

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума
Ученого совета ННГУ
от 14.12.2021 г.
протокол № 4

**Рабочая программа дисциплины
Work program of the course**

Теория графов
Graph Theory

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

Level of higher education

бакалавриат

bachelor's degree program

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

Training direction / speciality

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

02.03.02 Fundamental Computer Science and Information Technology

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Orientation of educational program

Общий профиль

General profile

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

form of study

очная

full-time

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород, 2022 год

Nizhni Novgorod, 2022

21. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.В.04 «Теория графов» относится к части ООП по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», формируемой участниками образовательных отношений. Дисциплина читается студентам 1 и 2 курса во 2 и 3 семестрах, 7 зачетных единиц, 252 часа, зачет (2семестр) и экзамен (3 семестр).

Discipline Б1.В.04 "Graph Theory" refers to the part formed by the participants of educational relations.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.04 «Теория графов» относится к части ООП направления подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) / Formed competencies (code, content of competence)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции / Planned learning outcomes for the discipline (module), in accordance with the indicator of achievement of competency		Наименование оценочного средства / Name of the evaluation tool
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) / Competency achievement indicator (code, indicator content)	Результаты обучения по дисциплине / Learning outcomes by the discipline	
ПК-5 Способен использовать современные инструментальные и вычислительные средства информационных технологий / Ability to use modern instrumental and computing tools of information technology	ПК-5.2. Знает основные принципы автоматизации и компьютеризации процессов сбора и обработки физической информации / Student knows basic principles of automation and computerization for collecting and processing of physical information	Знать основные понятия теории графов: изоморфизм, пути и циклы, связность, шарниры, перешейки и блоки, метрические характеристики, каркасы, пространства циклов и разрезов; способы представления графов; важнейшие классы графов: деревья и леса, двудольные графы, планарные графы; основные факты из теории графов; алгоритмы решения задач на графах / Students must know the basic concepts of graph theory: isomorphism, paths and cycles, connectivity, cutpoints, isthmuses and blocks, metric characteristics, skeletons, cycle spaces and cut spaces; ways to represent graphs; most important classes of graphs: trees and forests, bipartite graphs, planar graphs; basic facts from	собеседование / interview

		<i>graph theory; algorithms for solving problems on graphs</i>	
	<p>ПК-5.4. Умеет обрабатывать полученные в ходе эксперимента данные с использованием современных информационных технологий; проводить численные расчеты физических величин при обработке экспериментальных результатов /</p> <p>Student is able to process data obtained in experiment with the use of modern information technology; make calculations of physical quantities when processing experimental results</p>	<p>Уметь выполнять преобразования между различными формами представления графов, находить наиболее рациональные представления для решения различных задач и реализации алгоритмов, строить графовые модели реальных отношений, применять теоретические знания для исследования свойств графов /</p> <p>Students must be able to perform transformations between various forms of graph representation, find the most rational representations for solving various problems and implementing algorithms, construct graph models of real relations, apply theoretical knowledge to study the properties of graphs</p>	<p><i>тест / test</i></p> <p><i>задачи / tasks</i></p>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения		
	Всего	2 семестр	3 семестр
Общая трудоемкость	7 ЗЕТ	3 ЗЕТ	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	252	108	144
в том числе			
аудиторные занятия (контактная работа):	67	33	34
- занятия лекционного типа	32	16	16
- занятия семинарского типа	32	16	16
- занятия лабораторного типа	0	0	0
- текущий контроль (КСР)	3	1	2
самостоятельная работа	149	75	74
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	36 (экзамен)	0 (зачет)	36 (экзамен)

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них	я работ обучаю

		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
2 семестр	108	16	16	0	32	75
Тема 1. Начальные понятия. Понятие графа. Типы графов. Способы задания. Изоморфизм, инварианты. Подграфы. Проблема восстановления. Операции над графами. Графы пересечений. Пути и циклы. Связность, компоненты, шарниры, перешейки. Расстояния и метрические характеристики / Initial concepts. The concept of the graph. Types of graphs. Ways to give a graph. Isomorphism, invariants. Subgraphs. Recovery problem. Operations on graphs. Intersection graphs. Paths and cycles. Connectivity, components, cutpoints, isthmuses. Distances and metric characteristics.	19	3	3	0	6	13
Тема 2. Перечисление графов. Число помеченных графов. Автоморфизмы. Число способов пометить граф. Число непомеченных графов (без доказательства). Асимптотическое перечисление. «Почти все» графы. Примеры: графы диаметра 2, связные графы / Enumeration of graphs. The number of labeled graphs. Automorphisms. The number of ways to label a graph. The number of unlabeled graphs (without proof). Asymptotic enumeration. "Almost all" graphs. Examples: graphs of diameter 2, connected graphs.	17	2	2	0	4	13
Тема 3. Методы обхода графов. Общая схема обхода. Поиск в ширину. BFS-дерево. Вычисление расстояний. Поиск в глубину. DFS-дерево. Выявление перешейков, шарниров, блоков / Graph traversal methods. The general principal of traversal. Breadth first search. BFS-tree. Calculation of distances. Depth first search. DFS tree. Identification of isthmuses, cutpoints, blocks.	19	3	3	0	6	13
Тема 4. Важнейшие классы графов. Деревья, их свойства. Корневые деревья. Алгоритм распознавания изоморфизма деревьев. Каркасы. Двудольные графы, теорема Кенига. Планарные графы, формула Эйлера, критерии планарности. Алгоритм распознавания планарности / The most important classes of graphs. Trees, their properties. Rooted trees. Algorithm of recognition for isomorphism of trees. Skeletons. Bipartite graphs, the Koenig theorem. Planar graphs, Euler's formula, planarity criteria. Planarity Recognition Algorithm.	19	3	3	0	6	13
Тема 5. Циклы. Эйлеровы циклы. Критерий существования. Алгоритм построения. Гамильтоновы циклы. Алгоритмы поиска гамильтоновых циклов. Квазициклы. Пространство циклов. Фундаментальные циклы. Алгоритмы построения базиса циклов. Пространство разрезов. Связь между пространствами циклов и разрезов / Cycles. Euler cycles. Criterion of existence. Algorithm of finding. Hamiltonian cycles. Algorithms for searching Hamiltonian cycles. Quasi-cycles. Cycle space.	33	5	5	0	10	23

Fundamental cycles. Algorithms for constructing the basis of cycles. The space of cuts. The relationship between the spaces of cycles and cuts.						
Текущий контроль (КСР)	1					
Промежуточная аттестация – зачет	0					
3 семестр	144	16	16	0	32	74
Тема 6. Независимые множества, клики, вершинные покрытия. Связи между тремя задачами. Дерево решений для задачи о независимом множестве. Эвристические алгоритмы, примеры. Точный и приближенный алгоритмы для задачи о вершинном покрытии / Independent sets, cliques, vertex covers. Links between the three tasks. Solution tree for the independent set problem. Heuristic algorithms, examples. Exact and approximate algorithms for the vertex cover problem.	20	3	3	0	6	14
Тема 7. Паросочетания. Задачи о паросочетании и о реберном покрытии. Метод увеличивающих путей. Алгоритм для двудольных графов. Независимые множества в двудольных графах / Matchings. Matching and edge cover problems. The method of augmenting paths. Algorithm for bipartite graphs. Independent sets in bipartite graphs.	16	2	2	0	4	12
Тема 8. Раскраски. Раскраска вершин. Оценки хроматического числа. Дерево решений. Последовательная раскраска. Проблема 4-х красок. Раскраска ребер, теорема Визинга / Colorings. Coloring vertices. Estimates of the chromatic number. Decision tree. Sequential coloring. The problem of 4 colors. Coloring of edges, Vizing's theorem.	20	3	3	0	6	14
Тема 9. Потоки. Задача о максимальном потоке. Метод Форда-Фалкерсона. Алгоритм Эдмондса-Карпа / Flows. The maximum flow problem. Ford-Fulkerson method. Edmonds-Karp algorithm.	20	3	3	0	6	14
Тема 10. Оптимальные пути и каркасы. Алгоритмы Прима, Краскала и Дейкстры / Optimal paths and skeletons. Algorithms of Prim, Kruskal and Dijkstra.	30	5	5	0	10	20
Текущий контроль (КСР)	2					
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого	288	32	32	0	64	185

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет по окончании 2-го семестра и экзамен по окончании 3-го семестра).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением. Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Сорочан С. В. Основы теории графов. Учебно-методическое пособие (на английском языке). Электронное издание. 2012.
http://eng.unn.ru/images/files/bach_it/Fundamentals_of_Graph_Theory.pdf
2. Алексеев В. Е., Таланов В. А. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений. М.: ИНТУИТ.РУ, Бином. Лаборатория знаний, 2012.
<http://www.intuit.ru/studies/courses/101/101/info>
3. Алексеев В. Е., Захарова Д. В. Теория графов. Электронное издание. 2012.
<http://www.unn.ru/books/resources.html> 482.12.08.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

			объеме.	некоторые с недочетами.	недочетами.	полном объеме.	
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
1. Смежность, инцидентность, степени. Способы задания графов. Графы пересечений / Adjacency, incidence, degree. Ways to specify graphs. Graphs of intersections	ПК-5
2. Подграфы, остовные, порожденные. Проблема восстановления /	ПК-5

8. Subgraphs, spanning, induced. The problem of recovery	
3. Пути и циклы. Связность, компоненты, шарниры, перешейки, блоки / Paths and Cycles. Connectivity, components, cutpoints, isthmuses, blocks	ПК-5
4. Расстояния и метрические характеристики / Distances and metric characteristics	ПК-5
5. Изоморфизм графов. Инварианты. Автоморфизмы. Помеченные и непомеченные графы. Число помеченных графов. Число способов пометить граф / Isomorphism of graphs. Invariants. Automorphisms. Marked and unlabeled graphs. The number of labeled graphs. The number of ways to mark a graph.	ПК-5
6. Понятие дерева. Число деревьев. Центр дерева. Каркас графа / The concept of a tree. The number of trees. The center of the tree. The skeleton of the graph.	ПК-5
7. Распознавание изоморфизма деревьев / Recognition of tree isomorphism	ПК-5
8. Двудольные графы. Теорема Кёнига / Bipartite graphs. König's theorem	ПК-5
9. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерии планарности. Алгоритм проверки планарности / Planar graphs. Euler's formula. Criteria for planarity. Algorithm for checking the planarity	ПК-5
10. Метод поиска в ширину. BFS-дерево. Вычисление расстояний в графе / Breadth First Search. BFS-tree. Calculation of distances in the graph.	ПК-5
11. Метод поиска в глубину. DFS-дерево. Выявление шарниров и перешейков / Depth First Search. DFS-tree. Identification of cutpoints and isthmuses.	ПК-5
12. Эйлеровы циклы и пути. Алгоритм построения эйлеровых циклов / Euler cycles and paths. Algorithm for constructing Euler cycles.	ПК-5
13. Гамильтоновы циклы и пути. Алгоритмы поиска гамильтоновых циклов / Hamiltonian cycles and paths. Algorithms for the search for Hamiltonian cycles.	ПК-5
14. Пространство циклов графа. Квазициклы. Фундаментальные циклы. Цикломатическое число. Построение базы циклов / Cycle space of a graph. Quasi-cycles. Fundamental cycles. Cyclomatic number. Constructing the base of cycles.	ПК-5
15. Пространство разрезов. Введение координат в пространствах циклов и разрезов, взаимная ортогональность этих пространств / Cut space. Introduction of coordinates in the spaces of cycles and cuts, mutual orthogonality of these spaces.	ПК-5
16. Независимые множества и клики в графах. Алгоритм для задачи о независимом множестве на основе дерева решений. Эвристические алгоритмы / Independent sets and cliques in graphs. Algorithm for the independent set problem based on a decision tree. Heuristic algorithms.	ПК-5

17. Вершинные покрытия в графах. Алгоритм для задачи о вершинном покрытии. Приближенный алгоритм / Vertex cover in graphs. Algorithm for the vertex cover problem. Approximate algorithm.	ПК-5
18. Паросочетания и реберные покрытия. Увеличивающие пути. Нахождение наибольшего паросочетания в двудольном графе / Matchings and edge covers. Augmenting paths. Finding the maximum matching in a bipartite graph	ПК-5
19. Независимые множества в двудольных графах. Теорема Кенига-Эгervари / Independent sets in bipartite graphs. König-Egervari theorem	ПК-5
20. Раскраски вершин графов. Алгоритм для задачи о раскраске на основе дерева решений. Последовательная раскраска. Раскраска ребер. Теорема Визинга (формулировка) / Coloring the vertices of graphs. Algorithm for the problem of coloring based on decision trees. Sequential coloring. Coloring edges. Vizing's theorem (formulation).	ПК-5
21. Задача о максимальном потоке. Увеличивающие пути. Метод Форда-Фалкерсона. Алгоритм Эдмондса-Карпа / The problem of maximum flow. Augmenting paths. The Ford-Fulkerson Method. The Edmonds-Carp algorithm.	ПК-5
22. Задача об оптимальном каркасе. Алгоритмы Прима и Крускала / Optimal skeleton problem. Algorithms of Prim and Kruskal.	ПК-5
23. Задачи об оптимальных путях. Алгоритм Дейкстры / Problems of optimal paths. Dijkstra's algorithm.	ПК-5

5.2.2. Типовые тестовые задания (тесты) для оценки сформированности компетенции ПК-5.

1. В обыкновенном графе с 5 вершинами может быть /
A simple graph with 5 vertices may have

- а) 15 ребер / 15 edges;
- б) 11 ребер / 11 edges;
- в) 9 ребер / 9 edges; (+)
- г) 0 ребер / 0 edges. (+)

2. В матрице смежности полного графа с 5 вершинами имеется ровно /
Adjacency matrix of complete 5-vertex graph has precisely

- а) 30 единиц / 30 ones;
- б) 20 единиц / 20 ones; (+)
- в) 10 единиц / 10 ones.

103. Инцидентность – это отношение между /
Incidence is a relation between

- а) двумя вершинами / two vertices;
- б) двумя ребрами / two edges;
- в) вершиной и ребром / vertex and edge; (+)
- г) ребром и вершиной / edge and vertex. (+)

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-5.

1. Сколько существует абстрактных деревьев с 7 вершинами, радиусом 2 и одной центральной вершиной? / What is the number of abstract trees with 7 vertices, having radius 2 and one central vertex?
2. Сколько существует абстрактных деревьев с 7 вершинами, имеющих две центральные вершины? / What is the number of abstract trees with 7 vertices, having 2 central vertices?
3. Сколько существует абстрактных непланарных графов с 6 вершинами, имеющих 5 вершин степени 4? / What is the number of abstract non-planar graphs with 6 vertices, having 5 vertices of degree 4?
4. Сколько существует абстрактных непланарных графов с 6 вершинами, из которых не менее двух имеют степень 5? / What is the number of abstract non-planar graphs with 6 vertices, from which at least two vertices have degree 5?
5. Сколько существует абстрактных графов с 9 вершинами, цикломатическим числом 2, имеющих гамильтонов цикл? / What is the number of abstract graphs with 9 vertices, having cyclomatic number 2 and Hamiltonian cycle?
6. Сколько существует абстрактных графов с 7 вершинами, диаметром 5 и цикломатическим числом 2? / What is the number of abstract graphs with 7 vertices, having diameter 5 and cyclomatic number 2?

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

Adrian Bondy, U.S.R. Murty. Graph Theory. Springer London, 2011. ISBN 1846289696, 9781846289699.
<http://www.springer.com/in/book/9781846289699>

б) дополнительная литература:

Bela Bollobas. Modern Graph Theory. Springer Science & Business Media, 2013.
<http://www.springer.com/la/book/9780387984889>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Сорочан С. В. Основы теории графов. Учебно-методическое пособие (на английском языке).
Электронное издание. 2012.
http://eng.unn.ru/images/files/bach_it/Fundamentals_of_Graph_Theory.pdf

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ _____.

Автор: к.ф.-м.н., доц. _____ Сорочан С. В.

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой: д.ф.м.н., проф. _____ Кузнецов М. И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 года, протокол № 2.