

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

Уровень высшего образования
Специалитет

Направление подготовки / специальность
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных
систем»

Направленность образовательной программы

Квалификация (степень)
Специалист

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.12 «Дискретная математика» относится к обязательной части ООП направления подготовки 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-3 Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности.	<i>Знает</i> - основные понятия и методы дискретной математики (ОПК-3.1)	<i>Знает</i> основные понятия и методы дискретной математики.	Собеседование (на зачете и экзамене)
	<i>Умеет</i> - строить и изучать дискретные математические модели для решения расчетных и исследовательских задач; - применять методы дискретной математики для решения расчетных и исследовательских задач анализа дискретных систем (ОПК-3.2)	<i>Умеет</i> - строить и изучать дискретные математические модели для решения расчетных и исследовательских задач; - применять методы дискретной математики для решения расчетных и исследовательских задач анализа дискретных систем.	Контрольная работа, задача (на зачете и экзамене)

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость	6 ЗЕТ	0 ЗЕТ	0 ЗЕТ
Часов по учебному плану	216	0	0
в том числе			
аудиторные занятия (контактная			

работа): - занятия лекционного типа - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	64 48		
самостоятельная работа	65		
КСР	3		
Промежуточная аттестация – экзамен/зачет	36		

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)		В том числе											
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них										Самостоятельная работа обучающегося, часы	
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		Занятия лабораторного типа		Консультации		Всего			
	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная
Тема 1. Введение (метод математической индукции).	10		2		4		0				6		4	
Тема 2. Теория множеств.	23		10		6		0				16		7	
Тема 3. Комбинаторика.	15		5		5		0				10		5	
Тема 4. Алгебра логики.	25		9		8		0				17		8	
Тема 5. Введение в математическую логику (логика высказываний).	16		6		4		0				10		6	
Промежуточная аттестация (контрольная работа)	10				5		0				5		5	
Итоговая аттестация (зачет)	7												7	
Тема 6.	17		9		5		0				14		3	

Начальные понятия теории графов.													
Тема 7. Неориентированные графы с циклами и без циклов.	19		10		6		0				16		3
Тема 8. Ориентированные графы.	9		5		2		0				7		2
Тема 9. Экстремальные задачи и алгоритмы на графах.	14		8		2		0				10		4
Промежуточная аттестация (контрольная работа)	4				1		0				1		3
Итоговая аттестация (экзамен)	47								2		36		11
Итого	216		64		48		0		2		148		68

Практическая подготовка предусматривает: решение и разбор задач, написание контрольных работ.

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа. Промежуточный контроль осуществляется на зачете (в 1-м семестре) и на экзамене (во 2-м семестре).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов направлена на выполнение домашних заданий по темам практических занятий, подготовку к контрольным работам по основным темам изучаемой дисциплины, а также подготовку к зачету (в 1-м семестре) и экзамену (во 2-м семестре) по указанной дисциплине. Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по конспектам лекций и по учебникам, указанным в списке литературы, решении практических задач.

Самостоятельная работа под контролем преподавателя направлена на активизацию познавательной деятельности студента и установлению «обратной связи» между студентом и преподавателем. Текущий контроль выполнения домашних заданий осуществляется преподавателем во время практических занятий.

Цель самостоятельной работы - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
Зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1 Контрольные вопросы по теории к зачету (для оценки сформированности знаний компетенции ОПК-3)

1. Множества. Способы задания множеств. Равные множества. Свойства отношения включения. Сравнимость множеств.
2. Теоретико-множественные операции над множествами: абсолютное и относительное дополнения, объединение, пересечение, симметрическая разность. Их изображения на диаграммах Венна-Эйлера.
3. Основные законы алгебры множеств. Доказательство одного из законов (по выбору преподавателя) с помощью диаграммы Венна.
4. Законы дистрибутивности. Доказательство (по определению операций алгебры множеств, без диаграммы Венна!) одного из них по выбору преподавателя.
5. Законы де Моргана. Доказательство (по определению операций алгебры множеств, без диаграммы Венна!) одного из них по выбору преподавателя.

6. Обобщенные тождества: обобщенная дистрибутивность, обобщенные законы де Моргана (доказательство одного из законов по выбору студента).
7. Мощность множества. Теорема Кантора о несчетности.
8. Подмножества. Разбиения и покрытия. Теорема о мощности булеана.
9. Прямое произведение и его свойства.
10. Теорема о мощности прямого произведения n множеств.
11. Бинарные отношения, их виды и свойства.
12. Функция как частный случай бинарного отношения. Сюръективные, инъективные и биективные отображения.
13. Отношение эквивалентности и отношение порядка. Диаграмма Хассе.
14. Правила суммы и произведения. Перестановки. Сочетания (с повторениями и без повторений). Размещения (с повторениями и без повторений).
15. Число разбиений множества. Теорема о числе упорядоченных блоков разбиений.
16. Полиномиальная формула. Теорема о полиномиальных коэффициентах (без доказательства) и ее применение.
17. Формула включений и исключений.
18. Бином Ньютона.
19. Следствия из бинома Ньютона. Треугольник Паскаля.
20. Свойства биномиальных коэффициентов.
21. Функции алгебры логики, их количество. Существенные и фиктивные переменные. Элементарные булевы функции от одной и двух переменных.
22. Формулы алгебры логики. Суперпозиция булевых функций, порядок действий. Свойства элементарных булевых функций (основные законы алгебры логики).
23. Двойственные функции. Теорема двойственности. Принцип двойственности.
24. Теорема о разложении булевых функций по переменным. СДНФ, СКНФ.
25. Полиномы Жегалкина. Способы их построения.
26. Утверждения о замкнутости классов монотонных функций и функций, сохраняющих константу.
27. Класс самодвойственных функций. Лемма о несамодвойственной функции.
28. Класс монотонных функций. Лемма о немонотонной функции.
29. Класс линейных функций. Лемма о нелинейной функции.
30. Полнота системы булевых функций. Критерий полноты (теорема Поста).
31. Понятие базиса в алгебре логики. Следствие из теоремы Поста о составе базиса.
32. Понятие предполного класса в алгебре логики. Следствие из теоремы Поста о предполных классах.
33. Понятие высказывания. Логические связки. Формулы логики высказываний.
34. Равносильность формул логики высказываний. Основные равносильности.
35. Виды формул логики высказываний. Важнейшие тавтологии.
36. Правильные рассуждения и их схемы. Косвенные методы доказательства. Составление логических формул по высказываниям.
37. Проблема разрешимости в логике высказываний и методы ее решения.
38. Метод редукций проверки тождественной истинности формулы логики высказываний.
39. Логические схемы и их реализация с помощью булевых функций. Синтез сумматора.

5.2.2 Список экзаменационных вопросов по теории (для оценки сформированности знаний компетенции ОПК-3)

1. Краткие сведения из истории возникновения теории графов. Определение графа. Области применения теории графов.
2. Способы задания неориентированных графов.
3. Степени вершин. Основная теорема теории графов и ее следствие. Виды неориентированных графов.
4. Дополнение к графу. Подграфы и их виды. Операции над графами.
5. Маршруты, цепи и циклы в графе. Цикломатическое число. Свойства маршрутов и циклов.
6. Связность графов. Матрица связности (достижимости). Теорема о числе маршрутов в неориентированном графе (*без доказательства*). Критерий связности графа.
7. Теорема об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности.
8. Мосты и разделяющие вершины. Признаки моста. Вершинная и реберная связности. N -связные графы. Следствие из теоремы об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности.
9. Расстояния в графе. Диаметр, радиус и центр графа.
10. Изоморфизм графов. Алгоритм решения задач на определение изоморфных графов.
11. Теоремы о количестве помеченных графов с p вершинами и с p вершинами и q ребрами. Асимптотическая формула Поля для числа непомеченных графов.
12. Теоремы о количестве ребер в связных графах с циклами и без циклов.
13. Неориентированные (свободные) деревья. Кодирование деревьев. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях (*без доказательства*). Количество помеченных деревьев с p вершинами.
14. Основные свойства свободных деревьев.
15. Двудольные графы. Критерий двудольности графа. k -дольные графы.
16. Эйлеровы и полужайлеровы графы. Критерий существования в графе эйлеровой цепи.
17. Леммы для доказательства теоремы Эйлера об эйлеровых графах (критерия эйлеровости графа).
18. Теорема Эйлера об эйлеровых графах (критерий эйлеровости графа). Решение задачи о кенигсбергских мостах.
19. Теорема об оценке числа эйлеровых графов.
20. Гамильтоновы графы. Теорема об оценке числа гамильтоновых графов (*без доказательства*). Задача коммивояжера. Сравнение задач отыскания эйлеровых и гамильтоновых циклов.
21. Теорема Дирака (достаточное условие гамильтоновости графа).
22. Достаточные условия гамильтоновости графа (теоремы Оре и Хватала – *без доказательства*), необходимое условие гамильтоновости графа (о разделяющих вершинах графа).
23. Планырные графы. Подразбиение и стягивание ребер. Теоремы Понтрягина-Куратовского и Вагнера (*без доказательства*). Теорема об оценке числа планырных графов (*без доказательства*).
24. Теорема о количестве граней связного планырного графа.
25. Следствия из теоремы о количестве граней связного планырного графа.
26. Вершинная и реберная раскраски графов. Хроматическое число и хроматический индекс, их оценки.
27. Проблема четырех красок. История ее возникновения и решения.
28. Теорема о 5 красках.
29. Ориентированные графы и их виды. Основная теорема теории графов для орграфов. Связь с бинарными отношениями.

30. Способы задания ориентированных графов.
31. Маршруты, пути и контуры в орграфе. Свойства путей и контуров. Теорема о числе ориентированных маршрутов в орграфе (без доказательства). Критерий существования контура в орграфе.
32. Связность орграфов и ее виды. Компоненты сильной связности орграфа. Конденсация орграфа.
33. Теорема о вычислении матриц достижимости и сильной связности (без доказательства). Алгоритм выделения компонент сильной связности в орграфе.
34. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Их сравнительный анализ и области применения. Свойства ориентированных деревьев (без доказательства).
35. Независимое множество вершин. Вершинное число независимости и его оценки. Алгоритм построения независимого множества вершин. Понятие клики графа. Взаимосвязь задач о клике и о независимом множестве вершин.
36. Независимое множество ребер (паросочетание). Реберное число независимости. Построение наибольшего паросочетания методом чередующихся цепей.
37. Покрывающие множества вершин и ребер. Теоремы о связи чисел независимости и покрытий в общем случае и для двудольного графа (без доказательства).
38. Обходы графов. Алгоритмы поиска в ширину и глубину. Теорема о поисках в ширину и глубину.
39. Алгоритм поиска минимального маршрута в ненагруженном (ор)графе.
40. Алгоритмы выделения эйлерова цикла и эйлеровой цепи в связном мультиграфе.
41. Построение остова минимального веса. Алгоритмы Прима и Краскала.
42. Задача о нахождении минимального маршрута в нагруженном орграфе. Алгоритм Дейкстры.

5.2.3. Примеры практических заданий для зачета (для оценки сформированности умений и навыков компетенции ОПК-3)

1. Докажите, что для всех натуральных n верно равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

2. Докажите, что для всех натуральных n верно неравенство: $4^n \geq 3^n + n^2$.

3. Доказать, что для всех натуральных n справедливо утверждение:

$7^{n+1} + 8^{2n-1}$ делится без остатка на 19.

4. Числовая последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ задана условиями: $a_1 = \frac{14}{3}$,

$$a_{n+1} = \frac{1}{3}(27a_n + 32). \text{ Докажите, что } a_n = \frac{2}{3}(9^n - 2), \text{ где } n \in \mathbf{N}.$$

5. Проверьте на диаграмме Венна, выполняется ли тождество: $(A \cap B) \otimes C = (A \otimes C) \cap (B \otimes C)$?

6. Упростите выражение с помощью законов алгебры множеств:

$$(A \cap B) \cup (\overline{A \cup C}) \cup (A \setminus B).$$

7. Составьте матрицу для заданного на множестве X бинарного отношения ρ . Является ли ρ отношением эквивалентности или порядка (полного или частичного? строгого или нестрогого)? Найдите ρ^{-1} и $\rho \circ \rho^{-1}$. Какова мощность булеана 2^X ?

$$X=\{1, 3, 4, 6, 7\}, \quad \rho = \{\langle a, b \rangle, a, b \in X \mid a - b - \text{четное число}\}.$$

8. Даны 2 множества: $A=\{1; 2\}$, $B=\{5; 6; 7\}$.

а) Составьте множества $B \times A$ и $2^A \times B$.

б) Какова мощность множества $A \times 2^B \times B$?

Выпишите любые 4 элемента этого множества.

в) Из каких элементов состоит заданное на множестве $B \times A$ бинарное отношение $\rho = \{\langle b, a \rangle, a \in A, b \in B \mid b - a - \text{простое число}\}$?

Постройте матрицу такого отношения. Найдите D_ρ и E_ρ .

9. Бинарные отношения ρ_1 и ρ_2 заданы матрицами. Постройте матрицу композиции $\rho_1 \circ \rho_2$.

$$\| \rho_1 \| = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 6 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \quad \| \rho_2 \| = \begin{array}{c|cccc} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Является ли отношение $\rho_1 \circ \rho_2$ рефлексивным, симметричным, транзитивным?

Составьте $(\rho_1 \circ \rho_2)^{-1}$.

10. Из букв разрезной азбуки составлено слово МАТЕМАТИКА. Затем все буквы этого слова перевернули лицевой стороной вниз и перемешали. Наудачу последовательно извлекают из них 4 буквы. В скольких вариантах взятые 4 буквы с учетом перестановок могут образовать слово ТЕМА?

11. Десять групп занимаются в десяти расположенных подряд аудиториях. Сколько существует вариантов расписания, при которых группы №1 и №2 находились бы в соседних аудиториях?

12. В копилке хранятся 30 монет достоинством 1, 2 и 5 рублей. Сколько существует различных комбинаций монет (например, 3 монеты по 1 рублю, 17 монет по 2 рубля и 10 монет по 5 рублей)?

13. 7 яблок и 3 груши надо положить в 2 пакета так, чтобы в каждом пакете была хотя бы 1 груша (сами пакеты считаются неразличимыми), и количество фруктов в них было одинаковым. Сколькими способами это можно сделать?

14. За последние 2 года из 150 артистов московского цирка на гастролях в Лондоне побывали 42 человека, в Париже – 56 человек, в Риме – 48 человек. Во всех трех вышеназванных городах не побывал никто. Сколько артистов не побывали ни в одном из этих городов, если 2 города посетило 40 человек?

15. Сколько различных перестановок можно образовать из букв слова “КОЛОКОЛ”?

16. Составьте СДНФ и полином Жегалкина для формулы $(x \sim y) \vee ((\bar{x} \rightarrow z) \& \bar{y})$.

17. Докажите рассуждениями или с помощью законов логики высказываний равносильность $(A \sim B) \rightarrow ((A \vee C) \& (B \vee C)) \equiv A \vee B \vee C$

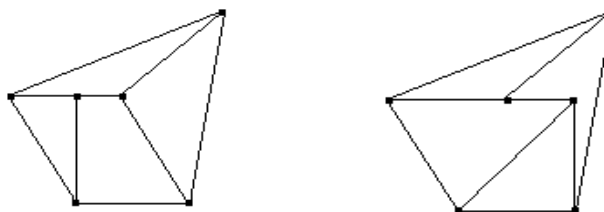
18. Докажите или опровергните рассуждениями тождественную истинность формулы

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)).$$

19. Пусть A , B и C – жители острова, обитатели которого относятся либо к “рыцарям”, всегда говорящим только правду, либо к “лжецам”, изрекающим только ложь. B говорит: “Неверно, что A и C – рыцари”. C говорит: “Если A – рыцарь, то B тоже рыцарь”. Кто A , кто B и кто C ?

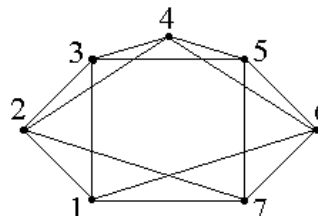
5.2.4. Примеры практических заданий для экзамена (для оценки сформированности умений и навыков компетенции ОПК-3)

1. Докажите, что в любом графе найдутся, по крайней мере, две вершины одинаковой степени.
2. В доме отдыха 35 корпусов. Электрик решил соединить телефонными проводами каждый корпус ровно с пятью другими. Возможно ли такое соединение?
3. Изоморфны ли данные графы?
Ответ обоснуйте.



4. Сколько существует попарно неизоморфных графов с 16 вершинами и 117 ребрами?
5. Докажите, что если в графе G с p вершинами ($p > 3$) число ребер равно $C_{p-1}^2 + 2$, то этот граф гамильтонов.
6. Существуют ли в полном двудольном графе $K_{3,3}$ эйлеров цикл, гамильтонов цикл, эйлерова цепь, гамильтонова цепь? Укажите их или докажите их отсутствие.
7. Докажите, что в любом планарном графе существует вершина, степень которой не больше 5.
8. У графа G с p вершинами ($p \geq 3$) только 1 пара вершин не соединена ребром (все остальные вершины смежные). При каком p граф G является планарным?

9. Найдите хроматическое число и хроматический индекс следующего графа:



10. Определите, имеет ли контур орграф D с матрицей смежности:

Выясните, является ли этот орграф слабо связным, односторонне связным или сильно связным. Составьте для него матрицы достижимости и сильной связности.

$$A(D) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

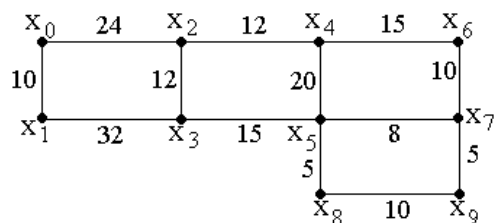
11. Пользуясь соответствующим алгоритмом, найдите эйлеров цикл или эйлерову цепь в мультиграфе G , заданном матрицей смежности:

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

12. Пользуясь соответствующим алгоритмом, найдите эйлеров цикл или эйлерову цепь в мультиграфе H , заданном матрицей смежности.

$$A(H) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

13. Пользуясь алгоритмами Прима или Краскала, построить остов минимального веса для графа:



14. Пользуясь алгоритмом Дейкстры, определите минимальный путь из v_1 в v_6 в нагруженном орграфе, заданном матрицей весов.

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
v_1	0	4	∞	12	∞	∞
v_2	∞	0	2	∞	5	10
v_3	3	∞	0	3	∞	∞
v_4	∞	∞	∞	0	1	∞
v_5	∞	∞	∞	∞	0	2
v_6	∞	∞	7	∞	∞	0

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

- Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Учебник для вузов. 3-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с.

2. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженеров. М.: Энергоатомиздат, 1988. 2-е изд., переработанное и дополненное. – 480 с.
3. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики: Учеб. пособие. - М.: Изд-во МАИ, 1992. – 264 с.
4. Павлов И.С., Харчева А.А. Сборник задач по дискретной математике // Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017, 52 с.
5. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. – М.: Наука, 1990.

б) дополнительная литература:

1. Евстигнеев В.А. Применение теории графов в программировании. - М.: Наука, 1985.
2. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. - М.: Наука, 1977.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

<http://www.intuit.ru/studies/courses/13859/1256/info>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для обучения студентов названной дисциплине имеются в наличии: специальные кабинеты, оборудованные мультимедийными средствами обучения; компьютерные классы, где имеется возможность выхода в Интернет; присутствует полный комплект лицензионного обеспечения, необходимый для работы компьютерных программ.

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета от «09» декабря 2021 года, протокол № 07/21.

Автор - _____ Павлов И.С.

Заведующий кафедрой _____ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от «25» мая 2023 года, протокол № 04/23.