

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики и предпринимательства

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

38.03.01 - Экономика

Направленность образовательной программы

Мировая экономика

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.13 Теория вероятностей и математическая статистика относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.	УК-1.1: Знать следующие понятия: 1) случайная величина 2) выборка значений 3) закон распределения 4) выборочный закон распределения 5) числовые характеристики случайной величины 6) выборочные числовые характеристики случайных величин 7) статистическая гипотеза 8) ошибки первого и второго рода 9) точечная оценка параметра Уметь: 1) вычислять вероятности событий, используя классическое определение вероятности и основные теоремы о вероятностях 2) находить законы распределения простых случайных величин 3) находить числовые характеристики случайных величин по их законам распределения 4) строить выборочные законы распределения в форме выборочной функции распределения и гистограммы 5) оценивать числовые характеристики и параметры	Контрольная работа	Зачёт: Задачи Контрольные вопросы

		типовых распределений случайных величин по выборке Владеть: 1) методами построения стандартных теоретических моделей 2) содержательно интерпретировать полученные результаты		
ОПК-5: Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	ОПК-5.2: Использует современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач	ОПК-5.2: Знать современные программные средства для статистического анализа данных Уметь интерпретировать результаты работы программных средств статистического анализа Владеть методами использования программные средства для проверки типовых гипотез	Контрольная работа	Зачёт: Задачи Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	1
самостоятельная работа	23
Промежуточная аттестация	0
	Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего	в том числе
--	-------	-------------

	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Условия применения теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей: выборочные пространства, события, вероятность	5	1	2	3	2
Тема 2. Случайные величины и способы задания их распределений вероятностей	9	2	4	6	3
Тема 3. Распределения вероятностей, встречающиеся в социально-экономических приложениях	9	2	4	6	3
Тема 4. Распределение вероятностей функции нескольких случайных величин	9	2	4	6	3
Тема 5. Неравенство Чебышёва. Закон больших чисел и его следствия	9	2	4	6	3
Тема 6. Фундаментальная роль Гауссовского (нормального) закона распределения вероятностей. Центральные предельные теоремы	9	2	4	6	3
Тема 7. Цепи Маркова в моделировании социально-экономических процессов	7	2	4	6	1
Тема 8. Статистическое оценивание и проверка гипотез	8	2	4	6	2
Тема 9. Статистические методы обработки экспериментальных данных	6	1	2	3	3
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	72	16	32	49	23

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Условия применения теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей: выборочные пространства, события, вероятность. Операции над событиями. Основные формулы исчисления вероятностей. Связь между частотой и вероятностью. Условная вероятность. Теоремы умножения и формула полной вероятности.

Тема 2. Случайные величины и способы задания их распределений вероятностей. Непрерывные распределения вероятностей, плотность распределения.. Математическое ожидание, дисперсия и их свойства. Совместное распределение и независимость случайных величин.

Тема 3. Распределения вероятностей, встречающиеся в социально-экономических приложениях. Дискретное равномерное, биномиальное, геометрическое, пуассоновское распределения. Непрерывное равномерное, показательное, Паретовское, нормальное распределения

Тема 4. Распределение вероятностей функции нескольких случайных величин. Распределение суммы случайных величин, частные распределения, примеры возникновения распределения хи-квадрат и логнормального распределения, t-распределения и F-распределения.

Тема 5. Неравенство Чебышёва. Закон больших чисел и его следствия. Применение закона больших чисел для задачи оценивания вероятности события. Выборочные моменты случайной величины. Предельное свойство выборочного квантиля.

Тема 6. Фундаментальная роль Гауссовского (нормального) закона распределения вероятностей. Центральные предельные теоремы. Практические приемы работы с нормальным распределением. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Асимптотическая нормальность оценок моментов.

Тема 7. Цепи Маркова в моделировании социально-экономических процессов. Марковское свойство,

матрицы переходных вероятностей, уравнения Колмогорова-Чепмэна. Стационарное распределение. Закон больших чисел для конечной цепи Маркова. Цепь Маркова с доходами. Рекуррентные соотношения для ожидаемого дохода за n шагов

Тема 8. Статистическое оценивание и проверка гипотез. Выборочные числовые характеристики и частотное распределение. Подгонка распределений по методу моментов. Метод максимума правдоподобия. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона.

Тема 9. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Линейная регрессия, модель Гаусса-Маркова. Однофакторный дисперсионный анализ. Проверка независимости признаков в таблице сопряженности

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В ходе своей независимой самостоятельной работы студенты знакомятся с теоретическим материалом из учебников и монографий, указанных в списке рекомендованной литературы, решают задачи, отвечают на вопросы для самопроверки. Самостоятельная работа может выполняться в читальных залах библиотеки либо на дому. В конце курса предусмотрен зачет. Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Случайное событие – это:

- a) один из возможных результатов эксперимента
- b) одно из условий эксперимента
- c) некоторое число между нулем и единицей
- d) произвольное действительное число

Ответ: a)

2. Какое распределение вероятностей имеет число очков при одном броске игрального кубика:

- a) биномиальное

- b) нормальное
- c) равномерное дискретное
- d) равномерное непрерывное

Ответ: c)

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

1. Пусть выборка размещена в ячейках A1:A10, какая функция из программы электронных таблиц (Excel, Google Spreadsheets etc) вычисляет выборочное среднее?

- a) =MEAN(A1,A10)
- b) =AVERAGE(A1:A10)
- c) =AVERAGE(A1,A10)
- d) =EXPECTED(A1,A10)

Ответ: b)

2. Given a sample in the cells A1:A10, what Spreadsheets (Excel, Google Spreadsheets etc) function does compute the unbiased estimate for the unknown variance:

- a) =VAR(A1,A10)
- b) =VARP(A1:A10)
- c) =VAR(A1,A10)
- d) =DISP(A1,A10)

Ответ: b)

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»,
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо»

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. There are 10 red and 17 blue pencils in a box. One pencil is picked randomly. The pencil is red with probability:

1) $1/10$; 2) $1/27$; 3) $1/2$, it's either red or blue; 4) $10/27$.

2. Three balls are taken at random, one by one, from a box containing 6 blue balls and 12 green balls. With what probability the sequence (a green ball, a blue ball, a blue ball) appears?

1) $\frac{12}{18} \cdot \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{18}$; 2) $\frac{1}{28} = \frac{1}{8}$, because only one of the eight arrangements of two colors exist; 3) $\frac{12}{18} \cdot \frac{6}{18} + \frac{6}{18} \cdot \frac{12}{18}$; 4) $\frac{12}{18} \cdot \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{18}$.

3. Let Y be a continuous random variable with the probability density function $f(u)$. The mathematical expectation MY equals

1) $\sum_{k=1}^{\infty} u_k f(u_k)$; 2) $\int_{-\infty}^{\infty} u f(u) du$; 3) $\sum_{k=1}^{\infty} f(u_k)$; 4) $\int_{-\infty}^{\infty} f(u) du$.

4. Random variables X, Y have a joint probability distribution given by Table below.

• Fill in the marginal distribution table of X :

0	1	2	3	4	5

• Random variables X and Y

	$X \backslash Y$	0	1	2	3
0		$2/48$	$3/48$	$2/48$	$0/48$
1		$0/48$	$1/48$	$2/48$	$2/48$
2		$2/48$	$1/48$	$2/48$	$1/48$
3		$2/48$	$0/48$	$1/48$	$2/48$
4		$1/48$	$0/48$	$1/48$	$2/48$
5		$3/48$	$2/48$	$0/48$	$2/48$

1) are independent because _____;

2) are dependent because _____;

• $P(X - Y = 3)$ equals _____

• Compute $\text{cov}(X, Y)$:

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-5

5. During ten days the fuel consumption per 100 km by the John's car was reported as

7.20, 6.84, 6.97, 6.74, 7.04, 6.57, 7.36, 6.77, 7.08, 6.90 litres.

- Compute the sample mean \bar{x} :

- Compute the sample variance s^2 :

6. 31 objects were studied with respect to two factors, and counts are given in the following contingency table.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»,
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо»

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. События, статистическая устойчивость и вероятность.
2. Свойства вероятностей: формула суммирования, вероятность противоположного события, монотонность вероятности.
3. Условная вероятность и теорема умножения. Независимые события.
4. Экспоненциальная случайная величины: ее плотность вероятности, ее математическое ожидание и дисперсия.
5. Гауссовская случайная величина: ее плотность вероятности, ее математическое ожидание и дисперсия.
6. Равномерная случайная величина: ее плотность вероятности, ее математическое ожидание и дисперсия.
7. Биномиальная случайная величина: ее вероятности значений, ее математическое ожидание и дисперсия.
8. Пуассоновская случайная величина: ее вероятности значений, ее математическое ожидание и дисперсия.
9. Геометрическая случайная величина: ее вероятности значений, ее математическое ожидание и дисперсия.
10. Двумерное гауссовское распределение и его свойства.

11. Распределение вероятностей суммы двух независимых гауссовских случайных величин
12. Распределение вероятностей суммы двух независимых пуассоновских случайных величин.
13. Закон больших чисел и статистическая устойчивость

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-5

1. Центральная предельная теорема для независимых, одинаково распределенных случайных величин. Примеры
2. Случайная выборка. Сглаживание частот по методу моментов. Примеры
3. Случайная выборка. Сглаживание частот по методу максимального правдоподобия
4. Критерий согласия хи-квадрат. Примеры

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»,
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Зорин А. В. Восемь лекций по теории вероятностей и математической статистике : учебно-методическое пособие / Зорин А. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2014. - 108 с. - Рекомендовано междисциплинарной методической комиссией факультета иностранных студентов для студентов бакалавриата по направлению 38.03.01 «Экономика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730234&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Chung, Kai Lai. Elementary probability theory : with stochastic processes and an introduction to mathematical finance. - 4th ed. - New York [etc.] : Springer, 2003. - XIII, 402 p. : with 57 fig. - (Undergraduate texts in mathematics (UTM) / ed. by S. Axler, F. W. Gehring, K. A. Ribet). - ISBN 0-

387-95578-X : 5865,00., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. MS Windows 7 (лицензия на ГОУ ВПО ННГУ им. Н.И. Лобачевского, идентификатор 47276400),
2. Microsoft Office 2007 Профессиональный + (лицензия на ГОУ ВПО ННГУ им. Н.И. Лобачевского, идентификатор 47729513),
3. Kaspersky Endpoint Security 10 for Windows (лицензия на ГОУ ВПО ННГУ им. Н.И. Лобачевского, №1096-160712-081443-850-73)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: проектор, экран

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 38.03.01 - Экономика.

Автор(ы): Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Горбунова Мария Лавровна, доктор экономических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 12.12.23, протокол № 6.