

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики и предпринимательства

УТВЕРЖДЕНО
Решением президиума
Ученого совета ННГУ
протокол №4 от
«_14_»_12_2021г

**Рабочая программа дисциплины
Математический анализ**

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки
38.03.01 Экономика

Направленность образовательной программы
Финансы и кредит

Форма обучения
очная, очно-заочная

Нижний Новгород
2022 год

1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.11 «Математический анализ» относится к обязательной части ООП бакалавров по направлению 38.03.01 Экономика.

Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	
Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.11 «Математический анализ» относится к обязательной части ООП направления подготовки 38.03.01 Экономика

Основными целями и задачами изучения дисциплины являются:

- формирование представлений о месте и роли методов математического анализа для решения теоретических задач экономики;
- формирование представлений о методологии применения математического анализа при решении прикладных задач экономики;
- формирование навыков работы с математической литературой;
- формирование понятийной математической базы;
- формирование необходимых навыков решения типовых задач;
- формирование навыков применения и интерпретирования результатов использования методов математического анализа для решения теоретических и прикладных задач экономики.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине**	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.	<u>Знать</u> состав и структуру требуемых данных и информации. <u>Уметь</u> грамотно реализовывать процессы сбора данных и информации. <u>Владеть</u> методиками обработки и интерпретации данных и информации.	Задачи, тест, контрольные работы
ОПК-5. Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач	ОПК 5.2. Использует современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач	<u>Знать</u> факты, задачи, методы математического анализа, необходимые для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов, обоснования полученных выводов. <u>Уметь</u> среди фактов, задач, методов, предоставляемых математическим анализом, выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов, обоснования полученных выводов. <u>Владеть</u> методикой решения задач математического анализа, необходимых для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов, обоснования полученных выводов.	Задачи, тест, контрольные работы

3. Структура и содержание дисциплины (модуля) «Математический анализ»

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость	8 ЗЕТ	8 ЗЕТ	___ ЗЕТ
Часов по учебному плану	288	288	
в том числе			
аудиторные занятия (контактная работа):	128	64	
- занятия лекционного типа			
- занятия семинарского типа	64	32	
(практические занятия)	64	32	
самостоятельная работа	84	148	
КСР	4	4	
Промежуточная аттестация – Экзамен/ экзамен	72	72	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)			В том числе												Самостоятельная работа обучающегося, часы		
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них														
	Занятия лекционного типа			Занятия семинарского типа			Занятия лабораторного типа			Консультации			Всего					
Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	
Тема 1. Числа, множества, функции. Развитие понятия о числе. Натуральные, целые, рациональные, действительные числа. Координатная ось (действительная прямая). Числовые множества. Огра-	26	26		8	4		8	4							16	8		

<p>ниченные множества. Интервалы (отрезки) на действительной прямой, открытые, замкнутые, полуоткрытые. Максимум, минимум, супремум, инфимум. Предельная точка.</p> <p>Число сочетаний C_n^k. Бином Ньютона (без доказательства). Треугольник Паскаля.</p> <p>Понятие функции, область определения, область значений. Способы её задания (графический, табличный, аналитический).</p> <p>Возрастающие и убывающие функции. Монотонные функции. Чётные, нечётные, периодические функции; функции общего вида. Сложная функция как композиция нескольких функций. Повторение тем: линейная, квадратичная функции, обратная пропорциональность.</p> <p>Явное задание функций в декартовых координатах. Основные элементарные функции: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические, их свойства и графики. Понятие функции, обратной данной. Элементарные функции как функции, полученные из основных элементарных путем применения четырех арифметических действий и образования сложных</p>																			
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

функций. Элементарные способы построения графиков (сдвиг и растяжение вдоль осей, отображение относительно осей, сложение и умножение). Другие способы аналитического задания функций и кривых в декартовых координатах: неявное, параметрическое (примеры: прямая, окружность). Другие способы введения координат: полярные координаты (примеры: спираль Архимеда, окружность и т.п.). Функция натурального аргумента – последовательность. Примеры последовательностей. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Предельные точки последовательности.																			
Тема 2. Введение в теорию пределов. Непрерывные функции. Асимптоты. Предел последовательности, геометрическая интерпретация. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Единственность предела последовательности (без доказательства). Теоремы о пределах последовательности, связанных с равенствами и с неравенствами (без доказательства; геометрические интерпретации). Понятие о неопределённых.	28	28		8	4		8	4							16	8		12	20

<p>раскрытие неопределённости типа $\frac{\infty}{\infty}$.</p> <p>Ограниченность сходящейся последовательности. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности, геометрическая интерпретация. Сходимость последовательности $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right\}$. (Всё без доказательства.) Число e. Понятие натурального логарифма.</p> <p>Предел функции при $x \rightarrow \pm\infty$ и на конечном участке прямой (на языке последовательностей). Единственность предела, теоремы о пределах (без доказательства). Возможные виды неопределённостей.</p> <p>Первый и второй замечательные пределы, следствия из них.</p> <p>Приложения понятия предела к формализации свойств функций.</p> <p>А) Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация. Односторонняя непрерывность. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций на замкнутом интервале (без доказательства). Непрерывность элементарных функций в области их определения. Б) Асимптоты графиков функций и их</p>																			
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

классификация. Нахождение асимптот.																			
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одного переменного. Секущая и касательная к графику функции. Задача об определении тангенса угла наклона касательной к кривой как отношения предела приращения функции и приращения аргумента. Задача об определении мгновенной скорости при движении автомобиля по прямой трассе. Определение производной функции в точке. Обозначения производной. Объяснение термина «Дифференцирование функции». Правила дифференцирования и производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Определение дифференцируемой функции и дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Идея приближенных вычислений с помощью замены приращения функции её дифференциалом при малых приращениях аргумента. Непрерывность дифференцируемой функции. Эластичность функции как предел отношения относительных изменений зависимой и независимой пере-	26	26		8	4		8	4							16	8		10	18

<p>менных. Правило Маршалла (геометрический смысл эластичности). Примеры вычисления эластичности в экономическом анализе.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши (все – без доказательства). Геометрические интерпретации. Правило Лопиталья раскрытия неопределённостей типа $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$.</p> <p>Монотонность функции и знак производной. Точки экстремума: определение, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума. Вторая производная и геометрия кривой, точки перегиба. Общая схема исследования функции и построения графика. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом промежутке.</p>																			
<p>Тема 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.</p> <p>Понятие функции n переменных. Функция двух независимых переменных: область определения, область значений. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Общее</p>	26	26		8	4		8	4						16	8		10	18	

<p>представление о пределе функции двух переменных.</p> <p>Частное приращение, частная производная и частный дифференциал функции двух переменных. Полное приращение и дифференциал функции двух переменных. Частные производные высших порядков.</p> <p>Производная по направлению. Градиент. Экстремум функции двух переменных. Необходимые условия, достаточные условия. Условный экстремум. Метод непосредственной подстановки; метод Лагранжа поиска условного экстремума.</p> <p>Функции нескольких переменных в экономической науке. Теория потребительского выбора и функция полезности. Производственная функция. Производственная функция Кобба – Дугласа, производственная функция с постоянной эластичностью замещения и т.п.</p>																			
<p>Тема 5. Интегральное исчисление.</p> <p>Интегральное исчисление. Первообразная. Совокупность всех первообразных – неопределённый интеграл. Интегрирование – операция, обратная дифференцированию.</p> <p>Классы интегрируемых функций. Четыре свойства и таблица интегра-</p>	38	42		12	8		12	8						24	16		14	26	

<p>лов. Неберущиеся интегралы. Замена переменного. Подведение под знак дифференциала.</p> <p>Интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональной функции. Некоторые замены в интегралах от тригонометрических функций и простейших иррациональностей.</p> <p>Определённый интеграл: площадь криволинейной трапеции и определение определённого интеграла. Свойства определённого интеграла. Теоремы о среднем, интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница. Специальные функции: интегральный синус, функция Лапласа.</p> <p>Приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, длина дуги (для явно заданных функций). Стоимость хранения продукции на складе при условии её кусочно-непрерывного поступления и убывания.</p> <p>Несобственные интегралы: введение в проблематику. Интегралы первого и второго рода. Понятие сходимости и расходимости, вычисление $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha}}$, $\int_0^1 \frac{dx}{x^{\alpha}}$.</p> <p>Восстановление функции двух</p>																			
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

переменных по её полному диффе- ренциалу.																			
Тема 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Простейшие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка: использование интегрального исчисления при их решении. Уравнение $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ – подробный разбор его решения, построение интегральных кривых, введение на этом примере основных понятий теории дифференциальных уравнений первого порядка: области определения уравнения, особой точки, общего решения, частного решения, задачи Коши. Дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае. Основные определения. Разрешение относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородная функция. Однородные обыкновенные дифференциального уравнения первого порядка. Линейные обыкновенные дифференциального уравнения первого порядка и уравнения Бернулли: решение методом Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Обыкновенные	34	32		10	4		10	4							20	8		14	24

<p>дифференциально-го уравнения высших порядков: общее решение, частное решение. Пояснения на примере уравнения типа $y^{(5)} = \sin x$.</p> <p>Определение комплексного числа. Геометрическая интерпретация, модуль, аргумент. Комплексно сопряженные величины. Четыре арифметических действия над комплексными числами. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формулы Эйлера (без доказательства). Формула Муавра возведения в степень. Извлечение корня натуральной степени из комплексного числа.</p> <p>Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков: однородные и неоднородные. Структура общего решения однородного уравнения. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение (с выводом). Линейно независимые решения в случаях различных действительных корней характеристического уравнения; кратных действительных корней; комплексно</p>																			
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

сопряженных корней; кратных комплексно сопряженных корней. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью: метод неопределённых коэффициентов.																			
Тема 7. Ряды. Задачи, подводящие к идее конечности бесконечной суммы: апория Зенона об Ахиллесе и черепахе, последовательное деление отрезка на две части с образованием убывающей геометрической прогрессии длин. Числовые ряды. Определение, сходящиеся и расходящиеся ряды, необходимое условие сходимости, признак расходимости. Ряды с положительными членами: теоремы сравнения. Признак Даламбера, радикальный признак Коши (в предельной форме). Интегральный признак сходимости Коши знакоположительного числового ряда. Знакопередающиеся числовые ряды: признак Лейбница. Знакопеременные числовые ряды: абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана для условно сходящегося ряда. Функциональ-	44	32		10	4		10	4						20	8		24	24	

ные ряды: общие понятия. Область сходимости и расходимости. Степенной ряд: определение. Всё об области сходимости (абсолютной, условной) степенного ряда: радиус, интервал, формулы Даламбера и Коши-Адамара поиска радиуса сходимости. Исследование сходимости на концах интервала сходимости. Ряды Тейлора. Ряды Маклорена. Пять классических разложений, определение радиусов сходимости к соответствующим функциям. Вычисление интегралов с использованием степенных рядов. Решение дифференциальных уравнений с использованием степенных рядов.																			
Текущий контроль																			
Промежуточная аттестация: 1 семестр , 2 семестр – экзамен																			
ксп	4	4		2	2		2	2							4	4			
контроль	72	72																	
Итого	324	288		64	32		64	32							136	68		120	148

Практические занятия организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает: решение прикладной задачи по профилю профессиональной деятельности и направленности образовательной программы.

На проведение практических занятий в форме практической подготовки отводится 2 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:
 - подготовка исходных данных для проведения расчетов экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов;
 - проведение расчетов экономических и социально-экономических показателей на основе типовых методик с учетом действующей нормативно-правовой базы;
- компетенций - ОПК-5.

План семинарских занятий

Тема 1. Числа, множества, функции.

1. Развитие понятия о числе. Натуральные, целые, рациональные, действительные числа. Координатная ось (действительная прямая).

Семинар 2. Числовые множества. Ограниченные множества. Интервалы (отрезки) на действительной прямой, открытые, замкнутые, полуоткрытые. Максимум, минимум, супремум, инфимум. Предельная точка.

Семинар 3. Понятие функции, область определения, область значений. Способы её задания (графический, табличный, аналитический). Возрастающие и убывающие функции. Монотонные функции. Чётные, нечётные, периодические функции; функции общего вида. Сложная функция как композиция нескольких функций. Повторение тем: линейная, квадратичная функции, обратная пропорциональность.

Семинар 4. Явное задание функций в декартовых координатах. Основные элементарные функции: степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратные тригонометрические, их свойства и графики. Понятие функции, обратной данной. Элементарные функции как функции, полученные из основных элементарных путем применения четырех арифметических действий и образования сложных функций.

Элементарные способы построения графиков (сдвиг и растяжение вдоль осей, отображение относительно осей, сложение и умножение).

Семинар 5 (1 час). Функция натурального аргумента – последовательность. Примеры последовательностей. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Предельные точки последовательности.

Тема 2. Введение в теорию пределов. Непрерывные функции. Асимптоты.

Семинар 1. Вычисление пределов последовательности.

Семинар 2. Вычисление пределов последовательности и пределов функции.

Семинар 3. Вычисление пределов функции.

Семинар 4. Задачи на применение первого и второго замечательного пределов.

Семинар 5. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одного переменного

Семинар 1. Определение производной. Вычисление производной в простейших случаях.

Семинар 2. Техника дифференцирования.

Семинар 3. Дифференциал функции. Производные высших порядков.

Семинар 4. Исследование функций и построение графиков.

Семинар 5 Правило Лопиталя.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

Семинар 1 (1 час). Область определения функции двух переменных. Линии уровня.

Семинар 2. Вычисление частных производных первого и высших порядков.

Семинар 3. Производная по направлению. Градиент.

Семинар 4. Поиск абсолютного и условного экстремумов функции двух переменных.

Семинар 5. Функции нескольких переменных в экономической теории.

Тема 5. Интегральное исчисление.

Семинар 1. Табличное интегрирование.

Семинар 2. Замена переменного, интегрирование по частям.

Семинар 3. Вычисление определённого интеграла.

Семинар 4. Приложения определённого интеграла.

Семинар 5. Несобственные интегралы.

Тема 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ).

Семинар 1. ОДУ первого порядка: с разделяющимися переменными.

Семинар 2. ОДУ первого порядка: линейные, Бернулли.

Семинар 3. Линейные ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами: однородные.

Семинар 4. Линейные ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами: неоднородные.

Семинар 5. Линейные ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами: неоднородные.

Тема 7. Ряды.

Семинар 1. Числовые ряды. Необходимые условия сходимости, признак расходимости. Ряды с положительными членами: теоремы сравнения. . Признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак

Семинар 2. Степенные ряды. Интервал сходимости, радиус сходимости.

Семинар 3. Ряды Тейлора, ряды Маклорена: разложение бесконечно дифференцируемой функции.

Семинар 4. Представление несобственных интегралов в виде рядов. Приближенное вычисление несобственных интегралов.

Семинар 5. Решение дифференциальных уравнений в виде рядов.

Семинар 6. Решение дифференциальных уравнений в виде рядов.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Лекции и практические занятия в активной и интерактивной форме; самостоятельная работа обучающихся (в т.ч. в терминал-классе), письменные контрольные работы (содержащие в т.ч. результаты вычислительных (компьютерных) расчетов с использованием ППП Excel); опросы в устной и форме. В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» реализация компетентного подхода в образовательном процессе предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (в том числе с использованием компьютерных технологий) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Для этого, в частности, используются следующие формы и технологии проведения занятий:

- моделирование различных аспектов профессиональной деятельности;
- работа в малых группах;

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы по дисциплине:

1. Подготовка к практическим занятиям, в частности выполнение заданий и решение задач, выдаваемых на самостоятельную подготовку;
2. Выполнение аудиторных и домашних контрольных работ;
3. Работа с литературой;
4. Самостоятельное изучение отдельных вопросов теории;
5. Подготовка к экспресс-контрольным по учебным темам дисциплины.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс Линейная алгебра-Э (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4313>), созданный в системе электронного обучения ННГУ.

Методические указания по выполнению заданий для самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов – это планируемая работа, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Она способствует углублению и расширению знаний, формированию интереса к познавательной деятельности, овладению приемами процесса познания, развитию познавательных способностей.

Для эффективного выполнения заданий самостоятельной работы студентам предлагается организовать свою работу в рамках когнитивных и метакогнитивных учебных стратегий. Когнитивные стратегии включают в себя учебные действия, направленные на обработку и усвоение учебной информации. К когнитивным учебным стратегиям относятся:

- Повторение (заучивание, переписывание, подчеркивание, выделение, обозначение и др.);
- Эlaboration (конспектирование, подбор примеров, сравнение, установление межпредметных связей, использование дополнительной литературы, перефразирование, составление понятийного дерева и др.);
- Организация (группирование по темам, составление классификации, таблиц, схем, написание резюме и др.); планирование (составление плана, логика построения содержания, постановка цели, реализация цели и др.).

Метакогнитивные стратегии подразумевают организацию и управление учебной деятельностью. К метакогнитивным стратегиям относятся:

- Планирование (составление плана, логика построения содержания, постановка цели, реализация цели и др.);
- Наблюдение (оценка достигнутого, ответы на вопросы для самоконтроля, применение теории на практике, составление тезисов по теме, обращение к другим научным источникам и др.);
- Регуляция (самоконтроль, самооценка, использование дополнительных ресурсов, волевая регуляция, определенная последовательность выполнения задания и др.).

Задания первого и второго уровней самостоятельной работы – общеобразовательные и опираются на базовые учебные стратегии (повторения, эlaboration), поэтому в одинаковой мере могут быть использованы для формирования всех профессиональных компетенций.

Первый уровень самостоятельных работ: письменные ответы на вопросы, определение понятий «своими словами».

Второй уровень самостоятельных работ: составление профессионального миниглоссария по теме исследования; домашние контрольные работы.

Третий уровень самостоятельных работ: конспектирование научной литературы заданной теме, аннотирование научной литературы по актуальным проблемам исследования.

Четвертый уровень самостоятельных работ: подготовка обзора по теме «Методы оптимизации в современных исследованиях в области экономико-математического моделирования», изучение научных журнальных работ отечественных и зарубежных исследователей по актуальным проблемам исследования с восстановлением промежуточных выкладок.

Пятый уровень самостоятельных работ: составление портфолио; выполнение учебно-исследовательской (проектной) работы.

Качество выполнения самостоятельных работ студентов осуществляется на основе нескольких видов контроля. *Корректирующий контроль* осуществляется преподавателем во время индивидуальных занятий в виде собеседования или тестовой проверки. *Констатирующий контроль* происходит по заранее составленным индивидуальным планам изучения дисциплины или выполнения определенного задания для оценки результатов завершающих этапов самостоятельной работы. *Самоконтроль* осуществляется самим студентом по мере изучения дисциплины по составленным программным вопросам. *Итоговый контроль* представляет собой аттестацию студентов по всем видам работы.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой

отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
<p>1 семестр</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Классификация числовых множеств. 2. Число сочетаний C_n^k. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. 3. Понятие функции, область определения, область значений. Способы задания. 4. Элементарные свойства функций (монотонность, четность, нечетность, периодичность). Функция общего вида. Сложная функция как композиция нескольких функций. 5. Основные элементарные функции. Функция, обратная данной. Элементарные функции. 6. Элементарные способы построения графиков (сдвиг и растяжение вдоль осей, отображение относительно осей, сложение и умножение). 7. Задание кривых неявно, параметрически, в полярных координатах. 8. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Последовательности. 9. Предел последовательности, геометрическая интерпретация. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Единственность предела последовательности. 10. Теоремы о пределах последовательности, связанных с равенствами и с неравенствами (без доказательства; геометрические интерпретации). 11. Ограниченность сходящейся последовательности. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности, геометрическая интерпретация. 12. Сходимость последовательности $\left\{1 + \frac{1}{n}\right\}^n$. (Всё без доказательства.) Число e. Понятие натурального логарифма. 13. Предел функции при $x \rightarrow \pm\infty$ и на конечном участке. Единственность предела, теоремы о пределах (без доказательства). 14. Возможные виды неопределённостей. 15. Первый и второй замечательные пределы, следствия из них. 16. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация. Односторонняя непрерывность. 17. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций на 	УК-1

<p>замкнутом интервале (без доказательства). Непрерывность элементарных функций в области их определения.</p> <p>18. Асимптоты графиков функций и их классификация. Нахождение асимптот.</p> <p>19. Секущая и касательная к графику функции. Задача об определении тангенса угла наклона касательной к кривой как отношения предела приращения функции и приращения аргумента. Задача об определении мгновенной скорости при движении автомобиля по прямой трассе. Определение производной функции в точке. Обозначения производной. Объяснение термина «Дифференцирование функции».</p> <p>20. Правила дифференцирования и производные основных элементарных функций. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование.</p> <p>21. Определение дифференцируемой функции и дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Идея приближенных вычислений с помощью замены приращения функции её дифференциалом при малых приращениях аргумента. Непрерывность дифференцируемой функции.</p> <p>22. Эластичность функции как предел отношения относительных изменений зависимой и независимой переменных. Правило Маршалла (геометрический смысл эластичности). Примеры вычисления эластичности в экономическом анализе.</p> <p>23. Производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>24. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши (все – без доказательства). Геометрические интерпретации.</p> <p>25. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей типа $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$.</p> <p>26. Монотонность функции и знак производной. Точки экстремума: определение, необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума.</p> <p>27. Вторая производная и геометрия кривой, точки перегиба.</p> <p>28. Общая схема исследования функции и построения графика.</p> <p>29. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом промежутке.</p> <p>30. Понятие функции n переменных. Функция двух независимых переменных: область определения, область значений. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня.</p> <p>31. Общее представление о пределе функции двух переменных.</p> <p>32. Частное приращение, частная производная и частный дифференциал функции двух переменных. Полное приращение и дифференциал функции двух переменных. Частные производные высших порядков.</p> <p>33. Производная по направлению. Градиент.</p> <p>34. Экстремум функции двух переменных. Необходимые условия, достаточные условия.</p> <p>35. Условный экстремум. Метод непосредственной подстановки; метод Лагранжа поиска условного экстремума.</p> <p>36. Функции нескольких переменных в экономической науке. Теория потребительского выбора и функция полезности. Производственная функция. Производственная функция Кобба – Дулгаса, производственная функция с постоянной эластичностью замещения и т.п.</p>	
<p>2 семестр</p> <p>1. Интегральное исчисление. Первообразная. Неопределённый интеграл. Интегрирование – операция, обратная дифференцированию.</p> <p>2. Классы интегрируемых функций. Четыре свойства и таблица интегралов. Неберущиеся интегралы.</p> <p>3. Замена переменного. Подведение под знак дифференциала.</p> <p>4. Интегрирование по частям.</p> <p>5. Интегрирование дробно-рациональной функции.</p> <p>6. Некоторые замены в интегралах от тригонометрических функций и простейших иррациональностей.</p> <p>7. Определённый интеграл: площадь криволинейной трапеции и определение определённого интеграла.</p> <p>8. Свойства определённого интеграла.</p> <p>9. Теоремы о среднем, интеграл с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница. Специальные функции: интегральный синус, функция Лапласа.</p> <p>10. Приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, длина дуги (для явно заданных функций). Стоимость хранения продукции на складе при условии её кусочно-непрерывного поступления и убытия.</p> <p>11. Несобственные интегралы: введение в проблематику. Интегралы первого и</p>	<p>ОПК-5</p>

второго рода. Понятие сходимости и расходимости, вычисление $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha}}, \int_0^1 \frac{dx}{x^{\alpha}}.$

12. Восстановление функции двух переменных по её полному дифференциалу.

13. Простейшие обыкновенные дифференциальные уравнения первого поряд-

ка: использование интегрального исчисления при их решении. Уравнение $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ –

подробный разбор его решения, построение интегральных кривых, введение на этом примере основных понятий теории дифференциальных уравнений первого порядка: области определения уравнения, особой точки, общего решения, частного решения, задачи Коши.

14. Дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае. Основные определения. Разрешение относительно производной. Уравнения с разделяющимися переменными.

15. Однородная функция. Однородные обыкновенные дифференциального уравнения первого порядка.

16. Линейные обыкновенные дифференциального уравнения первого порядка и уравнения Бернулли: решение методом Бернулли.

17. Уравнения в полных дифференциалах.

18. Обыкновенные дифференциального уравнения высших порядков: общее решение, частное решение. Пояснения на примере уравнения типа $y^{(5)} = \sin x$.

19. Определение комплексного числа. Геометрическая интерпретация, модуль, аргумент. Комплексно сопряженные величины. Четыре арифметических действия над комплексными числами. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.

20. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формулы Эйлера (без доказательства). Формула Муавра возведения в степень. Извлечение корня натуральной степени из комплексного числа.

21. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков: однородные и неоднородные. Структура общего решения однородного уравнения.

22. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение (с выводом). Линейно независимые решения в случаях различных действительных корней характеристического уравнения; кратных действительных корней; комплексно сопряженных корней; кратных комплексно сопряженных корней.

23. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью: метод неопределённых коэффициентов.

24. Задачи, подводящие к идее конечности бесконечной суммы: апория Зенона об Ахиллесе и черепахе, последовательное деление отрезка на две части с образованием убывающей геометрической прогрессии длин.

25. Числовые ряды. Определение, сходящиеся и расходящиеся ряды, необходимое условие сходимости, признак расходимости.

26. Ряды с положительными членами: теоремы сравнения. Признак Даламбера, радикальный признак Коши (в предельной форме). Интегральный признак сходимости Коши знакоположительного числового ряда.

27. Знакопередающиеся числовые ряды: признак Лейбница.

28. Знакопеременные числовые ряды: абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана для условно сходящегося ряда.

29. Функциональные ряды: общие понятия. Область сходимости и расходимости. Степенной ряд: определение. Всё об области сходимости (абсолютной, условной) степенного ряда: радиус, интервал, формулы Даламбера и Коши-Адамара поиска радиуса сходимости. Исследование сходимости на концах интервала сходимости.

30. Ряды Тейлора. Ряды Маклорена. Пять классических разложений, определение радиусов сходимости к соответствующим функциям.

31. Вычисление интегралов с использованием степенных рядов. Решение дифференциальных уравнений с использованием степенных рядов.

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции УК-1

Демонстрационные варианты контрольных работ.

Вариант контрольной работы по теме 2.

1) Найти указанные пределы. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + x - 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}$; г)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+3}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+24x)}{e^{8x} - 1}$.

2). Найти производные и дифференциалы функций: а) $y = 5x^{12} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}} - 10$;

б) $y = \frac{4\sin 3x - 9\operatorname{tg} \sqrt{x}}{x^4 + e^x}$; в) $y = 3^{\arcsin 2x} \cdot \cos(\sqrt[3]{x} - 2)$; г) $y = \operatorname{arctg} \ln x^3 + 3x\sqrt[3]{x}$.

Вариант контрольной работы по теме 3.

Для заданных ниже функций:

- 1) найти область определения;
- 2) найти точки экстремума и промежутки возрастания-убывания (или показать, что их нет);
- 3) найти точки перегиба (или показать, что их нет);
- 4) найти асимптоты (или показать, что их нет);
- 5) Для функции из пункта а) найти дополнительно наибольшее и наименьшее значения на отрезке $[\alpha, \beta]$.

Вариант 1. а) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$, $\alpha = 0$, $\beta = 2$;

б) $y = \frac{x^2 - 7}{x - 4}$.

Вариант контрольной работы по теме 4.

1. Для функции $f(x, y) = e^{5x - 3xy + y^3}$ найти частные производные первого порядка и выписать полный дифференциал первого порядка в точке $M(1, -1)$.

2. Для данной функции $f(x, y) = y\sqrt[4]{x + 3y}$ найти: а) градиент функции в точке $M(1; 1)$; б) модуль найденного градиента; в) производную по направлению градиента в указанной точке.

3. Для данной функции $f(x, y) = \cos(x^3 - 3y)$ найти все частные производные второго порядка

и показать, что $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = 6x - 6y - 3x^2 - 3y^2$

5. Найти условные экстремумы функции $f(x, y) = 2x^2 + 2xy - 4x - \frac{y^2}{2}$ при условии $y = 2x$ 1) методом подстановки; 2) методом Лагранжа.

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-5

Вариант контрольной работы по теме 5.

1. Вычислить неопределенные интегралы:

а) $\int \left(2x - \frac{3}{x} + 7 \cos x \right) dx$; б) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$; в) $\int x \cos(x^2) dx$; г) $\int x e^{x+2} dx$;
 д) $\int \frac{dx}{(x^2 - 4)(x + 3)}$; е) $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 2$, $y = 0$.

Контрольная работа по теме «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка».

1. Решить задачу Коши: $\frac{yy'}{x} + e^y = 0$, $y(1) = 0$. 2. Решить уравнения: а) $xy' \sin \frac{x}{y} + x = y \sin \frac{x}{y}$; б) $y' = y \tan x + \cos x$; в) $y' + y = x\sqrt{y}$; г) $(x + \sin y)dx + (x \cos y + \sin y)dy = 0$.

Контрольная работа по теме «Линейные дифференциальные уравнения».

1. Решить задачу Коши: $y'' + y' - 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.
 2. Решить уравнения: а) $y'' + 12y' + 36y = 0$; б) $4y'' + 9y = 0$.
 3. Решить задачу Коши: $y'' + y' - 2y = 6x^2$, $y(0) = -4$, $y'(0) = -1$.

Вариант билета на экзамене в первом семестре.

1. Первый замечательный предел. Сформулировать и доказать.
 2. Геометрическая интерпретация производной функции $y = f(x)$.
 3. Вычислить производную функции $y = x \cdot \sin x$.
 4. Для функции $z = \ln(x^2 + y^2)$ найти координаты и модуль градиента в точке (1,1), а также производную в этой точке по направлению вектора $\vec{a} = \{\sqrt{3}; 1\}$.

Вариант билета на экзамене во втором семестре.

1. Решить дифференциальное уравнение $y'' + 3y' + 2y = 0$.
 2. Решить дифференциальное уравнение $\sin x dx - y dy = 0$.
 3. Сформулируйте признак Даламбера сходимости знакоположительного ряда. С помощью этого признака исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$.

4. Найти область абсолютной сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^n}$.

5. Решите дифференциальное уравнение: $y'' - 8y' + 25y = 2 \sin 3x$.

6. Решите уравнение $y^{(6)} + y = 0$.

7. Записать первые пять членов степенного ряда, являющегося решением дифференциального уравнения $y'' + xy' + y = 2x$ с начальными условиями $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) Основная литература:

1. Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата : учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 472 с. — (Высшее образование: Бакалаври-

- ат). - ISBN 978-5-16-004467-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072296>
2. Кундышева Е.С. Математика: Учебник для экономистов / Е.С. Кундышева. – 4 изд. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2014 г., -564 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=512127>
 3. Математика : числовые, функциональные ряды, ряды Фурье : учебное пособие / П. В. Макаров, А. Э. Адигамов, Н. В. Семенова, Ф. Л. Дамиан. - Москва : Изд. Дом НИТУ «МИСиС», 2019. - 105 с. - ISBN 978-5-906846-54-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1231412> Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления [Электронный ресурс] / В.К. Романко. - 3-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 344 с. [Http://znanium.com/catalog.php?Bookinfo=538967](http://znanium.com/catalog.php?Bookinfo=538967)
 4. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению [Электронный ресурс] / В.К. Романко [и др.]; под ред. В.К. Романко. - 4-е изд. (эл.). - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 219 с. <http://znanium.com/catalog.php?Bookinfo=538996>
 5. Шабунин, М. И. Математика : пособие для поступающих в вузы / М. И. Шабунин. - 8-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 747 с. - ISBN 978-5-00101-902-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1201316>
- б) дополнительная литература:
1. Гордеева О.В., Лукьянов В.И. Контрольные работы по математическому анализу: функции многих переменных. Практикум. ФЭОР, 1006.15.08.
 2. Фокина В.Н., Кузнецова А.Ю. "Практикум по математическому анализу для студентов финансового факультета". Учебно-методическое пособие. ФЭОР, 496-12-08.
 3. Солдатов М.А., Круглова С.С., Круглов Е.В. Математический анализ. Часть 1. Предел функции. Непрерывность. Учебное пособие. ФЭОР, 448.12.06.
 4. Солдатов М.А., Круглова С.С., Круглов Е.В. Математический анализ. Часть 2. Дифференциальное исчисление функции одного переменного. Учебное пособие. ФЭОР, 449.12.06
 5. Солдатов М.А., Круглова С.С., Круглов Е.В. Математический анализ. Часть 3. Интегральное исчисление функции одного переменного. Учебное пособие. ФЭОР, 470.12.06
 6. Солдатов М.А., Круглова С.С., Круглов Е.В. Математический анализ функций нескольких переменных. Часть 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Учебное пособие. ФЭОР, 792.14.06
 7. Солдатов М.А., Круглова С.С., Круглов Е.В. Математический анализ функций нескольких переменных. Часть 2. Кратные интегралы. Учебное пособие. ФЭОР, 793.14.07
 8. Солдатов М.А., Круглова С.С., Круглов Е.В. Несобственные интегралы и ряды. Часть 1. Интегралы несобственные и зависящие от параметра. Учебное пособие. ФЭОР, 795.14.07

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://www.unn.ru/rus/books/table.html>
2. <http://elibrary.ru/>
3. <http://e.lanbook.com/>
4. <http://www.znanium.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Аудитории, оборудованные посадочными местами, персональным компьютером, ЖК монитор и/или проекционным экраном, проектором, доской.

На компьютере должно быть установлено минимальное ПО: MSWindows, MicrosoftOffice.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит».

Авторы:

_____ **к.ф.-м.н. доцент Круглов Е.В.**
_____ **к.ф.-м.н. доцент Вильданов В.К.**

(кафедра математического моделирования экономических процессов института экономики и предпринимательства ННГУ)

Рецензент:

заведующий кафедрой дифференциальных уравнений, математического и численного анализа
института информационных технологий математики и механики ННГУ, д.ф.-м.н., профессор
_____ **Д.В. Баландин**

Заведующий кафедрой математического моделирования экономических процессов института
экономики и предпринимательства ННГУ им. Н.И. Лобачевского,
д.ф.-м.н., профессор _____ **Ю.А. Кузнецов**

Программа одобрена решением президиума Ученого совета ННГУ протокол №4 от «14»
12 2021г.