

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Балахнинский филиал ННГУ

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Линейная алгебра

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

---

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в управлении производством

---

Форма обучения

очная, очно-заочная

---

г. Балахна

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 Линейная алгебра относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе УК-1.2: Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов	УК-1.1: Знать основные положения матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике  УК-1.2: Уметь применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;  УК-1.3: Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния, и прогноза развития экономических явлений и процессов.	Тест Контрольная работа Задания Доклад	Экзамен: Контрольные вопросы

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная	очно-заочная
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
в том числе		
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>		
- занятия лекционного типа	32	12
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16	8
- КСР	2	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>58</b>	<b>86</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)		в том числе								
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы		
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы		Всего				
	о ф	о з ф	о ф	о з ф	о ф	о з ф	о ф	о з ф	о ф	о з ф	
Тема 1 Матрицы и определители	21	20	5	1	2	1	7	2	14	18	
Тема 2 Системы линейных уравнений	22	22	7	3	4	2	11	5	11	17	
Тема 3 Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	22	22	7	3	4	2	11	5	11	17	
Тема 4 Линейные преобразования и квадратичные формы	22	22	7	3	4	2	11	5	11	17	
Тема 5 Комплексные числа	19	20	6	2	2	1	8	3	11	17	
Аттестация	36	36									
КСР	2	2						2	2		
Итого	144	144	32	12	16	8	50	22	58	86	

#### Содержание разделов и тем дисциплины

##### Тема 1. Матрицы и определители

Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц. Свойства матричных операций. Определитель квадратной матрицы. Свойства перестановок из  $n$  элементов. Десять свойств определителей. Теорема об умножении определителей.

Теорема об обратной матрице. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Ранг матрицы и его свойства. Теорема о базисном миноре.

Вычисление ранга матрицы. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы.

Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований. Использование матриц в решении экономических задач.

## Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия. Экономические примеры систем линейных уравнений. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы. Эквивалентные системы уравнений. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных линейных систем. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение. Точные и итерационные численные методы решения линейных систем. Метод Гаусса и метод Жордано-Гаусса.

## Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

Определение фиксированных и свободных векторов. Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Проекция вектора на ось, свойства проекций. Ортогональный (декартовый) базис. Система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Формула расстояния в координатах. Перенос и поворот системы координат. Формула деления отрезка в заданном отношении. Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения и их применение. Выражение скалярного произведения через декартовы координаты векторов. Направляющие косинусы вектора.

Векторное произведение двух векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Определение площади параллелограмма и площади треугольника с помощью векторного произведения.

Векторно-скалярное (смешанное) произведение трех векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Определение объема параллелепипеда и тетраэдра.

Алгебраические линии 1-го порядка. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов прямой. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Пучок прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения, уравнение в отрезках, векторное и нормальное уравнения. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Общее и векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках и связка плоскостей. Точка пересечения 3-х плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Угол пересечения двух плоскостей, условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Векторно-параметрическое и каноническое уравнение прямой в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей. Угол пересечения прямых. Угол между прямой и плоскостью.

Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Свойства эллипса, гиперболы и параболы. Общее уравнение кривой второго порядка. Определение вида кривой по инвариантам.

Поверхности второго порядка. Вывод уравнения поверхности вращения. Канонические уравнения цилиндров (эллиптического, гиперболического, параболического). Каноническое уравнение конуса. Каноническое уравнение эллиптического параболоида. Канонические уравнения однополостного и двухполостного гиперболоидов. Уравнение гиперболического параболоида. Свойства поверхностей

второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка.

#### Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы

Определение линейного пространства и его простейшие свойства. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Размерность и базис пространства. Изоморфизм пространств. Свойства  $n$ -мерного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Подпространства и их свойства. Подпространства, образованные решениями однородной системы линейных алгебраических уравнений.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Определение евклидова пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Косинус угла между векторами. Ортогональность векторов.

Неравенство треугольника и теорема Пифагора. Ортонормированные системы векторов и их свойства. Метод ортогонализации линейно независимой системы векторов. Орто- нормальный базис. Определение линейного преобразования. Примеры и простейшие свойства линейных преобразований. Матрица линейного преобразования. Действия над линейными преобразованиями. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Подобие матриц.

Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Характеристическое уравнение. Экономическая интерпретация собственных чисел и собственных векторов. Свойства собственных чисел и собственных векторов.

Определение самосопряженного линейного преобразования. Примеры самосопряженных преобразований. Матрица самосопряженного линейного преобразования. Действительность собственных чисел самосопряженного линейного преобразования. Ортогональность собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям самосопряженного линейного преобразования. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного линейного преобразования и алгоритм его построения.

Определение ортогонального линейного преобразования и его геометрический смысл. Критерий ортогональности преобразования. Ортогональная матрица. Необходимое и достаточное условие ортогональности матрицы. Свойства ортогональных матриц. Ортогональность матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому. Сохранение скалярного произведения при ортогональном преобразовании. Собственные значения ортогонального преобразования.

Определение квадратичной формы и ее связь со скалярным произведением. Геометрический смысл квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Определитель Грамма, его геометрический смысл и свойства. Определение положительно определенной квадратичной формы и положительно определенной матрицы. Критерий Сильвестра положительно определенной симметрической матрицы. Критерий Якоби. Треугольное разложение положительно определенной матрицы. Квадратный корень из положительно определенной симметрической матрицы.

#### Тема 5. Комплексные числа

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Основная теорема алгебры. Разложение на множители многочлена с вещественными коэффициентами.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в экзамен, включающий ответы на вопросы по про- грамме дисциплины.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

-, -.

Открытые онлайн-курсы MOOC:

-, -.

Иные учебно-методические материалы:

-

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Вариант 1

1. Установить соответствие между матрицей  $A$  и транспонированной к ней матрицей:

Матрица $A$	Транспонированная матрица $A^T$
1) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	а) $A^T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
	в) $A^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$
	г) $A^T = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

Ответ: 1-г; 2-в

2. Установить соответствие между парой матриц А и В и их произведением  $A \cdot B$ :

Матрицы А и В	Произведение $A \cdot B$
1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$	в) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ: 1-г; 2-а; 3-б; 4-в

3. Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$	а) 7
2) $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$	б) 29
3) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$	в) -1
	г) -14

Ответ: 1-в; 2-а; 3-б

4. Установить соответствие между элементом матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}$  и соответствующим ему алгебраическим дополнением:

Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение
1) $a_{11} = 2$	а) $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$
2) $a_{23} = 3$	б) $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
3) $a_{21} = -1$	в) $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
4) $a_{31} = 1$	г) $\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-в; 2-г; 3-б; 4-а

5. Дана система 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_3 = 6. \end{cases}$$

Установить соответствие между  $\Delta_{x_j}$  и определителями, выписанными из системы, согласно правилу Крамера:

$\Delta_{x_j}$	Определители из системы
1) $\Delta$	а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix}$
2) $\Delta_{x_1}$	б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix}$
3) $\Delta_{x_2}$	в) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$
4) $\Delta_{x_3}$	г) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-в; 2-г; 3-б; 4-а

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$ .

1)  $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  2)  $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$  3)  $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$  4)  $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ .

Ответ: 3

7. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:



1)  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 5$

2)  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5$

3)  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5$

4)  $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 5$

Ответ: 3

### Вариант 2

1. Установить соответствие между матрицей А и транспонированной к ней матрицей:

Матрица А	Транспонированная матрица $A^T$
3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
	в) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
	г) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

Ответ: 1-б; 2-в

2. Установить соответствие между парой матриц А и В и их произведением  $A \cdot B$ :

Матрицы А и В	Произведение $A \cdot B$
1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	в) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ: 1- а; 2 -г; 3-б; 4-в

3. Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$	а) 13
2) $\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$	б) 30

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

Ответ: 3 2 4 1

8. Укажите количество базисных неизвестных системы 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 = 7. \end{cases}$$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 2

9. Дана система линейных уравнений 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + 5x_2 = 6 \end{cases}$$

$x_1, x_2$  - решение системы. Укажите  $x_1 + x_2$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

Ответ: 2

10. Найти значение  $m$ , при котором система 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0, \\ 3x_1 + mx_2 = 0. \end{cases}$$
 имеет бесконечное множество решений.

1) 2 2) 4 3) 6 4) 8.

Ответ: 3

Укажите количество свободных неизвестных системы 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 7. \end{cases}$$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 3

12. Укажите решение, соответствующее системе 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

1) (0;1;1) 2) (1;0;1) 3) (1;1;0) 4) (1;1;1)

Ответ: 3

13. Укажите характеристическое уравнение, соответствующее матрице  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ :

1)  $\lambda^2 + 10\lambda + 21 = 0$ ; 2)  $\lambda^2 - 10\lambda + 21 = 0$ ; 3)  $\lambda^2 - 10\lambda + 29 = 0$ ; 4)  $\lambda^2 + 10\lambda + 29 = 0$

Ответ: 2

14. Найдите собственные числа матрицы 
$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

3) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$	в) -1
	г) 10

Ответ: 1-г; 2-а; 3-б

4. Установить соответствие между элементом матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -6 & 4 & 5 \\ 7 & 7 & 6 \end{pmatrix}$  и соответствующим

ему алгебраическим дополнением:

Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение
1) $a_{11} = 3$	а) $+\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$
2) $a_{23} = 5$	б) $-\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
3) $a_{21} = -6$	в) $+\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
4) $a_{31} = 7$	г) $-\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 7 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-в; 2-г; 3-б; 4-а

5. Дана система  $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 = 3. \end{cases}$

Установить соответствие между  $\Delta_{x_j}$  и определителями, выписанными из системы, согласно

правилу Крамера:

$\Delta_{x_j}$	Определители из системы
1) $\Delta$	а) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
2) $\Delta_{x_1}$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
3) $\Delta_{x_2}$	в) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$
4) $\Delta_{x_3}$	г) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-б; 2-а; 3-г; 4-в

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице.  $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$
- 2)  $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  2)  $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$  3)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$  4)  $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ .

Ответ: 3

7. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:

1)  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 0 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$  2)  $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -7 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$  3)  $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$  4)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ: 4 2 3 1

8. Укажите количество базисных неизвестных системы  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 3, \\ 4x_1 + 8x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 4. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 2

9. Дана система линейных уравнений  $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 2, \\ x_1 + 7x_2 = 1 \end{cases}$

$x_1, x_2$  - решение системы. Укажите  $x_1 + x_2$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

Ответ: 1

10. Найти значение  $m$ , при котором система  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 0, \\ 2x_1 + mx_2 = 0. \end{cases}$  имеет бесконечное множество решений.

2) 2 2) 4 3) 6 4) 8.

Ответ: 3

11. Укажите количество свободных неизвестных системы  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 7. \end{cases}$

2) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 3

12. Укажите решение, соответствующее системе  $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -1. \end{cases}$

2) (0;1;1) 2) (1;0;1) 3) (1;1;0) 4) (1;1;1)

Ответ: 4

13. Укажите характеристическое уравнение, соответствующее матрице  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ :



2)  $\lambda^2 + 6\lambda + 5 = 0$ ; 2)  $\lambda^2 - 6\lambda + 5 = 0$ ; 3)  $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ ; 4)  $\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$

Ответ: 2

14. Найдите собственные числа матрицы  $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

2)  $\lambda_1 = 2$ ,  $\lambda_2 = 2$ ,  $\lambda_3 = 7$

2)  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 5$

3)  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 7$

4)  $\lambda_1 = -2$ ,  $\lambda_2 = -2$ ,  $\lambda_3 = 5$

Ответ: 3

## Вариант 1

### Основы векторной алгебры

1. Найти  $2\vec{a} - \vec{b}$ , если  $\vec{a} = \{3; 2\}$  и  $\vec{b} = \{3; 1\}$

А)  $\{4; 2\}$ ; Б)  $\{-2; -2\}$ ; В)  $\{3; 3\}$ ; Г)  $\{4; 6\}$

2. При каком значении векторы  $\vec{a} = \{2; 4\}$  и  $\vec{b} = \{5; m\}$  будут коллинеарны?

А) 3; Б) 4; В) 6; Г) 10

3. При каком значении векторы  $\vec{a} = \{1; 3\}$  и  $\vec{b} = \{6; m\}$  будут ортогональны?

А) -2; Б) 0; В) 2; Г) 5

4. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = \{1; 0; 3\}$  и  $\vec{b} = \{2; 6; 1\}$

А) -2; Б) 2; В) 5; Г) 7

5. Вычислить площадь параллелограмма построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,

$|\vec{b}| = 6$ , угол между векторами  $\frac{\pi}{6}$

А) 1; Б) 2; В) 4; Г) 6

### Основы аналитической геометрии на плоскости

6. Даны точки А(3;5) и В(6;9). Найти расстояние между АВ.

А) 3; Б) 5; В) 6; Г) 7

7. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(3;2) и В(5;7).

А)  $5x - 2y - 11 = 0$ ; Б)  $2x - 5y + 3 = 0$ ; В)  $2x - 5y + 4 = 0$ ; Г)  $5x - 2y + 11 = 0$

8. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(2;1) параллельно прямой  $2x - 5y + 3 = 0$

А)  $2x + 5y + 3 = 0$ ; Б)  $2x - y + 11 = 0$ ; В)  $2x - 5y + 1 = 0$ ; Г)  $x - 2y + 1 = 0$

9. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(4;1) перпендикулярно прямой  $2x + y + 3 = 0$

А)  $2x - y + 3 = 0$ ; Б)  $x - 2y - 2 = 0$ ; В)  $2x - y + 1 = 0$ ; Г)  $x - 2y + 2 = 0$

10. Дана прямая  $x + y - 3 = 0$ . Найти точку пересечения этой прямой с осью Ох.

А) (0;0); Б) (0;3); В) (3;0); Г) (3;3)

## Вариант 2

### Основы векторной алгебры

1. Найти  $\vec{a} - 2\vec{b}$ , если  $\vec{a} = \{1; 2\}$  и  $\vec{b} = \{3; 4\}$   
А) (7;10); Б) (-2;-2); В) (4;6); Г) (-5; -6)
2. При каком значении векторы  $\vec{a} = \{1; 2\}$  и  $\vec{b} = \{3; m\}$  будут коллинеарны?  
А) 4; Б) 6; В) 0; Г) 3
3. При каком значении векторы  $\vec{a} = \{1; 5\}$  и  $\vec{b} = \{10; m\}$  будут ортогональны?  
А) 5; Б) 2; В) -2; Г) 0
4. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = \{1; 5; 1\}$  и  $\vec{b} = \{2; 1; 0\}$   
А) 7; Б) 2; В) -2; Г) 0
5. Вычислить площадь параллелограмма построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ , угол между векторами  $\frac{\pi}{6}$   
А) 7; Б) 2; В) 3; Г) 6

### Основы аналитической геометрии на плоскости

6. Даны точки А(2;3) и В(5;7). Найти расстояние между АВ.  
А) 7; Б) 5; В) 3; Г) 6
7. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(1;3) и В(5;4).  
А)  $2x - y + 3 = 0$ ; Б)  $x - 3y + 11 = 0$ ; В)  $x - 5y + 4 = 0$ ; Г)  $x - 4y + 11 = 0$
8. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(1;3) параллельно прямой  $2x - y + 3 = 0$   
А)  $2x - y + 3 = 0$ ; Б)  $2x - y + 11 = 0$ ; В)  $2x - y + 1 = 0$ ; Г)  $x - 2y + 1 = 0$
9. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(2;1) перпендикулярно прямой  $2x + 3y + 3 = 0$   
А)  $2x - y + 3 = 0$ ; Б)  $2x + 3y + 2 = 0$ ; В)  $2x - y + 1 = 0$ ; Г)  $3x - 2y - 4 = 0$
10. Дана прямая  $x + y - 5 = 0$ . Найти точку пересечения этой прямой с осью Ох.  
А) (5;0); Б) (0;5); В) (0;0); Г) (5; 5)

### Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы
не	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	компетенций не сформирована на уровне «плохо»

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

#### Требования к контрольной работе:

- контрольную набирают в Word или другом текстовом редакторе с аналогичным функцио-налом;
- при наборе нужно использовать шрифт Times New Roman;
- интервал между строк – полуторный;
- размер шрифта – 14;
- текст выравнивается по ширине;
- в тексте делают красные строки с отступом в 12,5 мм;
- нижнее и верхнее поля страницы должны иметь отступ в 20 мм;
- слева отступ составляет 30 мм, справа – 15 мм;
- контрольная всегда нумеруется с первого листа, но на титульном листе номер не ставят;
- номер страницы в работе всегда выставляется в верхнем правом углу;
- заголовки работы оформляются жирным шрифтом;
- в конце заголовков точка не предусмотрена;
- заголовки набираются прописными буквами;
- все пункты и разделы в работе должны быть пронумерованы арабскими цифрами;
- названия разделов размещаются посередине строки, подразделы – с левого края;
- работа распечатывается в принтере на листах А4;
- текст должен располагаться только на одной стороне листа.

Работа имеет такую структуру:

1. Титульный лист;
2. Оглавление и введение;
3. Основной текст контрольной;
4. Заключительная часть работы;
5. Перечень использованной литературы и источников;
6. Дополнения и приложения.

Темы контрольных работ

1. Приведите примеры экономических задач, в которых используются системы линейных уравнений и неравенств?
2. Каков экономический смысл собственных чисел и собственных векторов?
3. Как записывается матрица квадратичной формы?
4. Как вводится определитель Грамма и каковы его свойства?
5. Как преобразовать квадратичную форму к каноническому виду?
6. Что такое положительно определенная квадратичная форма?
7. Какими свойствами обладает положительно определенная матрица?
8. Приведите критерии положительной определенности матриц.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	-
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	-
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	-

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Даны векторы  $\vec{a} = (-2; 3; 1)$  и  $\vec{b} = (1; 0; 2)$ . Найдите  $2\vec{a} + 3\vec{b}$ .
2. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если  $A(1; 3; 2)$  и  $B(5; 8; 3)$ .
3. Найдите длину вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если  $A(2; -4; 0)$  и  $B(9; 1; \sqrt{7})$ :
4. Найдите скалярное произведение  $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$
5. Даны векторы  $\vec{a} = (1; 3; -2)$  и  $\vec{b} = (-1; m; 4)$ . При каком значении числа  $m$   $\vec{a} \perp \vec{b}$
6. Упростите выражение  $2\vec{i} \cdot (3\vec{j} - 4\vec{k} - 5\vec{i})$
7. Найдите угол  $A$  треугольника с вершинами  $A(-1; 3; 2)$ ,  $B(3; 5; -2)$  и  $C(3; 3; -1)$ .
8. Даны векторы  $\vec{a} = (4; -2; -6)$  и  $\vec{b} = (-3; 4; -12)$ . Найдите  $\text{Pr}_{\vec{b}} \vec{a}$
9. Найдите  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$
10. Найдите  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ , если  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 10$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$



11. Упростите выражение

$$\bar{i} \times (\bar{j} + \bar{k}) - \bar{j} \times (\bar{i} + \bar{k}) + \bar{k} \times (\bar{i} + \bar{j} + \bar{k})$$

12. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\bar{a} = 6\bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k}$  и  $\bar{b} = 3\bar{i} - 2\bar{j} + 6\bar{k}$

13. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\bar{a} + 3\bar{b}$  и  $3\bar{a} + \bar{b}$ , если  $|\bar{a}| = |\bar{b}| = 1$ ,  $(\bar{a}, \bar{b}) = 30^\circ$ .

14. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\bar{a} = 2\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ ,  $\bar{b} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 3\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$

15. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(-1; 2)$  перпендикулярно вектору  $\bar{n} = \{2; -1\}$ .

16. При каком  $\alpha$  прямые  $x + 4y = 7$  и  $\alpha x + y = 15$  параллельны?

17. Написать уравнение прямой, перпендикулярной прямой  $3x - 4y = 6$  и проходящей через начало координат.

18. Найти расстояние от точки  $M_0(2; -3)$  до прямой  $5x + 12y - 13 = 0$ .

19. Даны вершины треугольника  $A(0; 1)$ ,  $B(2; 6)$  и  $C(-1; 2)$ . Написать уравнение высоты, опущенной из вершины  $C$  на сторону  $AB$ .

20. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M(3; 2; -1)$  перпендикулярно плоскости  $3x - 4y + z - 2 = 0$ .

21. При каком  $\alpha$  и  $\beta$  прямая  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{\beta} = \frac{z}{2}$  перпендикулярна плоскости  $\alpha x + 2y + 4z - 4 = 0$ ?  
 Ответ:  $\alpha = 4, \beta = 1$

22. Найти точку пересечения прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z - 2$  и плоскости  $2x - 3y + 7z - 5 = 0$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	-
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	-
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	-

#### **5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Доклад) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

1. Использование матриц в решении экономических задач.
2. Экономические примеры систем линейных уравнений.
3. Поверхности второго порядка. Вывод уравнения поверхности вращения.
4. Канонические уравнения цилиндров.
5. Каноническое уравнение конуса.
6. Каноническое уравнение эллиптического параболоида.
7. Каноническое уравнение однополостного и двухполостного гиперболоидов. Уравнение гиперболического параболоида.
8. Свойства поверхностей второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка
9. Экономическая интерпретация собственных чисел и собственных векторов.
10. Квадратичные формы.
11. Определитель Грама, его геометрический смысл и свойства. Определение положительно определенной квадратичной формы и положительно определенной матрицы.
12. Критерий Сильвестра положительно определенной матрицы.
- 13 Критерии Якоби. Треугольное расположение положительно определенной матрицы. Квадратный корень из положительно определенной симметрической матрицы.
14. Комплексные числа.

## Критерии оценивания (оценочное средство - Доклад)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие	При решении	Имеется	Продemonс	Продemonс	Продemonс	Продemonс

	базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	трированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	трированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	трированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	ирован творческий подход к решению нестандартных задач
--	---	---	---	--	---	---	--

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

##### Тема 1. Матрицы и определители

1. Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц.
2. Свойства матричных операций.
3. Перестановки из  $n$  элементов и транспозиции.
4. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Теорема об умножении определителей.

5. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице.
6. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы.
7. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.
8. Ранг матрицы и его свойства. Вычисление ранга матрицы.
9. Теорема о базисном миноре.
10. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований.

## Тема 2. Системы линейных уравнений

11. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы.
12. Теорема Кронекера-Капелли.
13. Решение невырожденных линейных систем квадратной матрицей. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера.
14. Решение произвольных линейных систем. Метод Гаусса.
15. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение.
16. Общее решение неоднородной системы.

## Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

17. Векторная алгебра. Основные понятия.
18. Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций.
19. Проекция вектора на ось, свойства проекций.
20. Ортогональный (декартовый) базис. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты точки.
21. Координаты вектора. Система координат на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками в координатах.
22. Условие коллинеарности векторов. Формула деления отрезка в заданном отношении.
23. Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения и их применение.
24. Выражение скалярного произведения через декартовы координаты векторов. Направляющие косинусы вектора.

25. Векторное произведение двух векторов и его свойства.
26. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Определение площади параллелограмма и площади треугольника с помощью векторного произведения.
27. Векторно-скалярное (смешанное) произведение трех векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Определение объема параллелепипеда и тетраэдра.
28. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства линейной независимости векторов
29. Ранг и базис системы векторов.
30. Плоскость. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
31. Различные виды уравнений плоскости.
32. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве.
33. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
34. Взаимное расположение прямой и плоскости.
35. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
36. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
37. Изображение на плоскости множества решений системы линейных неравенств.
38. Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Свойства эллипса, гиперболы и параболы.
39. Общее уравнение кривой второго порядка. Теорема о классификации кривых второго порядка.
40. Поверхности второго порядка. Теорема о классификации квадрик.
41. Преобразование декартовых прямоугольных систем координат.
- Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы
42. Определение линейного пространства и его простейшие свойства.
43. Линейная зависимость и независимость систем векторов.
44. Размерность и базис пространства.
45. Подпространства и их свойства.

46. Преобразование координат при переходе к новому базису.
47. Евклидовы пространства Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Косинус угла между векторами. Ортогональность векторов. Неравенство треугольника и теорема Пифагора.
48. Ортонормированные системы векторов и их свойства. Метод ортогонализации линейно независимой системы векторов.
49. Определение линейного преобразования. Примеры и простейшие свойства линейных преобразований.
50. Матрица линейного преобразования. Действия над линейными преобразованиями. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Подобие матриц.
51. Собственные числа и собственные векторы матрицы. Характеристическое уравнение. Свойства собственных чисел.
52. Свойства собственных векторов.
53. Определение квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.
54. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
55. Линейная модель обмена (модель международной торговли).
56. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	-
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	-
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	-

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Рудык Борис Михайлович. Линейная алгебра : Учебное пособие / Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова. - 1. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2023. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-16-004533-7. - ISBN 978-5-16-101538-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=875729&idb=0>.
2. Борताковский Александр Сергеевич. Линейная алгебра в примерах и задачах : Учебное пособие / Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). - 3. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2023. - 592 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-16-010586-4. - ISBN 978-5-16-102613-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=875731&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Линейная алгебра : Учебное пособие для СПО / А. С. Кощеев, М. А. Медведева, О. И. Никонов; ред. Л. Д. Попова. - Линейная алгебра. - Саратов, Екатеринбург : Профобразование, Уральский федеральный университет, 2019. - 108 с. - Книга находится в премиум-версии платформы «Русский как иностранный». - Гарантированный срок размещения на платформе до 11.09.2029 (автопродлонгация). - ISBN 978-5-4488-0453-3, 978-5-7996-2901-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=852492&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

Операционная система Microsoft Windows

Пакет прикладных программ Microsoft Office

Правовая система «Консультант плюс»

Браузер Google Chrome

Научная электронная библиотека: [https://elibrary.ru/project\\_risc.asp](https://elibrary.ru/project_risc.asp)

Российская национальная библиотека: <http://nlr.ru/>

Национальная платформа открытого образования: <https://openedu.ru/>



Общероссийский математический портал (информационная система): <http://www.mathnet.ru/>  
ЭБС «Юрайт». Режим доступа: <http://biblio-online.ru>  
ЭБС «Консультант студента». Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru>  
ЭБС «Лань». Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>  
ЭБС «Znaniium.com». Режим доступа: [www.znaniium.com](http://www.znaniium.com)  
База книг и публикаций Электронной библиотеки «Наука и Техника»: <http://www.n-t.ru>  
База данных zbMath: <https://zbmath.org/> (англ)  
Научная электронная библиотека: [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)  
База данных ВИНТИ РАН: <http://www.viniti.ru/>  
База данных рецензируемой литературы Scopus: <https://www.scopus.com>  
База данных Web of Science: <https://apps.webofknowledge.com>  
ГАРАНТ. Информационно-правовой-портал: <http://www.garant.ru/>  
Правовая система «Консультант плюс»

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Богатырева Анна Валерьевна, кандидат технических наук.

Заведующий кафедрой: Белянин Игорь Владимирович, кандидат технических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 12.01.24, протокол № 5.