

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал ННГУ - Факультет естественных и математических наук

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Геометрия

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

---

Направленность образовательной программы  
Математика и физика

---

Форма обучения  
очная

---

г. Арзамас

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.07.03 Геометрия относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач. ИУК-1.2: Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к профессиональной области. ИУК-1.3: Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач.	ИУК-1.1: Знать принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач в области геометрии  ИУК-1.2: Уметь Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к различным разделам геометрии  ИУК-1.3: Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач различных разделов геометрии	Тест Практическое задание	Экзамен: Контрольные вопросы  Зачёт: Контрольные вопросы
ПКР-4: Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о	ИПКР-4.1: Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов,	ИПКР-4.1: Знать основные понятия, базовые идеи и строгие доказательства фактов	Тест Практическое задание	Экзамен: Контрольные вопросы

<p>сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области</p>	<p>базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/ образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач.</p> <p>ИПКР-4.2: Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний.</p> <p>ИПКР-4.3: Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.</p>	<p>векторной алгебры и аналитической геометрии, проективной, дифференциальной и конструктивной геометрии; основные математические структуры и аксиоматический метод; а также содержание и основные этапы развития геометрической науки, взаимосвязь между различными разделами высшей геометрии и другими математическими дисциплинами, место изучаемого в учебной дисциплине материала в структуре и содержании школьного курса геометрии.</p> <p>ИПКР-4.2:</p> <p>Уметь анализировать и применять теоретические знания к решению задач по векторной алгебре и аналитической геометрии, проективной, дифференциальной и конструктивной геометрии; применять идеи и методы курса высшей геометрии при доказательстве теорем и решении задач школьного курса математики; реализовывать методы геометрических рассуждений на основе общих методов научного исследования.</p> <p>ИПКР-4.3:</p> <p>приемами аналитико-синтетической деятельности при доказательстве теорем и решении задач по классическим разделам высшей геометрии; приемами логического и алгоритмического мышления.</p>		<p>Зачёт: Контрольные вопросы</p>
---	---	---	--	---------------------------------------

### 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>14</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>504</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	132
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	96
- КСР	7
<b>самостоятельная работа</b>	<b>143</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>126</b> <b>Экзамен, Зачёт</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0
Тема 1. Элементы векторной алгебры. Метод координат на плоскости и в пространстве.	28	10	8	18	10
Тема 2. Преобразования плоскости и их приложения к решению задач.	24	8	6	14	10
Тема 3. Линии первого и второго порядка на плоскости. Поверхности первого и второго порядка в пространстве.	28	10	8	18	10
Тема 4. Аффинное и евклидово n-мерные пространства. Квадратичные формы и квадрики.	26	10	6	16	10
Тема 5. Основные факты проективной геометрии.	28	10	8	18	10
Тема 6. Проективная теория линий второго порядка.	26	10	6	16	10
Тема 7. Геометрические построения на плоскости.	28	10	8	18	10
Тема 8. Методы изображений.	26	10	6	16	10
Тема 9. Общие вопросы аксиоматики. Обоснование евклидовой геометрии.	26	10	6	16	10
Тема 10. Исторический обзор обоснования геометрии.	25	8	6	14	11
Тема 11. Теория измерения величин.	25	8	6	14	11
Тема 12. Элементы топологии.	25	8	6	14	11
Тема 13. Дифференциальная геометрия. Линии в евклидовом пространстве.	28	10	8	18	10
Тема 14. Дифференциальная геометрия. Поверхности в евклидовом пространстве.	28	10	8	18	10

Аттестация	126				
КСР	7			7	
Итого	504	132	96	235	143

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Элементы векторной алгебры. Метод координат на плоскости и в пространстве.

Векторные пространства. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора в данном базисе и их свойства. Аффинная и прямоугольная системы координат. Полярная система координат. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное и смешанное произведение векторов, их свойства.

Тема 2. Преобразования плоскости и их приложения к решению задач.

Движения и их свойства. Подобия. Гомотетия. Аффинные преобразования. Преобразование систем координат.

Тема 3. Линии первого и второго порядка на плоскости. Поверхности первого и второго порядка в пространстве.

Различные виды уравнений прямой. Прямая как линия первого порядка на плоскости.

Эллипс. Гипербола. Парабола. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Классификация ЛВП.

Различные виды уравнений плоскости. Задачи на плоскость. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Изучение поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям.

Тема 4. Аффинное и евклидово  $n$ -мерные пространства. Квадратичные формы и квадратики.

Аксиомы Вейля  $n$ -мерного аффинного пространства. Аффинная система координат. Определение  $k$ -мерных плоскостей. Взаимное расположение двух плоскостей. Аксиомы  $n$ -мерного евклидова пространства. Расстояние между двумя точками, угол между векторами. Ортонормированные системы координат и их преобразование.

Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции.

Положительно определенные формы. Собственные векторы и собственные значения квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования. Классификация квадратов в трехмерном евклидовом пространстве.

Тема 5. Основные факты проективной геометрии.

Аксиомы проективного пространства. Модели проективной прямой и проективной плоскости.

Проективные координаты. Принцип двойственности. Теорема Дезарга. Проективные преобразования. Коллинеации, их аналитическое выражение и свойства. Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии.

Двойное отношение и его свойства. Полный четырехвершинник. Гармонические четверки точек и прямых, их построение и применение к решению задач.

Тема 6. Проективная теория линий второго порядка.

Линии второго порядка на проективной плоскости. Полус и полара, их свойства.

Конструктивные теоремы, их приложения к решению задач школьного курса геометрии.

Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой. Евклидова геометрия с проективной точки зрения.

Тема 7. Геометрические построения на плоскости.

Система аксиом построений с помощью циркуля и линейки. Схема решения задачи на построение.

Основные задачи на построение в школьном курсе геометрии. Метод пересечений. Метод преобразований. Алгебраический метод решения задач на построение. Примеры классических задач на построение, не разрешимых циркулем и линейкой. Понятие о решении задач на построение иными средствами.

Тема 8. Методы изображений.

Параллельное проектирование. Изображение плоских и пространственных фигур в параллельной проекции. Аксонометрия. Теорема Польке-Шварца. Изображение точек, прямых и плоскостей. Позиционные задачи, полные и неполные изображения. Метрические задачи, метрически определенные изображения. Понятие о методе Монжа

Тема 9. Общие вопросы аксиоматики. Обоснование евклидовой геометрии.

Аксиоматический метод в математике. Требования к системам аксиом. Математические структуры.

Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Система аксиом школьного курса геометрии и её связь с аксиоматикой Вейля.

Тема 10. Исторический обзор обоснования геометрии.

Геометрия до Евклида. "Начала" Евклида. Критика системы Евклида. Система аксиом Гильберта.

Абсолютная геометрия. V постулат Евклида и попытки его доказательства.

Аксиома Лобачевского. Независимость аксиомы параллельности от остальных аксиом евклидовой геометрии.

Основные факты геометрии Лобачевского. Параллельные прямые и их свойства. Расходящиеся прямые и их свойства. Угол параллельности. Окружность, эквидистанта и орицикл. Различные модели плоскости Лобачевского.

Тема 11. Теория измерения величин.

Длина отрезка, теорема существования и единственности. Площадь многоугольника, теорема существования и единственности. Равновеликость и равносоставленность многоугольников. Теорема Бояи-Гервина. Класс квадратуемых фигур. Теория объемов.

Тема 12. Элементы топологии.

Метрические пространства. Топологические пространства. Топология, индуцируемая метрикой.

Внутренние, внешние и граничные точки, граница множества. Замкнутые множества. Примеры.

Гомеоморфизм. Предмет топологии. Отделимость, связность, компактность.

Топологические многообразия, примеры. Клеточное разбиение и Эйлера характеристика двумерного многообразия. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости. Классификация компактных двумерных многообразий.

Теорема Эйлера для многогранников.

Тема 13. Дифференциальная геометрия. Линии в евклидовом пространстве.

Понятие линии и гладкой кривой. Касательная. Длина дуги кривой. Сопровождающий трехгранник кривой. Кривизна и кручение кривой. Формулы Френе. Плоские кривые.

Тема 14. Дифференциальная геометрия. Поверхности в евклидовом пространстве.

Понятие поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль.

Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности; угол между кривыми на поверхности.

Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна.

Индикатриса Дюпена. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности. Поверхности постоянной кривизны.

Внутренняя геометрия поверхности. Понятие о геодезических линиях. Дефект геодезического треугольника.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Геометрия 1, Геометрия 2, Геометрия 3, Геометрия 4, <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5398> <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=3123> <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5399> <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=3124>.

Иные учебно-методические материалы:

Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу, адреса доступа к документам:

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

[https://arz.unn.ru/pdf/Metod\\_all\\_all.pdf](https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf)

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

##### Семестр 1

*В каждом задании следует выбрать один правильный вариант ответа из четырёх предложенных.*

- Если  $\vec{b} \{1, -3, 4\}$ ,  $\vec{c} \{5, -1, 0\}$ ,  $\vec{e} \{0, 1, 2\}$ , то вектор  $\vec{a} = 2\vec{b} - 3\vec{c} + 5\vec{e}$  имеет координаты  
1)  $\{31, 13, -7\}$ ; 2)  $\{-13, 2, 18\}$ ; 3)  $\{13, 2, -8\}$ ; 4)  $\{-7, 13, 31\}$ .
- Пусть  $ABCDEF$  – правильный шестиугольник,  $O$  – его центр, причём  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ .  
Тогда вектор  $\vec{CA}$  запишется в виде  
1)  $-\vec{b}$ ; 2)  $-\vec{a} + 2\vec{b}$ ; 3)  $2\vec{a} - \vec{b}$ ; 4)  $3\vec{b} + \vec{a}$ .
- Модуль вектора  $\vec{a} \{-\sqrt{7}, 3\}$  равен  
1) 4; 2)  $\sqrt{7} + 3$ ; 3)  $3 - \sqrt{7}$ ; 4) 16.
- Из коллинеарных векторов состоит пара  
1)  $\vec{a} \{1, 2, 3\}$ ,  $\vec{b} \{-2, -4, 6\}$ ; 2)  $\vec{a} \{1, 2, 3\}$ ,  $\vec{b} \{-2, 4, 6\}$ ;  
3)  $\vec{a} \{1, 2, 3\}$ ,  $\vec{b} \{-2, -4, -6\}$ ; 4)  $\vec{a} \{1, 2, 3\}$ ,  $\vec{b} \{2, 4, -6\}$ .

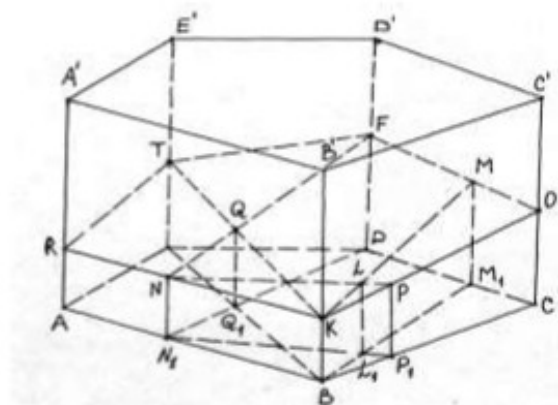
##### Семестр 3

В каждом задании следует выбрать **один** правильный вариант ответа

1. Два многоугольника называются равновеликими, если
  - 1) они равноставлены;
  - 2) их площади равны;
  - 3) они равны;
  - 4) они не равноставлены.

2. Из перечисленных пар укажите прямую секущей плоскости и ее проекцию на плоскость основания:

- 1)  $MK$  и  $BL_1$ ;
- 2)  $RN$  и  $DN_1$ ;
- 3)  $LN$  и  $M_1L_1$ ;
- 4)  $L_1L$  и  $PP_1$ .



3. Изображением данной трапеции служит
  - 1) произвольный параллелограмм;
  - 2) четырехугольник с тем же отношением оснований;
  - 3) трапеция с тем же отношением оснований;
  - 4) произвольная трапеция.

#### Семестр 4

1. Известны коэффициенты первой квадратичной формы поверхности  $E=G=1$ ,  $F=0$  и коэффициенты второй квадратичной формы поверхности  $M=N=0$ ,  $L=-1$ . Тогда полная кривизна поверхности равна
  - 1)  $-1/2$ ;
  - 2)  $1/2$ ;
  - 3)  $1$ ;
  - 4)  $0$ .
2. По теореме Декарта – Эйлера о многогранниках (число вершин  $B$ , число граней  $\Gamma$ , число ребер  $P$ ):
  - 1)  $B+\Gamma=P-2$ ;
  - 2)  $P+\Gamma=B+2$ ;
  - 3)  $B+\Gamma+P=2$ ;
  - 4)  $B+\Gamma=P+2$ .

#### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

##### Семестр 1



5. Две прямые в пространстве

$$l_1: \begin{cases} x = 3t, \\ y = -8 - 4t, \\ z = -3 - 3t. \end{cases} \quad l_2: \begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 2x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

1) пересекаются; 2) параллельны; 3) скрещиваются; 4) совпадают.

6. Уравнением  $18x^2 - 2y^2 + 36x + 8y - 17 = 0$  задаётся

1) эллипс; 2) гипербола; 3) парабола; 4) пересекающиеся прямые.

7. Если  $A(2, 1, -1)$ ,  $B(5, 1, 2)$ ,  $C(3, 0, -3)$ , то плоскость  $ABC$  имеет уравнение

1)  $x + 3y - z - 6 = 0$ ; 2)  $x - 2 = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-1}$ ;

3)  $3x - 9y - 3z - 8 = 0$ ; 4)  $x + 3y - z + 7 = 0$ .

8. Вектор, полученный из  $\vec{a} \{2, \sqrt{5}\}$  поворотом на  $90^\circ$  против часовой стрелки, имеет координаты

1)  $\{\sqrt{5}, 2\}$ ; 2)  $\{-\sqrt{5}, 2\}$ ; 3)  $\{-2, \sqrt{5}\}$ ; 4)  $\{-2, -\sqrt{5}\}$ .

Семестр 2

В каждом задании следует выбрать **один** правильный вариант ответа

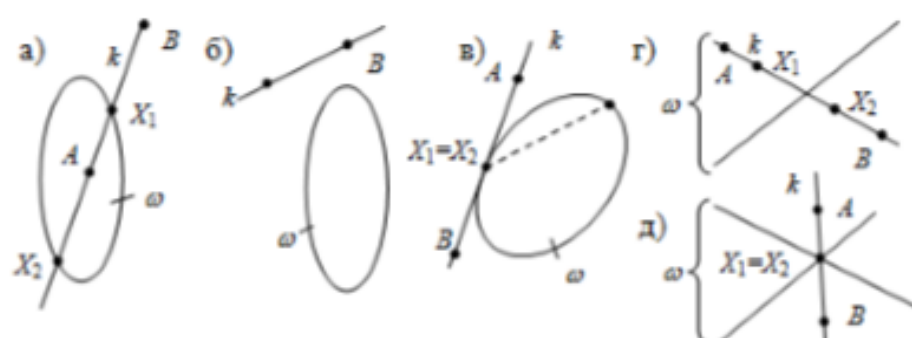
1. При движении  $x'=y-5$ ;  $y'=-x+2$  координаты прообраза точки  $N(1,2)$  равны

- 1)  $(0,6)$ ;
- 2)  $(6,0)$ ;
- 3)  $(6,6)$ ;
- 4)  $(-6,-6)$ .

2. С помощью ортогонального преобразования евклидова векторного пространства квадратичная форма  $5x_1^2 - 8x_1x_2 - x_2^2$  приводится к каноническому виду:

- 1)  $7y_1^2 + 3y_2^2$ ;
- 2)  $y_1^2 - y_2^2$ ;
- 3)  $7y_1^2 - 3y_2^2$ ;
- 4)  $y_1^2 + y_2^2$ .

3. На каких из представленных рисунках прямая является касательной к кривой



- 1) в, г, д;
- 2) в, г;
- 3) г, д;
- 4) б, д.

4. Гиперплоскость задана в  $A_4$  параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x_1 = t_1 + t_2 - 3 \\ x_2 = t_2 - t_3 \\ x_3 = t_2 + t_3 \\ x_4 = 1 + t_1 \end{cases}$$

Тогда ее общее уравнение имеет вид

- 1)  $2x_1 - 3x_4 - 2 = 0;$
- 2)  $2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 + 8 = 0;$
- 3)  $x_2 - 2x_4 + 1 = 0;$
- 4)  $2x_3 + x_4 - 4 = 0.$

5. Параметрические уравнения прямой натянутой в  $A_4$  на точку  $A(1;-1;2;0)$  и вектор  $\vec{u}\{3,4,-1,2\}$  имеют вид

$$\begin{aligned} 1) \quad \begin{cases} x_1 = 1 + 3t \\ x_2 = -1 + 4t \\ x_3 = 2 - t \\ x_4 = 2t \end{cases} & \quad 2) \quad \begin{cases} x_1 = t_1 + t_2 - 3 \\ x_2 = t_2 - t_3 \\ x_3 = t_2 + t_3 \\ x_4 = 1 + t_1 \end{cases} \\ 3) \quad \begin{cases} x_1 = 1t + 3 \\ x_2 = -1t + 4 \\ x_3 = 2t - 1 \\ x_4 = 2 \end{cases} & \quad 4) \quad \begin{cases} x_1 = 1 - 3t \\ x_2 = -1 - 4t \\ x_3 = 2 + t \\ x_4 = 2t \end{cases} \end{aligned}$$

Семестр 3

4. Следом прямой на плоскости называется

- 1) параллельная проекция прямой на данную плоскость;
- 2) прямая, параллельная данной и лежащая в данной плоскости;
- 3) точка пересечения этой прямой с данной плоскостью;
- 4) центральная проекция данной прямой на данную плоскость.

5. Метод внутреннего проектирования при построении сечений многогранников заключается в том, что

- 1) строят общие точки, а по ним следы секущей плоскости с плоскостями граней многогранника;
- 2) по проекциям точек секущей плоскости на основную плоскость находят точки секущей плоскости;
- 3) по проекциям точек основной плоскости находят точки основной плоскости;
- 4) находят след секущей плоскости на основной плоскости.

Семестр 4

3. Эйлерова характеристика листа Мебиуса равна

- 1) 2;
- 2) 1;
- 3) 0;
- 4) -1.

4. Направляющий вектор бинормали кривой  $\vec{r}(t)$  равен

- 1)  $\vec{r}'(t)$ ;
- 2)  $\vec{r}''(t)$  ;
- 3)  $\vec{r}'(t) \cdot \vec{r}''(t)$ ;
- 4)  $[\vec{r}'(t), \vec{r}''(t)]$

5. Лист Мебиуса является

- 1) двумерным топологическим многообразием с краем, компактным;
- 2) двумерным топологическим многообразием, компактным;
- 3) двумерным топологическим многообразием с краем, не компактным;
- 4) двумерным топологическим многообразием, не компактным.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	80 – 100 % правильных ответов
хорошо	60 – 79 % правильных ответов
удовлетворительно	40 – 59% правильных ответов
неудовлетворительно	менее 40% правильных ответов

#### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Семестр 1

1. Выяснить взаимное расположение плоскостей  $3x-2y+7z=0$  и  $-6x+4y-14z=0$ .
2. Найти расстояние от точки  $M(-2,1,3)$  до плоскости  $3x-6y-2z-3=0$ .
3. Найти угол между плоскостями  $x+y-3=0$  и  $2x-2z+1=0$ .
4. Найти точку, симметричную точке  $A(3,-5,2)$  относительно плоскости, заданной уравнением  $-4y+2z-6=0$ .

#### Семестр 2

1. На расширенной плоскости  $\overline{\pi}$  задана проективная система координат  $\{A_1, A_2, A_3, E\}$ . Построить точку  $M(-7,21,14)$ .
2. На расширенной плоскости  $\overline{\pi}$  задана проективная система координат  $\{A_1, A_2, A_3, E\}$ . Построить прямую  $x_1 + \frac{1}{3}x_2 - x_3 = 0$ .
3. На проективной прямой даны точки  $A, B, C$ . Построить на этой прямой точку  $D$  так, чтобы  $(AB, CD) = 2$ .

#### Семестр 3

1. Построить треугольник по двум сторонам и медиане, проходящим через одну вершину.
2. Дано изображение окружности. Построить изображение правильного треугольника, описанного около окружности.
3. Плоскость  $\Pi$  задана следами. Построить следы плоскости  $\Omega$ , проходящей через данную точку  $(M, M_3)$  параллельно плоскости  $\Pi$ .

#### Семестр 4

1. Для линии  $x = \frac{t^3-1}{t}$ ,  $y = \frac{t+1}{t^2}$ ,  $z = t^3+1$  найти единичные векторы касательной, биномальной и главной нормали, вывести уравнения главной нормали и соприкасающейся плоскости в точке  $M(2,0,0)$ .
2. Дана линия  $x-y^3-1=0$ ,  $y^2+z+2=0$ . Вывести уравнения касательной прямой, биномальной и спрямляющей плоскости, вычислить кривизну и кручение в точке  $P(2,1,-3)$ .

### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

#### Семестр 1

5. Показать, что прямая и плоскость пересекаются и найти точку их пересечения  $x = -1-3t, y = 2-t, z = 4-t$  и  $4x+3y+2z+18 = 0$ .
6. Установить взаимное расположение прямых  $x = t, y = -8-4t, z = -3-3t$  и  $x+y-z = 0, 2x-y+2z = 0$ .
7. Найти угол между прямой  $x = 5+6t, y = 1-3t, z = 2t$  и плоскостью  $4x+y-8z+16 = 0$ .

#### Семестр 2

4. Найти формулы проективного преобразования прямой по трем парам соответствующих точек  $A(1,1) \rightarrow A'(1,2), B(1,0) \rightarrow B'(2,1), C(1,-1) \rightarrow C'(1,0)$ .
5. Найти уравнение касательной к кривой второго порядка  $x_2^2 + 2x_3^2 - x_1x_2 - 5x_2x_3 = 0$  в ее точке  $A(1,1,0)$ .
6. Дано изображение равнобедренного треугольника с углом при основании  $30^\circ$ . Построить изображение точки пересечения его высот.
7. Дано изображение четырехугольной призмы  $ABCD A'B'C'D'$ . Построить сечение призмы плоскостью, заданной точками  $K, L, M$ , принадлежащими соответственно ребрам  $AA'$  и  $AD'$ , грани  $CC'D'D$ .

#### Семестр 3

4. Дана пятиугольная призма  $ABCDE A_1 B_1 C_1 D_1 E_1$ . В её боковых гранях точки  $N \in ADD_1 A_1, K \in ABB_1 A_1, M \in BCC_1 B_1$ . Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через  $M, N, K$ : а) методом следов; б) методом внутреннего проектирования.
5. Докажите, что в абсолютной геометрии треугольники  $ABC$  и  $A_1 B_1 C_1$  равны, если  $AB = A_1 B_1, CH = C_1 H_1, CM = C_1 M_1$ , где  $CM$  и  $C_1 M_1$  – медианы, а  $CH$  и  $C_1 H_1$  – высоты треугольников.
6. Докажите, что в плоскости Лобачевского сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, больше радиуса окружности.

#### Семестр 4

3. Доказать, что линия  $x=t^2-3t+7, y=-9t+1, z=2t^2+3t$  плоская и найти плоскость, в которой она лежит.
4. На поверхности  $x=u^2+v^2, y=u^2-v^2, z=uv$  заданы линии  $l: u-v=0$  и  $m: v+1=0$ . Вычислить величину угла между этими линиями. Вычислить полную и среднюю кривизны поверхности в произвольной точке.
5. Дана поверхность  $\Phi: x-y^2-z^2=0$ . Вывести уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке  $M(2,1,1)$ . Вычислить основные квадратичные формы поверхности в этой точке. Вычислить нормальную кривизну линии  $l: \begin{cases} y-z-1=0 \\ x-2z^2-2z-1=0 \end{cases}$  в точке  $P(1,0,-1)$ .

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	выполненные задания содержательно полностью соответствуют поставленным вопросам на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две – три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя. Оформление задания полностью соответствует требуемому шаблону.
не зачтено	выполненные задания содержательно не соответствуют поставленным вопросам. Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя. Оформление задания не соответствует требуемому шаблону.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено		
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

		дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

##### Семестр 1

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Определение векторного пространства.
2. Теоремы о коллинеарных и компланарных векторах.
3. Понятие линейной зависимости системы векторов. Свойства линейной зависимости.
4. Теоремы о линейной зависимости двух и трех векторов.
5. Теорема о разложении вектора по 3 некопланарным векторам.
6. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе.
7. Ортонормированный базис. Скалярное произведение векторов, его свойства.
8. Аффинная система координат на плоскости и в пространстве.
9. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.
10. Различные виды уравнения прямой в аффинной системе координат.
11. Уравнения прямой в прямоугольной системе координат.
12. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми.
13. Взаимное расположение двух прямых. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
14. Эллипс.
15. Гипербола.
16. Парабола

##### Семестр 2

1. Аксиомы Вейля  $n$ -мерного аффинного пространства, следствия.
2. Аффинная система координат. Преобразование систем координат в  $A_n$ .
3.  $K$ -мерные плоскости  $n$ -мерного пространства.
4. Проективное пространство. Модели проективной прямой.
5. Проективное пространство. Модели проективной плоскости.
6. Свойства проективной плоскости. Принцип двойственности.

##### Семестр 4

1. Топологические пространства. Примеры.
2. Определения внутренних, внешних, граничных точек. Замкнутые множества. Теорема о множестве состоящем из внутренних точек.



3. Замкнутые множества. Теорема о замыкании замкнутого множества.
4. Непрерывность и гомеоморфизм. Примеры.
5. Отделимость. Компактность. Связность. Примеры.
6. Метрические пространства.
7. Топологические многообразия. Примеры топологических многообразий.
8. Клеточное разбиение и ориентация топологического многообразия.
9. Эйлерова характеристика топологического многообразия и её инвариантность относительно способа клеточного разбиения. Эйлеровы характеристики гомеоморфных многообразий.
10. Классификация двумерных топологических многообразий.
11. Топологические свойства проективной плоскости.
12. Вложение и погружение множеств. Примеры.
13. Векторная функция скалярного аргумента и её дифференцирование.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

Семестр 1

1. Преобразование аффинной системы координат. Частные случаи.
2. Формула деления отрезка в данном отношении.
3. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств с двумя переменными. Геометрический смысл знака трехчлена  $Ax+By+C$ .
4. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Классификация линий второго порядка.
5. Общая теория линий второго порядка.
6. Отображение и преобразование множеств.
7. Группа преобразований плоскости.
8. Понятие движения. Свойства движений.
9. Аналитическое задание движения.
10. Виды движений: параллельный перенос, осевая симметрия и скользящая симметрия.
11. Виды движений: поворот, центральная симметрия.
12. Представление движений в виде композиции двух осевых симметрий.
13. Представление движений в виде композиции трех осевых симметрий. Классификация движений.
14. Гомотетия, ее свойства. Формулы гомотетии.
15. Подобия, свойства подобий. Классификация подобий.
16. Представление подобия в виде композиции гомотетии и движения. Формулы подобий.
17. Аффинные преобразования, их свойства. Групповой подход к геометрии.
18. Косое сжатие, сдвиг.
19. Векторное произведение векторов и его свойства.
20. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
21. Различные виды уравнений плоскости.
22. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей.

23. Различные виды уравнений прямой в пространстве.
24. Взаимное расположение прямой и плоскости.
25. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
26. Углы между двумя плоскостями, двумя прямыми, прямой и плоскостью.
27. Эллипсоид.
28. Гиперболоиды.
29. Параболоиды.
30. Цилиндры и конусы.
31. Прямолинейные образующие ПВП.

#### Семестр 2

1. Собственные векторы и характеристические числа квадратичной формы. Теорема 1 о собственном векторе.
2. Собственные векторы и характеристические числа квадратичной формы. Теорема 2 о характеристических числах.
3. Координаты на проективной прямой.
4. Координаты на проективной плоскости.
5. Уравнение прямой на проективной плоскости.
6. Проективные отображения и преобразования.
7. Формулы проективных преобразований прямой и плоскости.
8. Коллинеации и их свойства.
9. Теорема Дезарга.
10. Перспективные отображения и их связь с проективными.
11. Двойное отношение 4-х точек и 4-х прямых, свойства двойного отношения.
12. Гармонические четверки. Полный 4-х вершинник.
13. Кривые второго порядка и их классификация на проективной плоскости.
14. Понятие касательной к кривой второго порядка. Теорема об особых точках кривой.
15. Полюса и поляры. Построение поляры данной точки и полюса данной прямой.
16. Свойства полюсов и поляр. Автополярные треугольники.
17. Теоремы Паппа-Паскаля и Брианшона. Их предельные случаи

#### Семестр 4

1. Теорема Эйлера для многогранников нулевого рода. Существование пяти типов топологически правильных многогранников нулевого рода.
2. Понятие кривой, гладкие кривые. Примеры.
3. Касательные к кривой.
4. Длина дуги кривой. Теорема о независимости длины дуги кривой от способа параметризации.
5. Теорема о векторе постоянного модуля.
6. Сопровождающий трехгранник кривой.
7. Формулы Френе. Кручение кривой.
8. Вычисление кривизны и кручения при обычной параметризации.
9. Взаимное расположение кривой и плоскости.
10. Строение кривой вблизи данной точки.
11. Кривые нулевой кривизны. Кривые нулевого кручения.
12. Понятие поверхности. Гладкие поверхности.  $U$  и  $V$ – линии на поверхности.

13. Касательная плоскость к поверхности.
14. Первая квадратичная форма и ее применение к решению задач.
15. Нормаль к поверхности.
16. Вторая квадратичная форма. Нормальная кривизна линии лежащей на поверхности.
17. Индикатриса Дюпена. Классификация точек поверхности.
18. Главные направления и главные кривизны. Формула Эйлера.
19. Теорема Родрига.
20. Определение главных кривизн при произвольном выборе координатных линий. Полная и средняя кривизна поверхности.
21. Полная кривизна поверхности вращения.
22. Поверхности вращения постоянной кривизны.
23. Внутренняя геометрия поверхности. Геодезические линии. Сумма углов геодезического треугольника.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент готов самостоятельно решать стандартные и нестандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
хорошо	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент готов самостоятельно решать только различные стандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
удовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует в целом требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент способен решать лишь минимум стандартных профессиональных задач в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
неудовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций не

Оценка	Критерии оценивания
	соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент не готов решать профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Понятие математической структуры. Требования, предъявляемые к системе аксиом.
2. Исторический обзор обоснования геометрии. Характеристика «Начал» Евклида.
3. Проблема пятого постулата. Значение работ Лобачевского.
4. Аксиоматика Вейля, ее непротиворечивость.
5. Доказательство теорем в системе аксиом Вейля.
6. Обзор системы аксиом Гильберта.
7. Первая группа системы аксиом Гильберта. Следствия.
8. Вторая группа системы аксиом Гильберта. Следствия.
9. Третья группа системы аксиом Гильберта. Следствия.
10. Четвертая и пятая группы системы аксиом Гильберта. Следствия.
11. Аксиома параллельности Лобачевского, основные факты геометрии Лобачевского.

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

1. Треугольники и четырехугольники в плоскости Лобачевского.
2. Пучки прямых в плоскости Лобачевского.
3. Модель Кели – Клейна плоскости Лобачевского.
4. Измерение отрезков.
5. Понятие площади многоугольника. Вычисление площади прямоугольника, трапеции, треугольника, параллелограмма.
6. Теорема существования и единственности площади многоугольника.
7. Равновеликость и равноставленность многоугольников.
8. Теорема Бояи-Гервина.
9. Обзор теории объемов.
10. Параллельная проекция и ее свойства.
11. Изображение плоских фигур в параллельной проекции.
12. Изображение пространственных фигур. Теорема Польке-Шварца.
13. Полные изображения. Позиционные и метрические задачи. Примеры.
14. Аксонометрия.
15. Метод Монжа.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует в целом требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент способен решать лишь минимум стандартных профессиональных задач в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
не зачтено	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций не соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент не готов решать профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Атанасян Л. С. Геометрия Лобачевского / Атанасян Л. С. - 4-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2021. - 467 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лаборатория знаний - Математика. - ISBN 978-5-93208-508-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=751842&idb=0>.
2. Атанасян С. Л. Геометрия 1 : учебное пособие для вузов / Атанасян С. Л., Покровский В. Г. - 3-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2021. - 334 с. - Допущено Учебно-методическим объединением по направлению педагогического образования в качестве учебного пособия по направлению 050100 Педагогическое образование. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лаборатория знаний - Математика. - ISBN 978-5-93208-507-3., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=755471&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Беклемишев Д. В. - 19-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 448 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9223-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=782707&idb=0>.
2. Попов В. Л. Аналитическая геометрия : учебник и практикум / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. - 2-е изд. ; пер. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 232 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/490156> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-03003-7 : 779.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=817895&idb=0>.
3. Буланже Градислава Владимировна. Основы начертательной геометрии. Краткий курс и сборник задач. : Учебное пособие / Московский государственный технологический университет "Станкин"; Московский государственный технологический университет "Станкин". - Москва : ООО "КУРС", 2015. - 144 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-905554-79-7. - ISBN 978-5-16-102186-6. - ISBN 978-

5-16-010263-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=617564&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: [http://elibrary.ru/project\\_risc.asp](http://elibrary.ru/project_risc.asp)

ARTS AND HUMANITIES CITATION INDEX - база журналов по гуманитарным наукам. Глубина архива – 1975 г.

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znaniyum" <http://znaniyum.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ [www.lib.unn.ru/](http://www.lib.unn.ru/)

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: [lib.arz.unn.ru](http://lib.arz.unn.ru)

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского» <https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации» <https://online.edu.ru/public/promo>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Автор(ы): Атрощенко Светлана Аскольдовна, кандидат педагогических наук, доцент.

Рецензент(ы): Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук.

Заведующий кафедрой: Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 27.11.2024 г., протокол № №9.