

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
(протокол от 14.12.2021 г. №4)

Рабочая программа дисциплины

Комбинаторика

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули) Б1.0.22.

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД |
|------------|--|--|
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.0.22, «Комбинаторика», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика |

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства |
|---|--|---|----------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине** | |
| ПК-3. Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках | ПК-3.1. Знать классические математические модели задач естествознания, численные методы решения базовых математических задач, математические методы обработки информации | <i>Знать постановку классических комбинаторных задач.</i> | Зачет |
| | ПК-3.2. Уметь самостоятельно и корректно решать задачи естественнонаучного содержания, корректно использовать математические методы в конкретной предметной области, применять численные методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности | <i>Уметь по постановке задачи определять, какие результаты комбинаторики подходят для её решения.</i> | |
| | ПК-3.3. Владеть навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных | <i>Владеть основными формулами, теоремами и методами доказательства в комбинаторике.</i> | |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | исследований или производственной деятельности | | |
|--|--|--|--|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

| | |
|---|-----------------------------|
| | Очная форма обучения |
| Общая трудоемкость | 2 ЗЕТ |
| Часов по учебному плану | 72 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | 17 |
| - занятия лекционного типа | |
| - занятия семинарского типа | 16 |
| - текущий контроль (КСР) | 1 |
| - контроль | |
| самостоятельная работа | 55 |
| Промежуточная аттестация – экзамен/зачет | Зачет |

3.2. Содержание дисциплины

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Часов | | | | | |
|---|--------------|---|---------------------------|----------------------------|-------|---|
| | Всего (часы) | В том числе | | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них | | | | |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего | |
| 1.Классические комбинаторные объекты. Основные вопросы перечислительной комбинаторики (вопрос о числе комбинаций определённого вида и вопрос об алгоритме составления списка всех комбинаций). «Правило суммы» и «правило произведения». Кorteж, инъективный corteж. Размещения, перестановки, сочетания и формулы для вычисления их чисел. Биномиальная формула. | 10 | | 2 | | 2 | 8 |
| 2.Соединения с повторениями. Число сочетаний с повторениями, его свойства, рекуррентная формула, таблица чисел сочетаний с | 18 | | 4 | | 4 | 14 |

| | | | | | | |
|--|----|--|----|--|---|----|
| повторениями, факториальная формула. Число перестановок с повторениями, полиномиальная формула. Число сюръективных кортежей, его свойства, рекуррентная формула, таблица чисел сюръективных кортежей. | | | | | | |
| 3.Разбиения. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения чисел и теоремы об их количествах. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения множеств и теоремы об их количествах. Числа Стирлинга 2-го рода. Разбиение подстановок на циклы. Числа Стирлинга 1-го рода. Интерпретация комбинаторных чисел как чисел отображений разного вида. | 22 | | 4 | | 4 | 18 |
| 4.Производящие функции. Подводящий пример: экспонента как степенной ряд. Определение производящей функции как формального степенного ряда. Алгебраические операции над производящими функциями. Теорема об обратной функции. | 13 | | 3 | | 3 | 10 |
| 5.Производящие функции для классических последовательностей: для постоянной последовательности; для чисел Фибоначчи. Произведение Адамара. Производящая последовательность для чисел Каталана. | 8 | | 3 | | 3 | 5 |
| Текущий контроль (КСР) | 1 | | | | 1 | |
| Итого | 72 | | 16 | | 1 | 55 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в форме зачета.

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Ниже приводятся виды самостоятельной работы студентов, порядок их выполнения и контроля, приводится учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по ее отдельным видам и разделам дисциплины.

Виды самостоятельной работы студентов:

- проработка теоретического материала семинарских занятий;
- подготовка к семинарским занятиям;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета.

4.1. Проработка теоретического материала семинарских занятий

Выполняется самостоятельно с использованием материала семинарских занятий и литературных источников (список обязательной и дополнительной литературы приводится).

4.2. Подготовка к семинарским занятиям

Подготовка к семинарским занятиям состоит в разборе и повторении материала предыдущего семинарского занятия и ознакомления с новым материалом по литературе по указаниям преподавателя.

Основная форма контроля: проверка в форме беседы на семинарском занятии.

4.4. Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета и экзамена

Для подготовке к зачету рекомендуется проработать темы семинарских занятий по собственным конспектам, а также по источникам, рекомендованным в списке литературы.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | Шкала оценивания сформированности компетенций | |
|--|---|---|
| | Не зачтено | Зачтено |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний основных понятий и формул комбинаторики. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. | Достаточное знание основных понятий и формул комбинаторики. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений формулировки комбинаторных теорем и решения стандартных комбинаторных задач. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | Продemonстрировано умение применять комбинаторные результаты к решению стандартных комбинаторных задач. |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых общематематических навыков и знаний. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | Имеются достаточные навыки комбинаторных доказательств и решения стандартных задач. |

Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Оценка | Уровень подготовки |
|------------|---|
| Зачтено | Компетенция, на формирование которой направлена дисциплина, сформирована на достаточном уровне. |
| Не зачтено | Компетенция, на формирование которой направлена дисциплина, сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо». |

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы к зачету

| Вопросы | Код формируемой компетенции |
|--|-----------------------------|
| 1. Два типа задач перечислительной комбинаторики. | ПК-3 |
| 2. «Правило суммы» и «правило произведения». | ПК-3 |
| 3. Понятия «кортеж», «инъективный кортеж», число инъективных кортежей данной длины. | ПК-3 |
| 4. Число сочетаний и его свойства. | ПК-3 |
| 5. Биномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. | ПК-3 |
| 6. Число мультиподмножеств данной длины и его свойства, дающие возможность составить таблицу значений. | ПК-3 |

| | |
|--|------|
| 7. Число сюръективных мультиподмножеств данной длины. | ПК-3 |
| 8. Перестановки мультимножеств. Полиномиальная формула. | ПК-3 |
| 9. Количество упорядоченных разбиений числа на заданное число слагаемых. | ПК-3 |
| 10. Количество неупорядоченных разбиений числа на заданное число слагаемых и его простые свойства. | ПК-3 |
| 11. Рекуррентные формулы для количества неупорядоченных разбиений. | ПК-3 |
| 12. Числа Стирлинга 2-го рода (свойства и рекуррентное соотношение для составления таблицы). | ПК-3 |
| 13. Разбиение подстановок на циклы. Числа Стирлинга 1-го рода. | ПК-3 |
| 14. Выражение чисел отображений разного вида через комбинаторные числа. | ПК-3 |
| 15. Понятие производящей функции. Алгебраические операции над производящими функциями и их свойства. | ПК-3 |
| 16. Операция подстановки для производящих функций. Теорема об обратной функции. | ПК-3 |
| 17. Последовательность Фибоначчи и её производящая функция как суперпозиция элементарных производящих функций. | ПК-3 |
| 18. Вывод явной формулы для чисел Фибоначчи. | ПК-3 |
| 19. Произведение Адамара. Рациональность произведения Адамара рациональных производящих функций. | ПК-3 |
| 20. Числа Каталана. Рекуррентное соотношение для чисел Каталана. | ПК-3 |
| 21. Производящая функция последовательности Каталана и вывод явной формулы для чисел Каталана. | ПК-3 |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Шульц, М. М. Комбинаторика: спецкурс : учеб. пособие. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2009. — 167 с. 70 экз.
2. Ландо С.К.. Лекции о производящих функциях. - М.: МЦНМО, 2007. Режим доступа: <https://www.mccme.ru/free-books/lando/lando-genfunc.pdf>

б) Дополнительная литература:

1. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1968. Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/other.htm>

в) Интернет-ресурсы:

1. Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>
2. Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: доска, мел, тряпка для стирания с доски.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-

образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ 01.03.01 Математика.

Автор (ы) *к. ф.-м. н., доцент*

Полотовский Г.М.

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой АГДМ *д.ф-м.н, профессор*

Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 №2.