

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.
Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Алгебра и геометрия
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
020302 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Информационные системы и технологии
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)
бакалавр
(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород
2023

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» на радиофизическом факультете ННГУ. Дисциплина обязательна для освоения в 1-ом и во 2-ом семестрах 1 курса.

Целью освоения дисциплины является: изучение разделов аналитической геометрии и линейной алгебры, необходимых для понимания других разделов математики и физики.

Задачами дисциплины являются: знакомство студентов с аппаратом векторной алгебры, уравнений прямой и плоскости, кривых и поверхностей 2-го порядка, с операциями над матрицами, вычислением определителей, решением линейных систем, теорией линейных пространств и операторов, теорией квадратичных форм; развитие у студентов умений решать задачи из указанных разделов курса и формирование представлений о приложениях разделов курса к решению практических задач.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (Код компетенции, этап формирования)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1. Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями Этап формирования базовый	З1. Знать базовые понятия алгебры, геометрии на плоскости и в пространстве, векторной алгебры и теории кривых и поверхностей второго порядка; знать основные отношения между геометрическими объектами и формулы (факты и утверждения), выражающие указанные отношения; знать прикладные аспекты алгебры и геометрии в задачах естествознания и компьютерных наук. В1. Владеть математическим аппаратом доказательства основных утверждений и решения ключевых задач алгебры и геометрии и задач, выражающих межпредметные связи алгебры и геометрии с иными областями естественных и компьютерных наук. У1. Уметь решать ключевые задачи алгебры и геометрии, доказывать основные утверждения; уметь решать задачи на применение алгебры и геометрии в задачах естествознания и компьютерных наук.

3. Структура и содержание дисциплины «Алгебра и геометрия»

Объем дисциплины «Алгебра и геометрия» составляет 6 зачетных единиц, всего 216 часов, из которых 112 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (64 часа занятий лекционного типа, 48 часа практических), в том числе 3 часа мероприятия текущего контроля успеваемости. 56 часов составляет самостоятельная работа обучающегося, 45 часов промежуточная аттестация (экзамен).

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	(часы)Всего			В том числе										Самостоятельная работа обучающегося, часы				
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы														
				Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		Занятия лабораторного типа		Всего								
	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная			
Векторная алгебра	28			10			8						18			10		
Прямая и плоскость	22			8			6						14			8		
Кривые и поверхности 2-го порядка	22			8			6						14			8		
Матрицы и определители	22			8			6						14			8		
Системы линейных уравнений	22			8			6						14			8		
Линейные пространства	22			8			6						14			8		
Линейные операторы	18			8			6						14			4		
Квадратичные формы	12			6			4						10			2		
В т.ч. текущий контроль	3						3						3					
Промежуточная аттестация – экзамен																		

Содержание разделов дисциплины

Элементы векторной алгебры. Линейные операции над векторами. Линейно независимые системы векторов. Базис. Система координат. Линейные операции над векторами в координатах.

Скалярное произведение в трехмерном пространстве и его свойства. Длина вектора. Угол между векторами. Векторное и смешанное произведение векторов.

Аналитическая геометрия на плоскости. Уравнение линии на плоскости. Различные виды уравнения прямой: по точке и направляющему вектору; по двум точкам; точке и угловому коэффициенту; в отрезках. Уравнение прямой по точке и нормальному вектору. Общее уравнение прямой на плоскости. Частные случаи. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые

второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Их канонические уравнения, эксцентриситет, фокусы, асимптоты, директрисы. Полярные координаты на плоскости, их связь с декартовыми координатами. Уравнение линии в полярной системе координат.

Аналитическая геометрия в пространстве. Уравнение поверхности в пространстве. Уравнение плоскости. Различные виды уравнения плоскости: по трем точкам; по двум точкам и вектору коллинеарному плоскости; точке и двум векторам коллинеарным плоскости; по точке и нормальному вектору; общее уравнение плоскости. Частные случаи. Уравнение линии в пространстве. Уравнение прямой в пространстве. Различные виды уравнений прямой: по точке и направляющему вектору; двум точкам; общие уравнения прямой. Угол между плоскостями; угол между прямыми; угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности.

Поверхности 2-го порядка. Поверхности второго порядка: сфера, эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды. Цилиндрические поверхности. Цилиндрические и сферические координаты, их связь с декартовыми координатами.

Системы линейных уравнений. Матрицы. Линейные операции над ними. Умножение матриц. Определители и их свойства. Разложение определителя по строке (столбцу). Системы линейных уравнений, их запись в матричной форме Обратная матрица. Правило Крамера. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

Векторная алгебра. Векторы, их координаты. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов, его координатное выражение. Векторное произведение векторов, его координатное выражение. Смешанное произведение векторов, его координатное выражение.

Векторные пространства. Евклидовы пространства. Определение векторного пространства (над действительными числами). Примеры векторных пространств. Линейная зависимость и линейная независимость вектор Координаты вектора в заданном базисе. Изменение координат при переходе к новому базису. Подпространство векторного пространства. Размерность и базис векторного пространства Система линейных однородных уравнений. Ранг матрицы. Подпространство решений линейной однородной системы, его размерность и базис. Система линейных неоднородных уравнений. Теорема Кронекера – Капели. Структура множества решений системы. Принцип суперпозиции решений Свойства скалярного произведения. Ортогональный базис.

Линейные преобразования. Квадратичные формы. Линейные преобразования, их матрицы Собственные значения, собственные векторы. Характеристический многочлен. Линейные и билинейные функции. Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы методом Лагранжа. Закон инерции. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.

4. Образовательные технологии

Используются традиционные образовательные технологии чтения лекций и проведения практических занятий. В соответствии с требованиями ФГОС ВПО/ВО по дисциплине «Алгебра и геометрия» предусмотрена реализация компетентностного подхода широкого использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий деловых и ролевых игр, разбор конкретных ситуаций, психологические аспекты подготовки обучающихся в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы студентов

В течение первого семестра студенты выполняют две контрольные работы, в течение второго семестра одну контрольную работу, выполняют домашние работы.

Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические задания для проведения текущего контроля

а) основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. «Аналитическая геометрия», М, Наука, 1988.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. «Линейная алгебра», М, Наука, 1984.
3. Беклемишев Д.В. «Курс аналитической геометрии и линейной алгебры», М, Высшая школа, 1998.
4. Курош А.Г. «Высшая алгебра», М, Наука, 1975.
5. Цубербиллер О.Н. «Задачи и упражнения по аналитической геометрии», М, Наука, 1970.
6. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. «Сборник задач по высшей алгебре», М, Наука, 1977.

б) дополнительная литература:

1. Ильин В.А., Ким Г.Д. «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», М, МГУ, 2007.
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. «Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре», М, Наука, 1987.

Список вопросов для контроля текущей успеваемости

1. Определение вектора.
2. Определение направления вектора.
3. Определение векторного пространства.
4. Определение линейно зависимых векторов.
5. Определение линейно независимых векторов.
6. Критерий линейной зависимости.
7. Определение базиса.
8. Определение размерности векторного пространства.
9. Определение скалярной проекции вектора на вектор.
10. Определение векторной проекции вектора на вектор.
11. Определение скалярного произведения.
12. Определение левой и правой тройки векторов.
13. Определение векторного произведения.
14. Определение смешанного произведения.
15. Формула вычисления скалярного произведения в декартовых координатах.
16. Формула вычисления векторного произведения в декартовых координатах.
17. Формула вычисления смешанного произведения в декартовых координатах.
18. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, в векторной и координатной форме.
19. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторной и координатной форме.
20. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через две данные точки.
21. Параметрические уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторной и координатной форме.
22. Нормальное уравнение прямой на плоскости.
23. Определение пучка прямых на плоскости.
24. Параметрические уравнения прямой в пространстве.
25. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, в векторной и координатной форме.
26. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум данным векторам, в векторной и координатной форме.
27. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
28. Параметрические уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум данным векторам, в векторной и координатной форме.
29. Нормальное уравнение плоскости.
30. Определение пучка плоскостей.

31. Определение связки плоскостей.
32. Каноническое уравнение прямой в пространстве.
33. Определение эллипса.
34. Каноническое уравнение эллипса в декартовых координатах.
35. Определение гиперболы.
36. Каноническое уравнение гиперболы в декартовых координатах.
37. Определение параболы.
38. Каноническое уравнение параболы в декартовых координатах.
39. Определение эксцентриситета эллипса.
40. Определение эксцентриситета гиперболы.
41. Определение фокального параметра эллипса.
42. Определение фокального параметра гиперболы.
43. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
44. Классификация кривых второго порядка на плоскости.
45. Ортогональная и аффинная классификации коник.
46. Ортогональная и аффинная классификации квадрик.
47. Прямоугольные матрицы. Сумма матриц, произведение матрицы на число, умножение матриц. Свойства этих операций.
48. Перестановки, инверсии, транспозиции, подстановки.
49. Определитель квадратной матрицы, свойства определителя.
50. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
51. Теорема Лапласа.
52. Определитель произведения матриц.
53. Обратная матрица, критерий обратимости, вычисление обратной матрицы.
54. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
55. Ранг произведения матриц.
56. Элементарные преобразования строк матрицы и их применение к вычислению ранга матрицы.
57. Системы линейных уравнений. Основные определения: частное и общее решения, совместные и несовместные системы, эквивалентность систем.
58. Теорема Крамера.
59. Критерий совместности систем линейных уравнений (теорема Кронекера - Капелли).
60. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
61. Линейные однородные системы (ЛОС). Свойства решений.
62. Фундаментальная система решений (ФСР).
63. Теорема о ФСР.
64. Структура общего решения ЛОС.
65. Неоднородные системы (ЛНС).
66. Структура общего решения ЛНС.
67. Аксиоматика линейного векторного пространства (ЛВП), примеры, свойства ЛВП.
68. Линейная зависимость системы векторов в ЛВП.
69. Базис и размерность ЛВП.
70. Координаты вектора в данном базисе.
71. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
72. Подпространство. Сумма и пересечение подпространств.
73. Линейные оболочки и теоремы о размерности.
74. Изоморфизм ЛВП.
75. Евклидово пространство, определение и примеры.
76. Неравенства Коши - Буняковского и треугольника.
77. Общий вид скалярного произведения в конечномерном евклидовом пространстве.
78. Ортогональность и ортонормированность системы векторов.

79. Процесс ортогонализации системы векторов.
80. Определение линейного оператора. Примеры.
81. Образ и ядро линейного оператора.
82. Матрица линейного оператора в данном базисе.
83. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому.
84. Действия с линейными операторами.
85. Обратный оператор, его свойства.
86. Критерий обратимости.
87. Подпространства, инвариантные относительно оператора.
88. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их свойства.
89. Характеристическое уравнение.
90. Унитарный и самосопряженный операторы.
91. Свойства собственных значений и векторов самосопряженного оператора.
92. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора, нахождение его.
93. Линейная, билинейная и квадратичная формы в ЛВП.
94. Матрица квадратичной формы (КФ) и ее преобразование при переходе к новому базису.
95. Ранг и индекс КФ.
96. Теорема Лагранжа о приведении КФ к диагональному виду.
97. Теорема Якоби. 3
98. Закон инерции КФ.
99. Критерий Сильвестра положительной определенности КФ.

Задачи для проведения текущего контроля

1. Найти угловой коэффициент k прямой, проходящей через точки $M_1(1,8)$ и $M_2(-1,4)$; записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Составить уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами $A(3,2)$, $B(5,-2)$, $C(1,0)$.
3. Даны вершины треугольника $A(-10,-13)$, $B(-2,3)$, $C(2,1)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану, проведенную из вершины C .
4. Построить плоскости:
 - а) $2x + 3y + z - 1 = 0$,
 - б) $2x + y - 4z = 0$,
 - в) $4x - 3y + 6z = 0$,
 - г) $3y + z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось Oy и точку $M(1,4,-3)$.
6. Найти уравнение проекции прямой $\frac{x-1}{9} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z}{-7}$ на плоскость $2x - y - 3z + 6 = 0$.
7. Точка $A(1,-3,0)$ - вершина куба, одна из граней которого лежит на плоскости $3x + 2y - 6z + 17 = 0$. Вычислить объем куба.
8. Установить, что три плоскости $2x - 4y + 5z - 21 = 0$, $x - 3z + 18 = 0$, $6x + y + z - 30 = 0$ имеют общую точку и вычислить ее координаты.
9. Расстояние между директрисами эллипса в 2 раза больше расстояния между его фокусами. Определить эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$,
 - б) $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$,
 - в) $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$,
 - г) $y^2 + 6y - 2x + 3 = 0$.

11. Изобразить линии:

а) $y = \sqrt{1 - x^2}$,

б) $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16}$,

в) $x = 3 + \sqrt{-6(y - 2)}$,

г) $\rho = \frac{18}{4 - 5\cos\varphi}$.

12. Построить тело, ограниченное поверхностями:

а) $z - a = -(x^2 + y^2)$,

б) $z = x^2 - y^2$,

$x^2 + y^2 = z^2$

$z = 0, \quad z = 3.$

Перечень вопросов по дисциплине на экзамен

Вопросы к промежуточному зачету

1. Фиксированные и свободные векторы, их длина и направление. Линейные операции. 1-й критерий коллинеарности.
2. Общее определение векторного пространства. Простейшие свойства. Теорема о стандартном векторном пространстве.
3. Линейная зависимость и независимость векторов. Лемма о линейной зависимости совокупности векторов, содержащей нуль-вектор. Критерий линейной зависимости и независимости.
4. Теорема о линейной зависимости совокупности векторов, имеющей линейно зависимую подсовкупность. Критерии линейной независимости одного и двух векторов.
5. Критерий разложения вектора по двум неколлинеарным векторам. 1-й критерий компланарности и его следствия.
6. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Теорема о линейной зависимости четырёх векторов в пространстве.
7. Базис и размерность векторного пространства. Лемма о стандартном базисе. Теорема о базисе на прямой.
8. Теоремы о базисах на прямой и в пространстве. Теорема о единственности разложения вектора по базису и его следствие. 2-й критерий коллинеарности.
9. Координаты точки. Теорема о делении отрезка в данном отношении.
10. Леммы о векторной и скалярной проекциях.
11. Скалярное произведение и теорема о его свойствах. Критерий ортогональности.
12. Теорема о вычислении скалярного произведения в ортогональных координатах.
13. Леммы о направляющих косинусах и координатах единичного вектора.
14. Векторное произведение и теорема о его свойствах. 3-й критерий коллинеарности.
15. Смешанное произведение. 2-й критерий компланарности. Теорема об объёме параллелепипеда, построенного на трёх некомпланарных векторах и её следствия.
16. Теорема о вычислении векторного и смешанного произведений в правом ортонормированном базисе.
17. Двойное векторное произведение и теорема о его вычислении.
18. Теорема об уравнениях прямой на плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, в векторной и координатной формах.
19. Теорема о взаимном расположении двух прямых на плоскости.

20. Теорема об уравнениях прямой на плоскости, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторной и координатной формах. Теорема об уравнениях прямой на плоскости, проходящей через две данные точки в векторной и координатной формах.
21. Теорема об уравнениях прямой на плоскости, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторно-параметрической и векторно-координатной формах.
22. Нормальное уравнение прямой на плоскости и теорема о расстоянии от точки до прямой.
23. Пучок прямых и его уравнение. Лемма о уравнении прямой из пучка, проходящей через отстоящую точку (самостоятельно)).
24. Теорема об уравнении плоскости в пространстве, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, в векторной и координатной формах.
25. Теорема о взаимном расположении двух плоскостей в пространстве.
26. Теорема об уравнениях плоскости, проходящей через три данные точки.
27. Теорема об уравнении плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум векторам, в векторной и координатной формах. Теорема об параметрических уравнениях плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум векторам, в векторной и координатной формах.
28. Нормальное уравнение плоскости. Теорема о расстоянии от точки до плоскости в пространстве.
29. Пучок плоскостей и его уравнение. Лемма о уравнении плоскости из пучка, проходящей через отстоящую точку (самостоятельно).
30. Связка плоскостей и её уравнение. Лемма о уравнении плоскости из связки, проходящей через две отстоящие точки.
31. Теорема об уравнениях прямой в пространстве, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторной и координатной формах. Теорема об уравнениях прямой в пространстве, проходящей через две данные точки, в векторной и координатной формах.
32. Теорема об параметрических уравнениях прямой в пространстве, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторной и координатной формах.
33. Теорема о расстоянии от точки до прямой в пространстве (самостоятельно).
34. Теорема о расстоянии между скрещивающимися прямыми (самостоятельно).
35. Теорема об общем перпендикуляре (самостоятельно).
36. Вывод канонического уравнения эллипса в декартовых координатах.
37. Вывод канонического уравнения гиперболы в декартовых координатах.
38. Вывод канонического уравнения параболы в декартовых координатах.
39. Теорема об уравнении эллипса в полярных координатах (самостоятельно).
40. Теорема об уравнении гиперболы в полярных координатах (самостоятельно).
41. Теорема об уравнении параболы в полярных координатах (самостоятельно).
42. Теорема о классификации кривых второго порядка на плоскости.

- 43. Теоремы об ортогональной и аффинной классификации коник.
- 44. Теоремы об ортогональной и аффинной классификации квадрик.
- 45. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и прямолинейные образующие гиперболического параболоида.

Вопросы к экзамену

- 1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
- 2. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение, определение и свойства.
- 3. Ориентация тройки векторов. Векторное произведение, определение и свойства.
- 4. Смешанное произведение, его геометрический смысл, критерий компланарности 3-х векторов.
- 5. Двойное векторное произведение, свойства.
- 6. Базис и координаты вектора. Система координат и координаты точки. Переход к другому базису.
- 7. Способы задания линий на плоскости, линий и поверхностей в пространстве. Алгебраические линии и поверхности.
- 8. Прямая в плоскости. Различные формы уравнения прямой: общее, параметрическое, каноническое, с угловым коэффициентом, в отрезках, нормальное. Пучок прямых.
- 9. Плоскость в пространстве. Различные формы уравнения плоскости: общее, в отрезках, нормальное. Пучок и связка плоскостей.
- 10. Прямая в пространстве. Различные формы уравнения прямой: общее, параметрическое, каноническое. Переход от одного задания к другому. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве
- 11. Эллипс, гипербола, парабола, Определение, вывод канонического уравнения каждой из этих кривых, их свойства.
- 12. Эксцентриситет и директрисы эллипса, гиперболы, параболы. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы при вершине, полярное уравнение.
- 13. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение общего уравнения к каноническому виду с помощью поворота осей и переноса начала координат. Классификация кривых второго порядка.
- 14. Поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, конусы и цилиндры, их канонические уравнения, свойства.
- 15. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.
- 16. Перестановки, инверсии, транспозиции, подстановки.
- 17. Прямоугольные матрицы. Сумма матриц, произведение матрицы на число, умножение матриц. Свойства этих операций.
- 18. Определитель квадратной матрицы, свойства определителя. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Теорема Лапласа. Определитель произведения матриц.
- 19. Обратная матрица, критерий обратимости, вычисление обратной матрицы.
- 20. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг произведения матриц. Элементарные преобразования строк матрицы и их применение к вычислению ранга

матрицы.

21. Системы линейных уравнений. Основные определения: частное и общее решения, совместные и несовместные системы, эквивалентность систем.

22. Закон инерции КФ. Критерий Сильвестра положительной определенности КФ.

23. Теорема Лагранжа о приведении КФ к диагональному виду. Теорема Якоби.

24. Линейная, билинейная и квадратичная формы в ЛВП. Матрица квадратичной формы (КФ) и ее преобразование при переходе к новому базису. Ранг и индекс КФ.

25. Унитарный и самосопряженный операторы. Свойства собственных значений и векторов самосопряженного оператора. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора, нахождение его.

26. Подпространства, инвариантные относительно оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их свойства. Характеристическое уравнение.

27. Действия с линейными операторами. Обратный оператор, его свойства. Критерий обратимости.

28. Матрица линейного оператора в данном базисе. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому.

29. Определение линейного оператора. Примеры. Образ и ядро линейного оператора.

30. Евклидово пространство, определение и примеры. Неравенства Коши - Буняковского и треугольника. Общий вид скалярного произведения в конечномерном евклидовом пространстве. Ортогональность и ортонормированность системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов.

31. Подпространство. Сумма и пересечение подпространств. Линейные оболочки и теоремы о размерности. Изоморфизм ЛВП.

32. Теорема Крамера. Критерий совместности систем линейных уравнений (теорема Кронекера - Капелли). Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.

33. Линейная зависимость системы векторов в ЛВП. Базис и размерность ЛВП. Координаты вектора в данном базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора при переходе к новому базису.

34. Аксиоматика линейного векторного пространства (ЛВП), примеры, свойства ЛВП.

35. Неоднородные системы (ЛНС). Структура общего решения ЛНС.

36. Линейные однородные системы (ЛОС). Свойства решений. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема о ФСР. Структура общего решения ЛОС.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования приведено в **Приложении 1**, которое является неотъемлемой частью **РУП**

6.1. ОПК-1. Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями

Индикаторы компетенции	ОЦЕНКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

6.2. Для оценки результатов освоения содержания дисциплины применяется в соответствии с учебным планом одна из традиционных форм аттестации экзамен с балльно-рейтинговой системой оценивания по семибалльной шкале.

Превосходно	Превосходная подготовка с очень незначительными погрешностями
Отлично	Подготовка с некоторыми ошибками, уровень которой существенно выше среднего
Очень хорошо	В целом хорошая подготовка с рядом заметных ошибок, принципиально не искажающих суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)
Хорошо	Хорошая подготовка с заметными ошибками, частично искажающими суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)
Удовлетворительно	Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям
Не удовлетворительно	Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания.
Плохо	Подготовка, совершенно недостаточная для понимания сути задачи (проблемы)

Для определения качества самостоятельной работы и аттестации текущей успеваемости в течение семестра используется шкала оценок: **отлично; хорошо; удовлетворительно и не удовлетворительно.**

Отлично	Подготовка высокого уровня с незначительными погрешностями
Хорошо	Хорошая подготовка с рядом заметных ошибок
Удовлетворительно	Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям
Не удовлетворительно	Подготовка, совершенно недостаточная для понимания и изложения сути задачи (проблемы)

6.3. Для оценивания результатов обучения в виде знаний используется индивидуальное собеседование по двум или трём вопросам билета, в каждом из которых студенту предлагается изложить часть одного из разделов содержания дисциплины.

Для оценивания итогов обучения в виде **умений** и **владений** используются практические контрольные задания в виде краткой формулировки действий, которые следует выполнить для получения решения предложенной задачи, или описания ожидаемого результата решения предлагаемой задачи.

6.4. Контрольные задания для оценки результатов обучения и для итогового контроля сформированности компетенции
задаются во время индивидуального собеседования на экзамене по дисциплине.

Типовые контрольные задания представляют собой большой набор возможных вопросов, связанных с наличием (или отсутствием) некоторых ограничений и пределов применимости, а также изменением условий существования (осуществления) того или иного эффекта (или решения определённой задачи) в излагаемой магистрантом части одного из разделов содержания дисциплины.

6.5. Методическими материалами, определяющими процедуры оценивания, являются

некоторые разделы Федеральных Государственных Образовательных Стандартов и приказов Министерства образования и науки Российской Федерации по вопросам высшего профессионального образования в России.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. «Аналитическая геометрия», М, Наука, 1988.(49)
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. «Линейная алгебра», М, Наука, 1984. (34)_
3. Беклемишев Д.В. «Курс аналитической геометрии и линейной алгебры», М, Высшая школа, 1998.(80)
4. Курош А.Г. «Высшая алгебра», М, Наука, 1975.(28)
5. Цубербиллер О.Н. «Задачи и упражнения по аналитической геометрии», М, Наука, 1970.(78)
6. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. «Сборник задач по высшей алгебре», М, Наука, 1977.(18)

б) дополнительная литература:

1. Ильин В.А., Ким Г.Д. «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», М, МГУ, 2007.(12)
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. «Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре», М, Наука, 1987.(64)

Законодательная база предметной области

1. Федеральный закон от 27 июля 2006 года № 149-ФЗ «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» / Сайт президента России (<http://www.kremlin.ru/>). – URL: <http://graph.document.kremlin.ru/page.aspx?1;878565>

2. Федеральный закон от 05.05.2014 N 97-ФЗ (ред. от 21.07.2014) «О внесении изменений в Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» и отдельные законодательные акты Российской Федерации по вопросам упорядочения обмена информацией с использованием информационно-телекоммуникационных сетей»/ Официальный сайт компании "КонсультантПлюс". – URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_166124/

3. Стратегия развития отрасли информационных технологий в Российской Федерации на 2014-2020 годы и на перспективу до 2025 года (от 1 ноября 2013 г. № 2036-р) / Официальный сайт «Правительство России» (<http://government.ru/>). – URL: <http://government.ru/media/files/41d49f3cb61f7b636df2.pdf>

4. Стратегия развития информационного общества в РФ (на период до 2015 года) (утверждена 7 февраля 2008 № пр-212) / Официальный сайт «Российская газета» (<http://www.rg.ru/>). – URL: <http://www.rg.ru/2008/02/16/informacia-strategia-dok.html>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской. мобильное место преподавателя (проектор, нетбук, экран, ПО для презентаций, презентации лекций). Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках. Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по направлению (профилю) 020302 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор _____ Д.С. Чистяков

Рецензент _____ И.Я. Орлов

Заведующий кафедрой _____ А.А. Дубков

Программа одобрена на заседании методической комиссии Радиофизического факультета. Протокол заседания методической комиссии радиофизического факультета от 25 февраля 2021 № 01/21.

Приложение 1

Карты компетенций, в формировании которых участвует дисциплина

В настоящем **Приложении 1** представлены **шифры планируемых результатов обучения и критерии их оценивания**.

ОПК-1. способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями

Шифры	Критерии оценивания результатов обучения				
	1	2	3	4	5
З1	Неудовлетворительная оценка результатов обучения. Отсутствие знаний. Данный результат указывает на несформированность порогового (входного) уровня знаний базовых понятий алгебры и геометрии и основных отношений между геометрическими объектами и фактов, выражающих указанные отношения; знаний прикладных аспектов алгебры и геометрии в задачах естествознания.	Неудовлетворительная оценка результатов обучения. Фрагментарные знания базовых понятий алгебры и геометрии и основных отношений между геометрическими объектами и фактов, выражающих указанные отношения; знаний прикладных аспектов алгебры и геометрии в задачах естествознания.	Удовлетворительная оценка результатов обучения. В целом успешные, но неполные представления о системе базовых понятий алгебры и геометрии и основных отношений между геометрическими объектами и фактов, выражающих указанные отношения; знаний прикладных аспектов алгебры и геометрии в задачах естествознания..	Удовлетворительная оценка результатов обучения. В целом полная система знаний (но с определенными пробелами) базовых понятий алгебры и геометрии и основных отношений между геометрическими объектами и фактов, выражающих указанные отношения; знаний прикладных аспектов аналитической геометрии в задачах естествознания.	Удовлетворительная оценка результатов обучения. Сформированные систематические представления о системе базовых понятий алгебры и геометрии и основных отношений между геометрическими объектами и фактов, выражающих указанные отношения; знаний прикладных аспектов алгебры и геометрии в задачах естествознания.
В1	Неудовлетворительная оценка результатов обучения. Отсутствие навыков. Данный результат указывает на несформированность порогового (входного) уровня навыков владения математическим аппаратом доказательства основных утверждений и решения ключевых задач алгебры и геометрии и задач, выражающих межпредметные связи алгебры и геометрии с иными областями естественных наук.	Неудовлетворительная оценка результатов обучения. Фрагментарные навыки владения математическим аппаратом доказательства основных утверждений и решения ключевых задач алгебры и геометрии и задач, выражающих межпредметные связи аналитической геометрии с иными областями естественных наук.	Удовлетворительная оценка результатов обучения. В целом успешное, но не систематическое применение навыков владения математическим аппаратом доказательства основных утверждений и решения ключевых задач аналитической геометрии и задач, выражающих межпредметные связи алгебры и геометрии с иными областями естественных наук.	В целом успешное, но содержащее определенные пробелы применения навыков владения математическим аппаратом доказательства основных утверждений и решения ключевых задач аналитической геометрии и задач, выражающих межпредметные связи алгебры и геометрии с иными областями естественных наук.	Удовлетворительная оценка результатов обучения. Успешное и систематическое применение навыков владения математическим аппаратом доказательства основных утверждений и решения ключевых задач алгебры и геометрии и задач, выражающих межпредметные связи алгебры и геометрии с иными областями естественных наук.

У1	Неудовлетворительная оценка результатов обучения. Отсутствие умений. Данный результат указывает на несформированность порогового (входного) уровня умений решать ключевые задачи алгебры и геометрии, доказывать основные утверждения; уметь решать задачи на применение алгебры и геометрии в задачах естествознания.	Неудовлетворительная оценка результатов обучения. Фрагментарные умения решать ключевые задачи алгебры и геометрии, доказывать основные утверждения; уметь решать задачи на применение алгебры и геометрии в задачах естествознания.	Удовлетворительная оценка результатов обучения. В целом успешное, но не систематическое использование знаний как решать ключевые задачи алгебры и геометрии, доказывать основные утверждения; уметь решать задачи на применение алгебры и геометрии в задачах естествознания.	В целом успешное, но содержащее определенные пробелы в умении использовать соответствующие знания как решать ключевые задачи алгебры и геометрии, доказывать основные утверждения; уметь решать задачи на применение алгебры и геометрии в задачах естествознания.	Удовлетворительная оценка результатов обучения. Успешное умение использовать полученные знания как решать ключевые задачи алгебры и геометрии, доказывать основные утверждения; уметь решать задачи на применение алгебры и геометрии в задачах естествознания.
----	--	---	---	--	---

Задания (оценочные средства), выносимые на экзамен

Задания для оценки уровня овладения компетенцией ОПК-1.

Вариант 1.

1) Найдите длину вектора $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

2). Известно, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$. Угол между этими векторами равен $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Скалярное произведение $\vec{a}\vec{b}$ равно...

3). Векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} + x\vec{k}$, $\vec{c} = -2\vec{i} - \vec{k}$ являются компланарными при x равном....

4). Напишите формулу для отыскания расстояния от прямой до точки.

5) Напишите каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $C(5, -1)$ перпендикулярно прямой $2x + 3y + 6 = 0$.

6) Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $B(-1, 4, -5)$ параллельно плоскости YOZ .

7) Напишите каноническое уравнение эллипса, если точки $A(5, 0)$ и $D(0, -4)$ являются вершинами эллипса.

8) Приведите примеры векторных величин в физике.

9) Тело брошено горизонтально со скоростью V_0 . Найти скорость тела спустя время t . Под каким углом к горизонту направлена эта скорость?

10) . Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

11) Если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, то чему равен элемент c_{31} матрицы $C = A \cdot B$

12) Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 - x_4 = 10 \end{cases}$$

Вариант 2.

1) Точка O – точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$, $\overrightarrow{AO} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BO} = \vec{b}$.

Выразить через \vec{a} и \vec{b} вектор $\vec{m} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$.

2) Зная, что $\vec{a} = \alpha \vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + \beta \vec{k}$ коллинеарные, найти числа α и β .

3) Известно, что $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 6$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$. Найти $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

4) Компланарны ли векторы $\vec{a}(2; -1; 3)$, $\vec{b}(1; 4; 2)$ и $\vec{c}(3; 1; 1)$?

5) Дан треугольник с вершинами $A(0; -4)$, $B(3; 0)$ и $C(0; 6)$. Составить уравнение высоты CH .

6) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -3; 1)$ параллельно векторам $\vec{a}(-3; 2; 1)$ и $\vec{b}(1; 2; 3)$.

7) Запишите каноническое уравнение параболы.

8) Приведите примеры использования векторного произведения в физике.

9) Найти время полета тела, брошенного под углом к горизонту, от начальной точки до точки падения. Начальная скорость и угол считать известными.

10) Найти ранг матрицы
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 3 & 7 & 5 \\ 5 & 2 & 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

11) Найти обратную матрицу для A .

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

12) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - 4x_3 + x_4 = 10 \end{cases}$$

Теоретические вопросы

Вопросы к зачету

1. Фиксированные и свободные векторы, их длина и направление. Линейные операции. 1-й критерий коллинеарности.
2. Общее определение векторного пространства. Простейшие свойства. Теорема о стандартном векторном пространстве.
3. Линейная зависимость и независимость векторов. Лемма о линейной зависимости совокупности векторов, содержащей нуль-вектор. Критерий линейной зависимости и независимости.
4. Теорема о линейной зависимости совокупности векторов, имеющей линейно зависимую подсовокупность. Критерии линейной независимости одного и двух векторов.
5. Критерий разложения вектора по двум неколлинеарным векторам. 1-й критерий компланарности и его следствия.
6. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Теорема о линейной зависимости четырёх векторов в пространстве.
7. Базис и размерность векторного пространства. Лемма о стандартном базисе. Теорема о базисе на прямой.
8. Теоремы о базисах на прямой и в пространстве. Теорема о единственности разложения вектора по базису и его следствие. 2-й критерий коллинеарности.
9. Координаты точки. Теорема о делении отрезка в данном отношении.
10. Леммы о векторной и скалярной проекциях.
11. Скалярное произведение и теорема о его свойствах. Критерий ортогональности.
12. Теорема о вычислении скалярного произведения в ортогональных координатах.
13. Леммы о направляющих косинусах и координатах единичного вектора.
14. Векторное произведение и теорема о его свойствах. 3-й критерий коллинеарности.
15. Смешанное произведение. 2-й критерий компланарности. Теорема об объёме параллелепипеда, построенного на трёх некомпланарных векторах и её следствия.
16. Теорема о вычислении векторного и смешанного произведений в правом ортонормированном базисе.
17. Двойное векторное произведение и теорема о его вычислении.
18. Теорема об уравнениях прямой на плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, в векторной и координатной формах.
19. Теорема о взаимном расположении двух прямых на плоскости.

20. Теорема об уравнениях прямой на плоскости, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторной и координатной формах. Теорема об уравнениях прямой на плоскости, проходящей через две данные точки в векторной и координатной формах.
21. Теорема об уравнениях прямой на плоскости, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторно-параметрической и векторно-координатной формах.
22. Нормальное уравнение прямой на плоскости и теорема о расстоянии от точки до прямой.
23. Пучок прямых и его уравнение. Лемма о уравнении прямой из пучка, проходящей через отстоящую точку (самостоятельно)).
24. Теорема об уравнении плоскости в пространстве, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, в векторной и координатной формах.
25. Теорема о взаимном расположении двух плоскостей в пространстве.
26. Теорема об уравнениях плоскости, проходящей через три данные точки.
27. Теорема об уравнении плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум векторам, в векторной и координатной формах. Теорема об параметрических уравнениях плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум векторам, в векторной и координатной формах.
28. Нормальное уравнение плоскости. Теорема о расстоянии от точки до плоскости в пространстве.
29. Пучок плоскостей и его уравнение. Лемма о уравнении плоскости из пучка, проходящей через отстоящую точку (самостоятельно).
30. Связка плоскостей и её уравнение. Лемма о уравнении плоскости из связки, проходящей через две отстоящие точки.
31. Теорема об уравнениях прямой в пространстве, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторной и координатной формах. Теорема об уравнениях прямой в пространстве, проходящей через две данные точки, в векторной и координатной формах.
32. Теорема об параметрических уравнениях прямой в пространстве, проходящей через данную точку параллельно данному вектору, в векторной и координатной формах.
33. Теорема о расстоянии от точки до прямой в пространстве (самостоятельно).
34. Теорема о расстоянии между скрещивающимися прямыми (самостоятельно).
35. Теорема об общем перпендикуляре (самостоятельно).
36. Вывод канонического уравнения эллипса в декартовых координатах.
37. Вывод канонического уравнения гиперболы в декартовых координатах.
38. Вывод канонического уравнения параболы в декартовых координатах.

39. Теорема об уравнении эллипса в полярных координатах (самостоятельно).
40. Теорема об уравнении гиперболы в полярных координатах (самостоятельно).
41. Теорема об уравнении параболы в полярных координатах (самостоятельно).
42. Теорема о классификации кривых второго порядка на плоскости.
43. Теоремы об ортогональной и аффинной классификации коник.
44. Теоремы об ортогональной и аффинной классификации квадрик.
45. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и прямолинейные образующие гиперболического параболоида.

Вопросы к экзамену

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
2. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение, определение и свойства.
3. Ориентация тройки векторов. Векторное произведение, определение и свойства.
4. Смешанное произведение, его геометрический смысл, критерий компланарности 3-х векторов.
5. Двойное векторное произведение, свойства.
6. Базис и координаты вектора. Система координат и координаты точки. Переход к другому базису.
7. Способы задания линий на плоскости, линий и поверхностей в пространстве. Алгебраические линии и поверхности.
8. Прямая в плоскости. Различные формы уравнения прямой: общее, параметрическое, каноническое, с угловым коэффициентом, в отрезках, нормальное. Пучок прямых.
9. Плоскость в пространстве. Различные формы уравнения плоскости: общее, в отрезках, нормальное. Пучок и связка плоскостей.
10. Прямая в пространстве. Различные формы уравнения прямой: общее, параметрическое, каноническое. Переход от одного задания к другому. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве
11. Эллипс, гипербола, парабола, Определение, вывод канонического уравнения каждой из этих кривых, их свойства.
12. Эксцентриситет и директрисы эллипса, гиперболы, параболы. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы при вершине, полярное уравнение.
13. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение общего уравнения к каноническому виду с помощью поворота осей и переноса начала координат. Классификация кривых второго порядка.
14. Поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, конусы и цилиндры, их канонические уравнения, свойства.
15. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.
16. Перестановки, инверсии, транспозиции, подстановки.
17. Прямоугольные матрицы. Сумма матриц, произведение матрицы на число, умножение матриц. Свойства этих операций.
18. Определитель квадратной матрицы, свойства определителя. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Теорема Лапласа. Определитель произведения матриц.
19. Обратная матрица, критерий обратимости, вычисление обратной матрицы.

20. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг произведения матриц. Элементарные преобразования строк матрицы и их применение к вычислению ранга матрицы.
21. Системы линейных уравнений. Основные определения: частное и общее решения, совместные и несовместные системы, эквивалентность систем.
22. Закон инерции КФ. Критерий Сильвестра положительной определенности КФ.
23. Теорема Лагранжа о приведении КФ к диагональному виду. Теорема Якоби.
24. Линейная, билинейная и квадратичная формы в ЛВП. Матрица квадратичной формы (КФ) и ее преобразование при переходе к новому базису. Ранг и индекс КФ.
25. Унитарный и самосопряженный операторы. Свойства собственных значений и векторов самосопряженного оператора. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора, нахождение его.
26. Подпространства, инвариантные относительно оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их свойства. Характеристическое уравнение.
27. Действия с линейными операторами. Обратный оператор, его свойства. Критерий обратимости.
28. Матрица линейного оператора в данном базисе. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому.
29. Определение линейного оператора. Примеры. Образ и ядро линейного оператора.
30. Евклидово пространство, определение и примеры. Неравенства Коши - Буняковского и треугольника. Общий вид скалярного произведения в конечномерном евклидовом пространстве. Ортогональность и ортонормированность системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов.
31. Подпространство. Сумма и пересечение подпространств. Линейные оболочки и теоремы о размерности. Изоморфизм ЛВП.
32. Теорема Крамера. Критерий совместности систем линейных уравнений (теорема Кронекера - Капелли). Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
33. Линейная зависимость системы векторов в ЛВП. Базис и размерность ЛВП. Координаты вектора в данном базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
34. Аксиоматика линейного векторного пространства (ЛВП), примеры, свойства ЛВП.
35. Неоднородные системы (ЛНС). Структура общего решения ЛНС.
36. Линейные однородные системы (ЛОС). Свойства решений. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема о ФСР. Структура общего решения ЛОС.

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета от 25 мая 2023 № 04/23.