

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
(протокол от 14.12.2021 г. №4)

## **Рабочая программа дисциплины**

*Теория чисел*

Уровень высшего образования  
*бакалавриат*

Направление подготовки / специальность

*01.03.01 Математика*

Направленность образовательной программы  
*Общий профиль*

Форма обучения  
*Очная*

Нижегород

2022 год

## 21. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.16.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.0.16, «Теория чисел», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<i>ОПК-1</i>  Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<i>ОПК-1.1.</i>  Знать методы решения задач из области математических и естественных наук	<i>Знать</i> основные понятия, методы и результаты теории чисел.	Собеседование
	<i>ОПК-1.2</i>  Уметь применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной	<i>Уметь</i> применять теоретические знания к решению задач теории чисел.	Задачи

	деятельности.		
	<p><i>ОПК-1.3</i></p> <p>Иметь навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности в области математических и естественных наук.</p>	<p><i>Владеть</i> техникой доказательства утверждений теории чисел, методами и способами отыскания решений типовых задач.</p>	Собеседование и задачи

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>32</b>
- занятия семинарского типа	<b>32</b>
- текущий контроль (КСР)	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>42</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

		<b>в том числе</b>	
	<b>Всего</b>	<b>Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы</b> из них	<b>Самостоятельная работа обучающегося</b>

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	(часы)			Занятия лекционного типа			Занятия семинарского типа			Занятия лабораторного типа			Всего					
	Очная			Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная
Тема 1. Делимость в кольце целых чисел.	11			3			4						7			4		
Тема 2. Теория сравнений.	26			6			10						16			10		
Тема 3. Цепные дроби.	24			8			8						16			8		
Тема 4. Квадратичные вычеты.	16			4			4						8			8		
Тема 5. Первообразные корни и индексы.	15			3			6						9			6		
Тема 6. Распределение простых чисел.	14			8									8			6		
Текущий контроль (КСР)	2												2					
Промежуточная аттестация - экзамен	36																	
<b>Итого</b>	<b>144</b>			<b>32</b>			<b>32</b>						<b>66</b>			<b>42</b>		

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением.

Подготовка к контрольным работам.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1972;

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>

2. Бухштаб А.А. Теория чисел. М. Просвещение, 1966.

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 6.2.

#### 4. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения., Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач с	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач без	Продemonстрированы навыки  при решении нестандартных задач без ошибок и	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки.	задач с некоторыми недочетами	некоторыми недочетами	ошибок и недочетов.	недочетов.	
--	--	----------------------------	-------------------------------	-----------------------	---------------------	------------	--

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 6.2.1 Контрольные вопросы

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Свойства делимости в кольце. Деление с остатком в кольце целых чисел.	ОПК-1
2. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Выражение наибольшего общего делителя (a,b) через a и b. Наименьшее общее кратное.	ОПК-1
3. Свойства взаимно простых чисел.	
4. Факториальность кольца целых чисел (Основная теорема арифметики). Разложение на простые множители наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного. Закон распределения простых чисел Чебышева, асимптотический закон распределения простых чисел (без доказательства).	ОПК-1
5. Кольцо классов вычетов по модулю m. Свойства сравнений. Решение сравнений 1-степени.	ОПК-1
6. Группа обратимых элементов кольца. Теорема Эйлера.	ОПК-1
7. Китайская теорема об остатках. Мультипликативность функции Эйлера. Вычисление функции Эйлера. Малая теорема Ферма.	ОПК-1
8. Китайская теорема об остатках. Решение системы сравнений по взаимно простым модулям.	ОПК-1
9. Конечные подгруппы в мультипликативной группе поля. Цикличность мультипликативной группы конечного поля.	ОПК-1
10. Первообразные корни по модулю m. Индексы.	ОПК-1
11. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра и его свойства.	ОПК-1
12. Лемма Гаусса. Символ Лежандра (2/p).	ОПК-1
13. Квадратичный закон взаимности Гаусса.	ОПК-1
14. Целая и дробная части числа. Кратность, с которой простое p входит в разложение n! на простые множители.	ОПК-1
15. Разложение рационального числа в цепную дробь с целыми неполными частными. Разложение вещественного числа в цепную дробь.	ОПК-1
16. Подходящие дроби и их свойства.	ОПК-1

17. Решение линейных уравнений в целых числах.	ОПК-1
18. Применение цепных дробей для решения сравнений 1 степени.	ОПК-1
19. Бесконечные периодические цепные дроби и квадратичные иррациональности.	ОПК-1
20. Приближение вещественных чисел рациональными числами и цепные дроби.	ОПК-1

### 6.2.2. Типовые задания для оценки сформированности компетенции

1. Найти каноническое разложение числа 18! (ОПК-1)
2. Найти разложение в конечную цепную дробь число  $162/93$ . (ОПК-1)
3. Найти значение бесконечной периодической дроби  $\langle -1; 1, 1, (1, 2) \rangle$ . (ОПК-1)
4. Найти число делителей, сумму делителей и функцию Эйлера числа 539. (ОПК-1)
5. Решить сравнение  $39x \equiv 17 \pmod{92}$  (ОПК-1)
6. Решить систему сравнений 
$$\begin{aligned} 3x &\equiv 4 \pmod{5} \\ 5x &\equiv 6 \pmod{7} \\ 7x &\equiv 8 \pmod{9}. \end{aligned}$$
 (ОПК-1)
7. С помощью символа Лежандра выяснить разрешимо сравнение или нет  $x^2 \equiv 21 \pmod{29}$ . (ОПК-1)
8. Найти примитивный корень и составить таблицу индексов по модулю 14. (ОПК-1)

### 6.2.3 Типовые задачи для оценки сформированности компетенции

1. На станцию прибыло 500 т угля в 18 вагонах. В вагонах было по 15, 20, и 30 т угля. Сколько вагонов было по 15 т, сколько по 20 и сколько по 30 т ?
2. Какие две цифры следует приписать к числу 32, чтобы полученное число делилось на 3 и на 7?
2. Решить систему сравнений  $4x \equiv 3 \pmod{7}$   
 $5x \equiv 4 \pmod{6}$ .
3. Вычислить символы Лежандра  $(22/13)$ ,  $(426/491)$ ,  $(151/587)$ .
4. При помощи символа Лежандра выяснить, какие из следующих сравнений разрешимы:  
 $X^2 \equiv 5 \pmod{19}$ ,  $X^2 \equiv 5 \pmod{29}$ ,  $X^2 \equiv 2 \pmod{97}$ ,  $X^2 \equiv 151 \pmod{587}$ .
5. Доказать, что произведение двух последовательных натуральных чисел при делении на 13 не может давать в остатке 1.
6. Составить таблицу индексов по модулю 9, по модулю 25.
7. Решить сравнение  $3X^5 \equiv 4 \pmod{25}$ .
8. Разложить рациональные числа в цепные дроби  
 $127/52$ ,  $1,23$ ,  $95122/53808$ .
9. Свернуть непрерывные дроби  $\langle 1, 1, 2, 1, 2, 1, 2 \rangle$ ,  $\langle 5, 4, 3, 2, 1 \rangle$ ,  $\langle a, a, a, a, a \rangle$ .
10. При помощи цепных дробей сократить дробь  $1491/2247$ .
11. Разложить в периодические дроби квадратичные иррациональности  
 $5^{1/2}$ ,  $(2 - 3^{1/2})/5$ .
12. Найти квадратичную иррациональность, которая разлагается в следующую периодическую цепную дробь  $\langle (2, 3) \rangle$ ,  $\langle 1, 2, 3, (4) \rangle$ .

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины



а) Основная литература:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1972;  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. М. Просвещение, 1966.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>

б) Дополнительная литература:

1. Серр Ж.-П. Курс арифметики. М.: Мир, 1972.  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>

в) Интернет-ресурсы:

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Теория чисел 4 курс (математика)»

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4494>

созданные в системе электронного обучения ННГУ – <https://e-learning.unn.ru/>.

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика.

Автор (ы): д.ф.-м.н., проф. Кузнецов М.И.

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой: д.ф.м.н., проф. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 №2.