;

ответ 2): $F_\eta(y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (\int\limits_{-\infty}^{y-x_2} f_\xi(x_1, x_2)dx_1)dx_2$;

ответ 3): $f_\eta(y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_\xi(x_1, y - x_1)dx_1$;

ответ 4): $f_\eta(y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_\xi(y - x_2, x_2)dx_2$.

88. Тип — множественный выбор.

Пусть ξ и η являются независимыми случайными величинами, для которых числовые характеристики $M\xi$ и $M\eta$ конечны. Определить верные равенства.

- Имеет место равенство $\mathrm{cov}(\xi,\eta) = 1$.
- Имеет место равенство $\mathrm{corr}(\xi, \eta) = 0$. (+)
- Имеет место равенство $\mathrm{cov}(\xi,\eta) = 0$. (+)
- Имеет место равенство $\mathrm{corr}(\xi, \eta) = 1$

89. Тип — одиночный выбор.

Пусть ξ и η являются случайными величинами, для которых числовые характеристики $M\xi$ и $M\eta$ конечны. Определить верное утверждение.

- Если $\text{cov}(\xi_1, \xi_2) = 0$, то величины ξ_1 и ξ_2 будут независимыми.
- Если $\text{cov}(\xi_1, \xi_2) \neq 0$, то величины ξ_1 и ξ_2 будут зависимыми. (+)
- Если $\text{corr}(\xi, \eta) = 0$, то величины ξ_1 и ξ_2 будут зависимыми.
- Если $\text{corr}(\xi, \eta) = 0$, то величины ξ_1 и ξ_2 будут независимыми

90. Тип — множественный выбор.

Пусть ξ является величиной, для которой математическое ожидание $M\xi$ конечно, и

$\eta = c\xi + b$, причем $c \neq 0$. Определить верные соотношения.

- Рассматривается соотношение $\text{cov}(\xi,\eta) > 0$.
- Рассматривается соотношение $\text{cov}(\xi,\eta) = cD\xi$. (+)
- Рассматривается соотношение $\text{corr}(\xi,\eta) = 1$.
- Рассматривается соотношение $\text{corr}\,(\xi,\eta) = |c|c^{-1}$. (+)

91. Тип — одиночный выбор.

Пусть ξ_1 и ξ_2 являются случайными величинами, для которых числовые характеристики $M\xi_1$ и $M\xi_2$ конечны. Определить верное равенство.

- Имеет место равенство $\xi_2 = M\xi_2 + (\xi_1 - M\xi_1)\sigma(\xi_2)(\sigma\xi_1)^{-1}$, если $|\text{corr}(\xi_1, \xi_2)| = 1$.
- Имеет место равенство $\xi_2 = M\xi_2 - (\xi_1 - M\xi_1)\sigma(\xi_2)\,(\sigma\xi_1)^{-1}$, если $|\text{corr}(\xi_1, \xi_2)| = 1$.
- Имеет место равенство $\xi_2 = M\xi_2 + (\xi_1 - M\xi_1)\sigma(\xi_2)(\sigma\xi_1)^{-1}$, если $\text{corr}(\xi_1, \xi_2) = 1$. (+)
- Имеет место равенство $\xi_2 = M\xi_2 - 2(\xi_1 - M\xi_1)\sigma(\xi_2)\,(\sigma\xi_1)^{-1}$, если $|\text{corr}(\xi_1, \xi_2)| = 1$.

92. Тип — множественный выбор.

Пусть ξ_1 и ξ_2 являются случайными величинами, для которых характеристики $M\xi_1$ и $M\xi_2$ конечны. Определить верные соотношения.

- Рассматривается соотношение $1 + \text{corr}(\xi_1, \xi_2) \geq 0$. (+)
- Рассматривается соотношение $1 - \text{corr}(\xi_1, \xi_2) \geq 0$. (+)
- Рассматривается соотношение $1 - 2\text{corr}(\xi_1, \xi_2) \geq 0$.
- Рассматривается соотношение $1 + 2\text{corr}(\xi_1, \xi_2) \geq 0$.

93. Тип — одиночный выбор.

Пусть ξ_1 и ξ_2 являются величинами, для которых числовые характеристики $M|\xi_1| < +\infty$ и $M|\xi_2| < +\infty$. Определить верное утверждение.

- Имеет место соотношение $|\text{corr}(\xi_1, \xi_2)| < 3$. (+)
- Имеет место соотношение $|\text{corr}(\xi_1, \xi_2)| \leq 1/3$.
- Имеет место соотношение $|\text{corr}(\xi_1, \xi_2)| > 1$.
- Имеет место соотношение $|\text{corr}(\xi_1, \xi_2)| > 1/3$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория вероятностей»

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Лекции по анализу случайных явлений. — Учебник. М.: Наука – Физматлит, 2016. 464 с. (250 экз.).

2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. — Учебник. М.: Наука – Физматлит, 2012. 608 с. (250 экз.).

3. Свешников А.А. и др. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. – Санкт Петербург. Лань. 2007. 445 с. (350 экз.)

4. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. — Учебник. М.: Высшая школа, 2006. 368 с. (250 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. — Учебник. М.: Эдиториал УРСС, 2005. 448 с. (300 экз.).

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. — М.: Академия, 2003. 576 с. (300 экз.).

3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2-х т. — М.: Мир, 1984. Т. 1, 528 с. Т. 2, 738 с. (300 экз.).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1) Интернет-ресурсы электронного портала Института ИТММ;

2) Пакет программ «МОНТЕ» – специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей и предназначенное для имитационного моделирования случайных статистически устойчивых экспериментов;

3) Общероссийский математический портал http://www.mathnet.ru

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ. Наличие рекомендованной литературы.

Используемое программное обеспечение:

1. Операционные системы семейства Microsoft Windows, – лицензия по подписке MicrosoftImagine;

2. Пакет программ «МОНТЕ» – специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей с использованием среды разработки семейства Microsoft VisualStudio (лицензия по подписке MicrosoftImagine).

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор:д.ф.-м.н., профессор кафедры ТВиАД Федоткин М.А.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой теории вероятностей и анализа данных: д.ф.-м.н. Зорин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.