

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

---

Программа утверждена решением президиума  
Ученого совета ННГУ  
протокол от «14» декабря 2021г. № 4.

**Рабочая программа дисциплины**

Дифференциальные уравнения

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
03.03.02 - Физика

---

Направленность образовательной программы  
Фундаментальная физика

---

Форма обучения  
очная

---

Нижний Новгород

2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.06.04 «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части ООП направления подготовки 03.03.02 Физика.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	Знать основные положения теории дифференциальных уравнений, как-то: теоремы существования и единственности решения Задачи Коши, теоремы о непрерывной зависимости решений от начальных условий и параметров, теорию линейных систем, методы исследования состояний равновесия нелинейных систем дифференциальных уравнений. Уметь пользоваться теоретическими знаниями в процессе решения конкретных дифференциальных уравнений и их систем, рисовать фазовые портреты автономных систем второго порядка. Владеть навыками решения и исследования дифференциальных уравнений как-то: некоторых классов нелинейных уравнений первого и высших порядков, линейных уравнений произвольного порядка и систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.	Собеседование и задачи (практические задания)

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>5</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>48</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>48</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>46</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	очная	очная	очная	очная	очная	очная
Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной	22	8	8	0	16	6
Дифференциальные уравнения высших порядков	24	8	8	0	16	8
Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка	24	8	8	0	16	8
Системы n линейных дифференциальных уравнений	24	8	8	0	16	8
Нелинейные системы дифференциальных уравнений	24	8	8	0	16	8

Автономные системы двух дифференциальных уравнений. Введение в теорию устойчивости	24	8	8	0	16	8
Аттестация	36					
КСР	2				2	
Итого	180	48	48	0	98	46

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает:

Разбор решения задач различной степени сложности, проведение обсуждения рассматриваемых проблем в свете последних научных достижений в соответствующей области знаний. Студенты работают как индивидуально, так и коллективно.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 6 ч.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:

Применение знаний и умений при решении научно-исследовательских задач профессиональной деятельности

- компетенций:

ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках: занятий семинарского типа, групповых консультаций, индивидуальных консультаций.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно

й (индикатора достижения компетенци й)	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом . Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки  при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

(согласно оценочным средствам табл.2)

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код формируемой компетенции
1) Дифференциальное уравнение первого порядка на плоскости. Постановка задачи. Геометрический смысл решения задачи Коши. Продолжаемость решений.	ОПК-1
2) Системы дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Постановки задачи. Сведение уравнения высшего порядка к системе.	ОПК-1
3) Типы уравнений первого порядка, интегрируемых в квадратурах.	ОПК-1
4) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка на плоскости.	ОПК-1
5) Продолжение решений вплоть до границы.	ОПК-1
6) Зависимость решений задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения от параметров и начальных условий.	ОПК-1
7) Теорема существования и единственности решения задачи Коши	ОПК-1

для систем дифференциальных уравнений первого порядка.	
8) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения $n$ -ого порядка на плоскости.	ОПК-1
9) Интегральная формула Коши.	ОПК-1
10) Типы уравнений высших порядков, разрешимых в квадратурах. Случаи понижения порядка.	ОПК-1
11) Теорема существования решения задачи Коши для линейного дифференциального уравнения.	ОПК-1
12) Структура общего решения линейного дифференциального уравнения. Связь с вронскианами. Формула Остроградского - Лиувилля.	ОПК-1
13) Линейная зависимость и независимость функций. Вронскианы. Линейная независимость некоторых конкретных систем функций.	ОПК-1
14) Фундаментальная система решений для однородного линейного дифференциального уравнения.	ОПК-1
15) Метод Лагранжа (вариация произвольных постоянных) для неоднородного линейного дифференциального уравнения.	ОПК-1
16) Теорема существования решения задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений.	ОПК-1
17) Фундаментальная матрица для системы линейных дифференциальных уравнений. Формула Остроградского – Лиувилля - Якоби. Метод Лагранжа (вариация произвольных постоянных) для системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений.	ОПК-1
18) Понижение порядка системы линейных дифференциальных уравнений.	ОПК-1
19) Структура общего решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами	ОПК-1
20) Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами с квазиполиномами в качестве свободных членов.	ОПК-1
21) Неоднородные системы с постоянными коэффициентами и квазиполиномиальными свободными членами.	ОПК-1
22) Фазовое пространство, фазовая траектория, фазовый портрет динамической системы. Строение фазовой траектории.	ОПК-1
23) Производная в силу системы. Первые интегралы. Теорема о существовании независимых первых интегралов.	ОПК-1
24) Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Четаева.	ОПК-1
25) Устойчивость положения равновесия линейной системы.	ОПК-1
26) Устойчивость по линейному приближению. Теоремы Ляпунова и Четаева.	ОПК-1
27) Устойчивость положения равновесия автономной системы.	ОПК-1
28) Фазовый портрет автономной системы в окрестности состояния равновесия.	ОПК-1
29) Линейная классификация состояний равновесия двумерной	ОПК-1

динамической системы.	
30) Существование и единственность решения задачи Коши для линейных и квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка.	ОПК-1

## 5.2.2 Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

### Типовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

#### Задание 1.

Нарисуйте графики двух функций  $y = x^2$  и  $y = \frac{3}{4}x^2 - x - 1$  на одном рисунке. Являются ли эти функции решениями дифференциального уравнения  $\frac{dy}{dx} = 2x + \sqrt{x^2 - y}$ ?

#### Задание 2.

Найти все функции  $y = y(x)$ , удовлетворяющие дифференциальному уравнению  $2xy' = 2x^3 + y^2$ . Найти и нарисовать интегральные кривые, проходящие через точки а)  $(0;1)$  б)  $(\sqrt{2};0)$  в)  $(-1;-1)$ .

#### Задание 3.

Существуют ли у дифференциального уравнения  $(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0$  решения, ограниченные при  $x \rightarrow +\infty$ , неограниченные? Укажите их.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### а) основная литература:

1. Демидович Б.П. и др. Дифференциальные уравнения. СПб.: «Лань», 2008. 288 с.  
Режим доступа: ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com/book/126>
2. Тихонов А.Н. и др. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2002. 256 с.  
Режим доступа: ЭБС «Консультант студента»  
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102773.html>
3. Самойленко А.М. и др. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М.: «Высшая школа», 1989. 382 с. – 30 экз.
4. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. М.: «Наука», 1987. 157 с. – 28 экз.
5. Баутин Н.Н. и др. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: «Наука», 1976. 496 с. – 30 экз.
6. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. Изд. 3-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 240 с. – 30 экз.

### б) дополнительная литература:

1. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Н.Новгород: Издательство Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского, 2007, перевод с английского И.С.Емельяновой. 421 с. – 30 экз.



2. Андронов А.А. и др. Теория колебаний, М.: «Наука», 1981. 568 с. – 30 экз.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982. 331 с. – 30 экз.
4. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Издательство Московского университета, 1984. 295 с. – 30 экз.
5. Камке Э. - Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1976. - 576 с. . – 26 экз.
6. Краснов М.Л. и др. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: «Высшая школа», 1978. 287 с. – 30 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

- 1) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека EqWorld  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>
- 2) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека “Единое окно”  
[http://window.edu.ru/catalog/resources?p\\_rubr=2.2.74.12.49](http://window.edu.ru/catalog/resources?p_rubr=2.2.74.12.49)

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории.

Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ по направлению 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): О.С. Костромина

Заведующий кафедрой:

Программа одобрена на заседании методической комиссии  
ВШОПФ от 30.06.2021, протокол № 3.