

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО

решением ученого совета ННГУ

протокол от

«16» июня 2021 г. № 8

Рабочая программа дисциплины

Комбинаторный анализ

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

Бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Инженерия программного обеспечения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина <i>Б1.В.ДВ.05.03 Комбинаторный анализ</i> относится к части ООП направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-2: Способен к применению общенаучных базовых знаний математических и естественных наук, фундаментальной информатики и информационных технологий; способность применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и методы параллельной обработки данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ,	ПК-2.1: Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, имеет научные знания в теории информационных систем.	<i>Знать основные понятия и результаты, относящиеся к разделу «Комбинаторика»:</i> 1) простейшие комбинаторные методы (правила равенства, суммы и произведения); 2) описание наиболее важных комбинаторных объектов (перестановки, размещения, сочетания без повторений и с повторениями); 3) функциональное представление комбинаторных объектов; 4) методы нахождения производящих функций для некоторых комбинаторных последовательностей; 5) методы решения линейных рекуррентных соотношений; 6) метод решета и его использование для решения разнообразных классических комбинаторных задач (количество сюръективных отображений, число булевых функций без фиктивных переменных и т.д.).	<i>Собеседование,</i>

сетевые технологии.	ПК-2.2: Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности.	<p><i>Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным:</i></p> <p>1) <i>пользоваться обобщенными правилами суммы и произведения;</i></p> <p>2) <i>решать задачи, связанные с нахождением перестановок заданного мультимножества, числа сюръективных кортежей, количества разбиений чисел и множеств, количества разбиений подстановок на циклы;</i></p> <p>3) <i>находить произведение-свертку двух комбинаторных последовательностей и ее производящую функцию;</i></p> <p>4) <i>решать системы линейных рекуррентных уравнений;</i></p> <p>5) <i>находить производящие функции, являющиеся решениями некоторых нелинейных рекуррентных соотношений;</i></p> <p>6) <i>применять метод решета для решения более сложных комбинаторных проблем (подсчет числа беспорядков, количество простых чисел из ограниченного диапазона, нахождение функции Эйлера, применение метода решета для вычисления перманентов).</i></p>	Контрольная работа
	ПК-2.3: Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий.	<p><i>Владеть различными методами комбинаторного анализа (правилами равенства, суммы и произведения, методами нахождения производящих функций, методами решения линейных рекуррентных соотношений, методом включения и исключения и т.д.);</i></p> <p><i>Владеть навыками применения методов и алгоритмов комбинаторного анализа для решения прикладных задач алгебры (теория групп, многочлены, комплексные числа, вычисление перманентов), дискретной математики, теории графов (кодирование деревьев), анализа (разложение функций в степенные ряды), дифференциальных уравнений (решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами) и моделирования различных дискретных систем.</i></p>	Контрольная работа

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
--	-----------------------------

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
контактная работа:	33
- занятия лекционного типа	32
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	75
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная
Классические комбинаторные объекты	14	4			4	10
Новые комбинаторные объекты	14	4			4	10
Функциональное представление комбинаторных объектов	14	4			4	10
Производящие функции	23	8			8	15
Метод решета	14	4			4	10
Комбинаторика частично упорядоченных множеств	14	4			4	10
Комбинаторика групп	14	4			4	10
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация –зачет						
Итого	108	32			33	75

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях лекционного типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы студентов

- Выполнение домашних и контрольных работ
- Работа с дополнительной литературой и прослушивание онлайн-курсов лекций

Формой контроля выполнения домашних и контрольных работ является проверка правильности их выполнения. Формой контроля работы с дополнительной литературой и прослушивания онлайн-курсов лекций являются дополнительные вопросы на зачете.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
---------------	--	--	--	---	---	---	--

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции
1. Классические комбинаторные объекты. Перестановки (подстановки), подмножества. Биномиальная формула, сумма биномиальных коэффициентов, симметрия и унимодальность. Рекуррентные соотношения для биномиальных коэффициентов.	ПК-2

2. Новые комбинаторные объекты. Перестановки заданного мультимножества.	ПК-2
3. Разбиение чисел. Упорядоченные разбиения на заданное число слагаемых.	ПК-2
4. Разбиение чисел. Упорядоченные разбиения на любое число слагаемых.	ПК-2
5. Разбиение чисел. Неупорядоченные разбиения на заданное число слагаемых.	ПК-2
6. Разбиение чисел. Неупорядоченные разбиения на любое число слагаемых.	ПК-2
7. Разбиение множеств. Неупорядоченные разбиения на заданное число блоков.	ПК-2
8. Разбиение множеств. Неупорядоченные разбиения на любое число блоков.	ПК-2
9. Разбиение множеств. Упорядоченные разбиения.	ПК-2
10. Разбиения подстановок на циклы.	ПК-2
11. Функциональное представление комбинаторных объектов. Типы функций и различимость элементов. Таблица комбинаторных объектов.	ПК-2
12. Производящие функции. Общая теория линейных однородных рекуррентных соотношений.	ПК-2
13. Производящие функции. Системы линейных однородных рекуррентных соотношений.	ПК-2
14. Производящие функции. Неоднородные рекуррентные соотношения.	ПК-2
15. Производящие функции. Примеры линейных рекуррентных соотношений с переменными коэффициентами.	ПК-2
16. Производящие функции. Пример решения нелинейного рекуррентного соотношения (числа Каталана).	ПК-2
17. Производящие функции. Подсчет числа специализированных мультимножеств.	ПК-2
18. Производящая функция для разбиений чисел.	ПК-2

19. Экспоненциальные производящие функции. Их использование для нахождения перестановок специализированных мультимножеств.	ПК-2
20. Производящие функции чисел Стирлинга 2-го рода и чисел Белла.	ПК-2
21. Производящие функции чисел Стирлинга 1-го рода.	ПК-2
22. Метод решета. Подсчет числа беспорядков.	ПК-2
23. Метод решета. Подсчет числа булевых функций без фиктивных переменных.	ПК-2
24. Метод решета. Подсчет количества простых чисел из заданного диапазона.	ПК-2
25. Метод решета. Нахождение функции Эйлера (количества чисел, не превосходящих заданного числа и взаимно простых с ним).	ПК-2
26. Метод решета. Его применение к вычислению перманентов.	ПК-2

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-2

Вопросы для контроля:

1. Классические комбинаторные объекты
 - 1.1. Перестановки (подстановки)
 - 1.2. Подмножества
 - 1.2.1. Биномиальная формула
 - 1.2.2. Сумма биномиальных коэффициентов
 - 1.2.3. Симметрия и унимодальность
 - 1.2.4. Рекуррентные соотношения для биномиальных коэффициентов
2. Новые комбинаторные объекты
 - 2.1. Перестановки заданного мультимножества
 - 2.2. Разбиения чисел
 - 2.2.1. Упорядоченные разбиения на заданное число слагаемых
 - 2.2.2. Упорядоченные разбиения на любое число слагаемых
 - 2.2.3. Неупорядоченные разбиения на заданное число слагаемых
 - 2.2.4. Неупорядоченные разбиения на любое число слагаемых
 - 2.3. Разбиения множеств
 - 2.3.1. Неупорядоченные разбиения на заданное число блоков
 - 2.3.2. Неупорядоченные разбиения на любое число блоков
 - 2.3.3. Упорядоченные разбиения
 - 2.4. Разбиения подстановок на циклы
3. Функциональное представление комбинаторных объектов
 - 3.1. Типы функций и различимость элементов

- 3.2. Таблица комбинаторных объектов
- 4. Производящие функции
 - 4.1. Раскрытие линейных рекуррентностей
 - 4.1.1. Конкретный пример: числа Фибоначчи
 - 4.1.2. Общая теория линейных однородных рекуррентностей
 - 4.1.3. Система рекуррентных соотношений
 - 4.1.4. Неоднородные рекуррентные соотношения
 - 4.1.5. Линейное рекуррентное соотношение с переменными коэффициентами
 - 4.2. Нелинейная рекуррентность (числа Каталана)
 - 4.3. Специальные мультимножества
 - 4.4. Производящая функция для разбиений чисел
 - 4.5. Экспоненциальные производящие функции
 - 4.6. Перестановки мультимножеств
 - 4.7. Производящие функции чисел Стирлинга 2-го рода и чисел Белла
 - 4.8. Производящая функция чисел Стирлинга 1-го рода
- 5. Метод решета
 - 5.1. Подсчет беспорядков
 - 5.2. Булевы функции без фиктивных аргументов
 - 5.3. Вычисление перманентов
- 6. Комбинаторика частично упорядоченных множеств
 - 6.1. Основные функции, связанные с частично упорядоченным множеством
 - 6.2. Функция Мёбиуса
 - 6.3. Важнейшие примеры ЧУМ и их функции Мёбиуса
 - 6.4. Формула обращения Мёбиуса
- 7. Комбинаторика групп
 - 7.1. Лемма Бернсайда
 - 7.2. Цикловой индекс группы подстановок
 - 7.3. Цикловые индексы классических групп
 - 7.4. Степенная группа
 - 7.5. Перечисление орбит степенной группы с помощью циклового индекса
 - 7.6. Перечисление степенной группы по весам орбит

Типовые контрольные задания

1. Сколько существует решений уравнения $\sum_{i=1}^n x_i = k$ при заданных n и k , если все неизвестные равны 0 или 1? (Конкретный пример: $n = 10, k = 5$).
2. Сколько существует решений уравнения $\sum_{i=1}^n x_i = k$ при заданных n и k , если все неизвестные — целые неотрицательные числа? (Конкретный пример: $n = 6, k = 5$).
3. Сколько существует решений уравнения $\sum_{i=1}^n x_i = k$ при заданных n и k , если все неизвестные — натуральные числа? (Конкретный пример: $n = k = 7$).
4. Сколько существует матриц из m строк, n столбцов с натуральными элементами a_{ij} , у которых все строки различны?
5. Сколько существует мультимножеств мощности k в универсе мощности n ?

(Конкретный пример: $n = 6, k = 5$).

Пример теста:

Вариант 1

1. Что из перечисленного ниже является синонимом слова СОЧЕТАНИЕ ?
1) подмножество 2) кортеж 3) разбиение 4) независимый цикл
2. Чему равно число размещений из 6 по 3?
1) 10 2) 20 3) 60 4) 120
3. Чему равно число сочетаний с повторениями из 3 по 5?
1) 0 2) 1 3) 10 4) 21
4. Граф имеет n вершин и m ребер. Сколько у него различных остовных подграфов?
1) 2^n 2) 2^m 3) $m + n$ 4) mn
5. Какие корни имеет характеристическое уравнение линейного рекуррентного соотношения $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$?
1) 1 кратности 2 2) 1 и 4 3) 1 и -4 4) -1 и 4
6. Сколько существует нечетных простых чисел, не превосходящих 20?
1) 5 2) 7 3) 8 4) 10
7. Сколько существует натуральных чисел, не превосходящих 30 и взаимно простых с 30?
1) 5 2) 7 3) 8 4) 10
8. Сколько делителей существует у числа 64?
1) 5 2) 6 3) 7 4) 8
9. Сколько существует беспорядков из трех элементов?
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
10. Сколько существует булевых функций от двух переменных, у которых обе переменные существенные?
1) 8 2) 10 3) 12 4) 14

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Изд. 2-е. _ М.: Наука, 1986. 384 с. (137 экз.)
2. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2005. 416 с. (Изд. 1-е: Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1977. 368 с. 150 экз.)
3. Задачи по дискретной математике. Метод. разработка. Сост. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Н.Новгород, ННГУ, 2003. 48 с. (Фонд образовательных электронных изданий ННГУ http://www.unn.ru/books/met_files/alekseev.pdf)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: операционная система Windows (лицензия), Microsoft Visual Studio (лицензия), библиотека OpenCV (open source, <http://opencv.org/>)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в

электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 02.03.02
Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор: к.ф.-м.н., доц. Сорочан С. В.

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой: д.ф.-м.н. Золотых Н.Ю.