

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Вычислительные методы

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность образовательной программы
Информационные системы и технологии

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.12 Вычислительные методы относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-2: Способен применять компьютерные/суперкомпьютерные методы, современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-2.1: Знает основные положения и концепции в области программирования, архитектуру языков программирования, теории коммуникации, знает основную терминологию, знаком с содержанием Единого Реестра Российских программ ОПК-2.2: Умеет анализировать типовые языки программирования, составлять программы ОПК-2.3: Имеет практический опыт решения задач анализа, интеграции различных типов программного обеспечения, анализа типов коммуникаций	ОПК-2.1: Знает методы приобретения новых научных и профессиональных знаний на основе современные образовательных и информационных технологий. ОПК-2.2: Умеет осуществлять и обосновывать выбор информационных технологий баз данных для создания конкурентоспособно-го программного продукта ОПК-2.3: Владеет практическими навыками использования современных средств разработки программного обеспечения, компьютерных и сетевых технологий для решения профессиональных задач	Задачи	Зачёт: Задачи
ОПК-3: Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных и	ОПК-3.1: Знает методы теории алгоритмов, методы системного и прикладного программирования, основные положения и концепции в области математических, информационных и имитационных моделей	ОПК-3.1: Знает методы разработки алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и	Задачи	Зачёт: Задачи

<p>имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям</p>	<p>ОПК-3.2: Умеет соотносить знания в области программирования, интерпретацию прочитанного, определять и создавать информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем</p> <p>ОПК-3.3: Имеет практический опыт применения разработки программного обеспечения</p>	<p>имитационных моделей, создания информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям</p> <p>ОПК-3.2: Умеет применять методы разработки алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, создания информационных ресурсов глобальных сетей, образовательно-го контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям</p> <p>ОПК-3.3: Владеет опытом применения методов разработки алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, создания информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.</p>		
<p>ОПК-5: Способен</p>	<p>ОПК-5.1: Знает методику</p>	<p>ОПК-5.1:</p>	<p>Задачи</p>	

<p>инсталлировать и сопровождать программное обеспечение информационных систем и баз данных, в том числе отечественного происхождения, с учетом информационной безопасности</p>	<p>установки и администрирования информационных систем и баз данных. Знаком с содержанием Единого реестра российских программ</p> <p>ОПК-5.2: Умеет реализовывать техническое сопровождение информационных систем и баз данных</p> <p>ОПК-5.3: Имеет практические навыки установки и инсталляции программных комплексов</p>	<p>Знает источники и классификацию угроз информационной безопасности; состав и назначение функциональных компонентов и программного обеспечения персонального компьютера.</p> <p>ОПК-5.2: Умеет осуществлять анализ помехоустойчивости и пропускной способности каналов; классифицировать защищаемую информацию по видам тайны и степеням конфиденциальности.</p> <p>ОПК-5.3: Владеет опытом применения методов разработки алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, создания информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям; инструментальными средствами программирования.</p>		<p>Зачёт: Задачи</p>
---	---	--	--	--------------------------

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	

аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	1
самостоятельная работа	43
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Погрешность вычислений	8	2	2	4	4
Численные методы решения нелинейных уравнений	8	2	2	4	4
Интерполяция и приближение функции	14	4	4	8	6
Численное интегрирование	13	4	4	8	5
Численное решение СЛАУ	14	4	4	8	6
Методы оптимизации	23	7	7	14	9
Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	27	9	9	18	9
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	32	32	65	43

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Погрешность вычислений

- Неопределенность входных данных, погрешность метода, погрешность округления.
- Погрешность вычисления производной.

2. Численные методы решения нелинейных уравнений.

- Двухточечные методы (методы дихотомии и хорд).
- Одноточечные методы (методы простой итерации и Ньютона).

3. Интерполяция и приближение функций.

- Метод наименьших квадратов.
- Интерполяционный многочлен Лагранжа.
- Интерполяционный многочлен Ньютона.
- Слайн-интерполяция (кубический сплайн).

4. Численное интегрирование.

- Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, 3/8. Составные квадратурные формулы.
 - Погрешность интегрирования.
 - Вычисление несобственных интегралов.
5. Численное решение СЛАУ.
- Различные нормы вектора и матрицы.
 - Число обусловленности системы.
 - Прямые методы решения СЛАУ (правило Крамера, нахождение обратной матрицы, метод Гаусса).
 - Итерационные методы решения СЛАУ (метод Якоби, метод Гаусса-Зейделя, метод ПВР).
6. Методы оптимизации.
- Постановка задачи оптимизации. Минимум функции одного переменного.
 - Метод золотого сечения, Фибоначчи, деления отрезка пополам, равномерного поиска.
 - Методы определения интервала унимодальности функции: алгоритмы Свенна и скользящего окна.
 - Метод покоординатного спуска.
 - Градиентные методы. Метод наискорейшего спуска.
 - Метод сопряженных градиентов.
 - Методы второго порядка. Метод Ньютона, метод Ньютона-Рафсона.
7. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
- Методы Тейлора.
 - Метод Рунге-Кутты и его модификации.
 - Неявные методы Рунге-Кутты.
 - Явный и неявный методы Адамса.
 - Метод предиктор-корректор.
 - Обобщение методов решения задачи Коши на случай уравнений высоких порядков
 - Чисто неявная, симметрическая разностные схемы.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

1. Кулинич В.В., М.М. Новоженков, В.И. Сумин "Безусловный экстремум. Введение в численные методы" ННГУ, 2010.
2. В.В. Кулинич, В.И. Сумин "Решение систем линейных алгебраических уравнений. Введение в численные методы" ННГУ, 1999.
3. В.В. Кулинич "Квадратурные формулы. Численное интегрирование" ННГУ, 2003
4. В.В. Кулинич, И.П. Смирнов "Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Введение в численные методы" ННГУ, 2002.
5. А.В. Шиндин "Язык программирования математических вычислений Julia. Базовое руководство" ННГУ, 2016.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

1. Выполните отделение корней аналитически и найдите один из корней методами дихотомии с абсолютной погрешностью 0,0001.

$$2x^4 - 9x^3 - 60x^2 + 1 = 0$$

2. Выполните отделение корней графически и найдите один из корней методами простой итерации с абсолютной погрешностью 0,0001.

$$x2^x = 1$$

3. Найдите одно из решений системы уравнений методом Ньютона с абсолютной погрешностью 0,0001.

$$\begin{cases} \sin(x) + 2y = 2 \\ \cos(y - 1) + x = 0.7 \end{cases}$$

За своевременное выполнение всех заданий начисляется **3 балла**.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

Решить методом Тейлора 3-го порядка задачу Коши

$$y'' + y' + 2y = \cos(x) \cdot \exp(-2x), \quad y(0) = 1, y'(0) = 0, \quad x \in [0, 2]$$

с заданной относительной точностью 0,01.

Требуется построение графиков решения $y(x)$, $y'(x)$, а также фазовых траекторий. За своевременное выполнение задания начисляется **6 баллов**.

Дополнительные **3 балла** будут начислены, если будет найдено точное решение и оно будет сопоставлено с построенными соответствующими разностными графиками с полученным приближенным решением.

Еще **3 балла** будут начислены, если решение задачи Коши будет найдено с помощью встроенных функций, оно также будет сопоставлено (построены соответствующие разностные графики) с исходным решением.

Для того, чтобы лабораторная работа была засчитана требуется оформление отчета (с формулами и графиками) используемых методов в формате Jupyter notebook.

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

Найти точку минимума функции

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - 24x_1 + x_2^2 - 19.0x_2 + 3x_3^2 - 48x_3 + 354.25,$$

$$[x_1 = -9, x_2 = -5, x_3 = -3].$$

методом **Ньютона-Рафсона**. Для одномерной минимизации использовать метод **половинного** поиска интервала унимодальности использовать алгоритм **скользящего окна**.

В окрестности точки минимума построить линии уровня и траекторию поиска (на одном графике). Частичное выполнение задания начисляется **6 баллов**.

Реализовав дополнительно следующие методы можно получить по **3 балла** за каждый метод: метод поиска, метод Нелдера-Мида, метод Пауэлла, метод Хука-Дживса, метод Розенброка.

Для того, чтобы лабораторная работа была засчитана требуется оформление отчета (с формулами) используемых методов в формате Jupyter+Markdown+LaTeX.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Знание и понимание основных методов приобретения новые научных и профессиональных знаний на основе современные образовательных и информационных технологий с рядом негрубых ошибок. Умение применять отдельные элементы новых научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии, но с существенными ошибками. Наличие минимальных навыков применения математического аппарата анализа алгоритмов.
не зачтено	Полное отсутствие знаний и понимания методов приобретения новые научных и профессиональных знаний на основе современных образовательных и информационных технологий. Полное отсутствие умения приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии. Полное отсутствие навыков приобретения новых научных и профессиональных знаний на основе современных образовательных и информационных технологий.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
		не зачтено			зачтено		
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.	Уровень знаний ниже минимальных требований.	Минимально допустимый уровень	Уровень знаний в объеме, соответствующий	Уровень знаний в объеме, соответствующий	Уровень знаний в объеме, соответствующий	Уровень знаний в объеме, превышающий

	Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки	знаний. Допущено много негрубых ошибок	ющем программе подготовки . Допущено несколько негрубых ошибок	ющем программе подготовки . Допущено несколько несущественных ошибок	ующем программе подготовк и. Ошибок нет.	м программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

1. Выполните отделение корней аналитически и найдите один из корней методами дихотомии и лютовой погрешностью 0,0001.

$$3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$$

2. Выполните отделение корней графически и найдите один из корней методами простой итерации с абсолютной погрешностью 0,0001.

$$x + \ln(1 + x) = 1.5$$

3. Найдите одно из решений системы уравнений методом Ньютона с абсолютной погрешностью

$$\begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = 1 \\ x^3 + y^3 = 2 \end{cases}$$

За своевременное выполнение всех заданий начисляется **3 балла**.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-3

Найти точку минимума функции

$$f(x_1, x_2) = \frac{x_1 e^{\frac{x_1}{2}}}{e^{\frac{1}{2}}} + \frac{x_2^2 e^{\frac{x_1}{2}}}{e^{\frac{1}{2}}} + \frac{14x_2}{e^{\frac{1}{2}}} e^{\frac{x_1}{2}} + \frac{48e^{\frac{x_1}{2}}}{e^{\frac{1}{2}}},$$

$$[x_1 = 0, x_2 = 4].$$

методом **Ньютона-Рафсона**. Для одномерной минимизации использовать метод **равномерного** поиска интервала унимодальности использовать алгоритм **Свенна**.

В окрестности точки минимума построить линии уровня и траекторию поиска (на одном графике) **менное** выполнение задания начисляется **6 баллов**.

Реализовав дополнительно следующие методы можно получить по **3 балла** за каждый метод: метод поиска, метод Нелдера-Мида, метод Пауэлла, метод Хука-Дживса, метод Розенброка.

Для того, чтобы лабораторная работа была засчитана требуется оформление отчета (с формулами) используемых методов в формате Jupyter+Markdown+LaTeX.

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-5

Решить явным методом Адамса при $k = 1$ задачу Коши

$$y'' + 16y' - 16y = \sin(4x) \cdot \exp(x), \quad y(0) = 1, y'(0) = 0, \quad x \in [0, 2]$$

с заданной относительной точностью 0,01.

Требуется построение графиков решения $y(x)$, $y'(x)$, а также фазовых траекторий. За своевременное задание начисляется **6 баллов**.

Дополнительные **3 балла** будут начислены, если будет найдено точное решение и оно будет сопоставлено соответствующим разностным графикам с полученным приближенным решением.

Еще **3 балла** будут начислены, если решение задачи Коши будет найдено с помощью встроенных инструментов, оно также будет сопоставлено (построены соответствующие разностные графики) с исходным приближенным решением.

Для того, чтобы лабораторная работа была засчитана требуется оформление отчета (с формулами) используемых методов в формате Jupyter notebook.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Знание и понимание основных методов приобретения новых научных и профессиональных знаний на основе современных образовательных и информационных технологий с рядом негрубых ошибок. Умение применять отдельные элементы новых научных и профессиональных знаний, используя современные образовательные и информационные технологии, но с существенными ошибками. Наличие минимальных навыков применения математического аппарата анализа алгоритмов.
не зачтено	Полное отсутствие знаний и понимания методов приобретения новых научных и профессиональных знаний на основе современных образовательных и информационных технологий. Полное отсутствие умения приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии. Полное отсутствие навыков приобретения новых научных и профессиональных знаний на основе современных образовательных и информационных технологий.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Калиткин Николай Николаевич. Численные методы : учеб. пособие для студентов вузов / под ред. А. А. Самарского. - М. : Наука, 1978. - 512 с., 26 табл., 103 рис. : ил. - 1.30., 3 экз.
2. Бахвалов Николай Сергеевич. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов. - 7-е изд. - М. : Бином. Лаборатория знаний, 2011. - 636 с. : ил. - (Классический университетский учебник : осн. в 2002 г. / МГУ им. М. В. Ломоносова ; ред. совет : В. А. Садовничий (пред.) [и др.]). - ISBN 978-5-9963-0449-3 : 255.00., 2 экз.
3. Самарский Александр Андреевич. Введение в численные методы : учеб. пособие для вузов / МГУ им. М. В. Ломоносова. - Изд. 3-е, стер. - СПб. : Изд-во Лань, 2005. - 288 с. : ил. -

(Классический университетский учебник). - На шмуцтит.: 250-летию Московского университета. - ISBN 5-8114-0602-9 : 149.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Марчук Гурий Иванович. Методы вычислительной математики : учеб. пособие. - 3-е изд. ; перераб. и доп. - М. : Наука, 1989. - 608 с. - 21.00., 3 экз.
2. Федоренко Радий Петрович. Введение в вычислительную физику : [учеб. пособие для вузов по направлениям "Математика", "Физика", специальности "Математика", "Приклад. математика", "Физика"]. - М. : Изд-во Моск. физ.-техн. ин-та, 1994. - 526 с. - 9100.00., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Дистрибутив языка программирования Python - Anaconda.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Шиндин Алексей Владимирович, кандидат физико-математических наук.

Рецензент(ы): Мищенко Михаил Андреевич, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 28.11.2024, протокол № 06/24.