

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

Программа утверждена решением президиума
Ученого совета ННГУ
протокол от «14» декабря 2021г. № 4.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
03.03.02 – Физика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная физика

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.06.01 «Математический анализ» относится к обязательной части ООП направления подготовки 03.03.02 Физика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	Знать основные понятия, теоремы и методы дифференциального, интегрального исчисления и теории числовых и функциональных рядов, рядов степенных и Фурье. Уметь работать с пределами последовательностей и функций, исследовать функции на непрерывность и дифференцируемость, строить графики функций, вычислять интегралы определенных типов, исследовать характер сходимости функциональных рядов, раскладывать функции в степенные ряды и ряды Фурье. Владеть навыками решения задач, основанных на полученных в ходе освоения дисциплины знаниях.	Собеседование и задачи (практические задания)

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость	13
Часов по учебному плану	468
в том числе	

аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	144
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	128
- КСР	4
самостоятельная работа	120
Промежуточная аттестация	72 экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	очная	Очная	Очная	очная	очная	очная
Тема 1. Введение	24	4	10	0	14	10
Тема 2. Числовые последовательности	36	14	10	0	24	12
Тема 3. Предел и непрерывность функции одного переменного	40	16	10	0	26	14
Тема 4. Дифференцируемость функции одной переменной. Приложения дифференциального исчисления.	40	16	10	0	26	14
Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной.	42	16	12	0	28	14
Тема 6. Приложения интегрального исчисления.	40	14	12	0	26	14
Тема 7. Функции многих переменных	62	24	24	0	48	14
Тема 8. Ряды	54	20	20	0	40	14
Тема 9. Ряды Фурье	54	20	20	0	40	14
Аттестация	72					
КСР	4				4	
Итого	468	144	128	0	276	120

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает:

Разбор решения задач различной степени сложности, проведение обсуждения рассматриваемых проблем в свете последних научных достижений в соответствующей области знаний. Студенты работают как индивидуально, так и коллективно.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 16 ч.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:

Применение знаний и умений при решении научно-исследовательских задач профессиональной деятельности

- компетенций:

ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках: занятий семинарского типа, групповых консультаций, индивидуальных консультаций.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	Хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического	Уровень знаний ниже минимальных	Минимально допустимый уровень знаний.	Уровень знаний в объеме, соответствующем	Уровень знаний в объеме, соответствующем	Уровень знаний в объеме, соответствующем	Уровень знаний в объеме, превышающем

	материала. Невозможн ость оценить полноту знаний вследствие отказа обучающег ося от ответа	требований. Имели место грубые ошибки.	Допущено много негрубых ошибки.	программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	программе подготовки. Допущено несколько несущественн ых ошибок	программе подготовки, без ошибок.	программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальн ых умений . Невозможн ость оценить наличие умений вследствие отказа обучающег ося от ответа	При решении стандартны х задач не продемонст рированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонст рированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстр ированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстр ированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонст рированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несуществе нными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонст рированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом . Невозможн ость оценить наличие навыков вследствие отказа обучающег ося от ответа	При решении стандартны х задач не продемонст рированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минималъ ный набор навыков для решения стандартны х задач с некоторыми недочетами	Продемонстр ированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстр ированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонст рированы навыки при решении нестандартн ых задач без ошибок и недочетов.	Продемонст рирован творческий подход к решению нестандартн ых задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой

зачтено	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

(согласно оценочным средствам табл.2)

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код формируемой компетенции
1) Аксиоматика множества действительных чисел.	ОПК-1
2) Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.	ОПК-1
3) Бесконечно малые последовательности.	ОПК-1
4) Теоремы о пределах последовательностей.	ОПК-1
5) Лемма Кантора о вложенных отрезках.	ОПК-1
6) Лемма Больцано – Вейерштрасса об ограниченных последовательностях.	ОПК-1
7) Последовательности: частичные пределы.	ОПК-1
8) Критерий Коши сходимости последовательностей.	ОПК-1
9) Лемма Гейне-Бореля.	ОПК-1
10) Критерий Коши существования предела.	ОПК-1
11) Теорема о пределах функций.	ОПК-1
12) Бесконечно малые функции: свойства, сравнение, шкала бесконечно малых.	ОПК-1
13) Пределы монотонных функций.	ОПК-1
14) Замечательные пределы.	ОПК-1
15) Функции непрерывные в точке и их свойства.	ОПК-1
16) Первая и вторая теоремы Больцано – Коши для непрерывных функций.	ОПК-1
17) Первая и вторая теоремы Вейерштрасса для непрерывных функций.	ОПК-1
18) Производная: формула приращения функции. Связь с непрерывностью.	ОПК-1

19) Существование и непрерывность обратной функции.	ОПК-1
20) Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.	ОПК-1
21) Дифференциал функции: геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала и непрерывность формы второго дифференциала.	ОПК-1
22) Формы остаточного члена формулы Тейлора.	ОПК-1
23) Теорема Ферма, Роля и Лагранжа.	ОПК-1
24) Производные первого и второго порядка от сложных функций, обратных, заданных параметрически.	ОПК-1
25) Теорема Дарбу для дифференцируемых функций. Теорема Коши.	ОПК-1
26) Экстремумы функции: необходимые и достаточные условия.	ОПК-1
27) Выпуклость функции. Точки перегиба.	ОПК-1
28) Подстановки Эйлера при вычислении неопределенных интегралов.	ОПК-1
29) Интегрирование рациональных выражений.	ОПК-1
30) Признаки Абеля – Дирихле сходимости несобственных интегралов.	ОПК-1
31) Суммы Дарбу и их свойства. Теорема Дарбу.	ОПК-1
32) Интегрирование дифференциального бинома.	ОПК-1
33) Интегрируемость различного класса функций.	ОПК-1
34) Методы вычисления определенных интегралов.	ОПК-1
35) Неопределенный интеграл: свойства и методы вычисления.	ОПК-1
36) Элементарные свойства определенных интегралов.	ОПК-1
37) Теорема о среднем значении.	ОПК-1
38) Интеграл как функция верхнего предела.	ОПК-1
39) Формула длины дуги. Площадь поверхности вращения.	ОПК-1
40) Площадь плоской фигуры.	ОПК-1
41) Площадь области, ограниченной контуром Жордана.	ОПК-1
42) Объем тела.	ОПК-1
43) Необходимые и достаточные условия интегрируемости.	ОПК-1
44) Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость.	ОПК-1
45) Метрические пространства. Пределы последовательности точек в них.	ОПК-1
46) Свойства сходящихся последовательностей в метрических пространствах.	ОПК-1
47) Предел функции нескольких переменных. (Предел, предел по множеству, повторные пределы.)	ОПК-1
48) Непрерывность функции нескольких переменных. Определение, свойства.	ОПК-1
49) Частные производные и дифференцируемость функции. Формула Лагранжа.	ОПК-1
50) Дифференцируемость функции двух переменных и существование касательной плоскости.	ОПК-1
51) Формула Тейлора для функции многих переменных.	ОПК-1
52) Существование и непрерывность неявной функции.	ОПК-1
53) Экстремумы функций n переменных.	ОПК-1
54) Условный экстремум.	ОПК-1
55) Числовые ряды: общие понятия, критерий Коши. Формула Коши-	ОПК-1

Адамара для радиуса сходимости.	
56) Несобственные интегралы, зависящие от параметра; их свойства.	ОПК-1
57) Собственные интегралы, зависящие от параметра; свойства.	ОПК-1
58) Знакопостоянные ряды: основная теорема сходимости, принципы сравнения.	ОПК-1
59) Интегральный признак Коши - Маклорена.	ОПК-1
60) Признаки сходимости Коши и Деламбера.	ОПК-1
61) Признак сходимости Раабе.	ОПК-1
62) Абсолютная сходимость рядов.	ОПК-1
63) Теорема Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов. Признаки Абеля и Дирихле.	ОПК-1
64) Ассоциативность рядов.	ОПК-1
65) Признак эквивалентности для знакопостоянных и знакопеременных рядов.	ОПК-1
66) Коммутативность рядов. Теорема Римана.	ОПК-1
67) Умножение рядов.	ОПК-1
68) Бесконечные произведения.	ОПК-1
69) Теорема Куммера.	ОПК-1
70) Операции над степенными рядами.	ОПК-1
71) Разложение функций в степенные ряды.	ОПК-1
72) Характер сходимости степенных рядов.	ОПК-1
73) Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.	ОПК-1
74) Полнота основной тригонометрической системы.	ОПК-1
75) Свойства суммы равномерно сходящихся рядов.	ОПК-1
76) Аналитические функции и их свойства.	ОПК-1
77) Равномерная сходимость функциональных последовательностей.	ОПК-1
78) Степенные ряды. 1-ая теорема Абеля. Область сходимости.	ОПК-1
79) Гамма-функция. Свойства, график.	ОПК-1
80) Интеграл Фурье.	ОПК-1
81) Теоремы о малости коэффициентов Фурье.	ОПК-1
82) Интегрируемость рядов Фурье.	ОПК-1
83) Равномерная сходимость ряда Фурье.	ОПК-1
84) Теорема Дирихле о сходимости ряда Фурье.	ОПК-1
85) Ряды Фурье в комплексной форме.	ОПК-1
86) Ряды Фурье по системе ортогональных функций, тригонометрические ряды Фурье.	ОПК-1
87) Дифференцируемость рядов Фурье.	ОПК-1
88) Преобразование Фурье. Sin- и cos- преобразования.	ОПК-1
89) Характеристическое свойство рядов Фурье.	ОПК-1
90) Неравенство Бесселя для рядов Фурье.	ОПК-1

5.2.2 Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

Типовые задания для оценки сформированности компетенций ОПК-1:

Задача 1 Тело массой m_0 кг падает с высоты H м и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности k кг/сек. Считая, что

начальная скорость равна нулю, ускорение $g = 10 \text{ м/сек}^2$, и пренебрегая сопротивлением воздуха, найти кинетическую энергию тела.

Задача 2 Найти производную от $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin 1/x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

Задача 3 При каких коэффициентах A и B справедлива при $x \rightarrow 0$ асимптотическая формула: $\operatorname{ctg} x = \frac{1+Ax^2}{x+Bx^3} + O(x^5)$

Задача 4

На какой высоте над центром круглого стола нужно поместить лампу, чтобы освещенность края была максимальной.

Задача 5

Сечение заполненного водой канала – равнобедренная трапеция. При каком наклоне φ боков «мокрый периметр» будет наименьшим, если площадь «живого сечения» воды в канале S , а уровень воды h .

Задача 6

Определить работу, совершенную при подъеме спутника с поверхности Земли на высоту H км. Масса спутника m тонн. Радиус Земли R км. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли считать равным 10 м/сек^2 .

Задача 7 Найти область определения и исследовать на непрерывность функцию:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x + (-1)^n n}{x^2 + n^2}$$

Задача 8 Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \alpha x \operatorname{arctg} \beta x}{x^2} dx$$

Задача 9 Показать, что функция $f(x, y)$ имеет бесконечное множество максимумов и ни одного минимума:

$$f(x, y) = (1 + e^y) \cos x - ye^y$$

Задача 10 Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \pi n/4}{n^p + \sin \pi n/4}$$

Задача 11 Разложить в ряд Фурье функцию:

$$f(x) = \frac{q \sin x}{1 - 2q \cos x + q^2}, \quad \text{где } |q| < 1$$

Задача 12 Найти треугольник данного периметра $2p$, который вращением вокруг одной из своих сторон образует тело наибольшего объема.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

- 1) Ильин В.А., Садовничий В.А., Сенцов Б.Х. Математический анализ. Т. 1 М., МГУ. 1985 - 660 с. – 124 экз.; ч. 2. М., МГУ 1987. - 353 с. – 232 экз.
- 2) Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Высш. шк. т.1, 1988. - 712 с. – 378 экз.; т. 2. 1981. - 584 с. – 125 экз.
- 3) Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. М., Наука, 1984, - 592 с. – 132 экз.
- 4) Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. СПб.: МИФРИЛ, 1995. - 489 с. – 270 экз.

б) дополнительная литература:

- 1) Математический анализ. Краткий курс [Электронный ресурс] : Учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Асланов Р.М., Ли О.В., Мурадов Т.Р. - М. : Прометей, 2014. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785990588653.html>
- 2) Основы математического анализа. В 2-х ч. Часть I [Электронный ресурс] : Учеб. для вузов / Ильин В.А., Позняк Э.Г. - 7-е изд., стер. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109024.html>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

- 1) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека EqWorld
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории.

Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ по направлению 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): М.И. Малкин, О.С. Костромина

Заведующий кафедрой:

Программа одобрена на заседании методической комиссии
ВШОПФ от 30.06.2021, протокол № 3.