

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики  
*(факультет / институт / филиал)*

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол №13 от 30.11.2022 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Вычислительные методы и алгоритмы в задачах  
управления

---

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

---

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

Инженерия программного обеспечения

---

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

очная

---

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород  
2023 год

# 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина *Б1.В.ДВ.01.03 Вычислительные методы и алгоритмы в задачах управления* относится к части ООП направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) <b>ПК-3</b> Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
	<b>ПК-3.1:</b> Знает методы анализа и исследования математических моделей в области фундаментальной информатики и информационных технологий;	<b>Знать:</b> <i>постановку задач оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, формулировки необходимых условий оптимальности для различных типов задач.</i> <b>Знать:</b> <i>понятия и утверждения дисциплины «Вычислительные методы и алгоритмы в задачах управления»:</i> 1. Понятие о динамической системе. Фазовое пространство. Фазовые траектории. 2. Устойчивость решения дифференциального уравнения по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Экспоненциальная устойчивость. 3. Прямой метод Ляпунова исследования систем на устойчивость Теоремы Ляпунова об устойчивости. 4. Устойчивость линейных стационарных систем.	<i>Собеседование</i>

	<p>Критерий Рауса-Гурвица. Частотные критерии устойчивости.</p> <p>5. Устойчивость систем по первому приближению. Матричное уравнение Ляпунова.</p> <p>6. Постановка задач оптимального управления. Программное управление. Синтез управления.</p> <p>7. Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа. Функция Гамильтона. Условия трансверсальности.</p> <p>8. Необходимые условия оптимальности в общей задаче. Метод множителей Лагранжа.</p> <p>9. Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы. Матричное уравнение Риккати.</p> <p>10. Принцип максимума как необходимое условие оптимальности.</p> <p>11. Задачи с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные.</p> <p>12. Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления.</p> <p>13. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений.</p> <p>14. Принцип оптимальности Беллмана.</p> <p>15. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана.</p> <p>16. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени.</p> <p>17. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации.</p> <p>18. Стационарная линейно-</p>	
--	--	--

		<p>квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати.</p> <p>19. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности.</p> <p>20. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий.</p> <p>21. Метод Крылова и Черноустько.</p>	
	<p><b>ПК-3.2:</b> Умеет определять ключевые свойства и ограничения системы</p>	<p><b>Уметь:</b> использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Вычислительные методы и алгоритмы в задачах управления»:</p> <p>1. Записывать необходимые условия оптимальности для задач оптимального управления.</p> <p>2. Находить оптимальное управление в линейно- квадратичной задаче, используя матричное уравнение Риккати.</p> <p>3. Записывать условия оптимальности, используя метод динамического программирования Беллмана.</p> <p>4. Решать задачу синтеза оптимальных быстрых действий для линейных систем второго порядка.</p> <p><b>Уметь:</b> 1. Приобретать новые научные и профессиональные знания для решения задач оптимального управления, используя современные образовательные и информационные технологии;</p> <p>2. Искать информацию о научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников</p> <p>3. Уметь анализировать и выбирать современные технологии и методики выполнения работ по реализации информационной системы</p> <p>4. Собирать, обрабатывать и</p>	Задача

		<p><i>интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования подходов, решений и выводов по соответствующим научным и профессиональным проблемам</i></p> <p><b>Уметь:</b></p> <p><i>доказывать ранее изученные математические утверждения</i></p> <p><b>Уметь:</b></p> <p><i>проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним.</i></p> <p><i>Уметь пользоваться навыками ведения аналитической деятельности</i></p>	
--	--	---	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>3 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>в том числе</b>	
<b>контактная работа:</b>	<b>33</b>
- занятия лекционного типа	<b>32</b>
- текущий контроль (КСР)	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>75</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них	Самостоятел

		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего контактны х часов	
<b>1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ</b>  1.1. Понятие о динамической системе. Фазовое пространство. Фазовые траектории. Примеры динамических систем, описываемые дифференциальными уравнениями в обыкновенных и частных производных. Примеры конечномерных и бесконечномерных фазовых пространств. 1.2. Устойчивость решения дифференциального уравнения по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. 1.3. Прямой метод Ляпунова исследования систем на устойчивость Теоремы Ляпунова об устойчивости. 1.4. Примеры исследования динамических систем на устойчивость.	7	2			2	5
<b>2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ</b>  2.1. Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса-Гурвица. Частотные критерии устойчивости. 2.2. Устойчивость систем по первому приближению. 2.3. Обзор численных методов исследования на устойчивость линейных систем.	14	4			4	10
<b>3. ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ</b>  3.1. Математические модели управляемых систем. Постановка задач оптимального управления. Программное управление. Синтез управления.  3.2. Понятие о численном решении дифференциального уравнения. Разностная аппроксимация дифференциального уравнения. Обзор численных методов решения дифференциальных уравнений.	14	4			4	10
<b>4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ</b>  4.1. Постановка задач оптимального управления. Связь с задачами вариационного исчисления. 4.2. Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа. Функция Гамильтона. Условия трансверсальности. 4.3. Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы. Матричное уравнение Риккати. Численные методы решения дифференциального уравнения Риккати.	14	4			4	10
<b>5. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ</b>	14	4			4	10

5.1. Особенности задач оптимального управления с ограничениями на функцию управления. 5.2. Принцип максимума как необходимое условие оптимальности. 5.3 Задачи с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные. 5.4. Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления. 5.5. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений. 5.6. Теорема Фельдбаума о числе переключений. Условие общности положения. 5.7. Численные методы и алгоритмы решения задач оптимального быстродействия.						
<b>6. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ</b> 4.1. Общая классификация численных методов решения задач оптимального управления. 4.2. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности. 4.3. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий. 4.4. Метод Крылова и Черноусько. 4.5. Методы, использующие функции штрафа. 4.6. Численное решение задач оптимального быстродействия. 4.7. Методы теории возмущений. 4.8. Прямые методы решения задач оптимального управления. Конечномерные аналоги задач. Сведение к задаче нелинейного программирования. 4.9. Метод локальных вариаций. 4.10. Проблемы устойчивости численных методов. 4.11. Численные методы решения задач на бесконечном интервале времени.	18	8			8	10
<b>7. МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ</b> 2.1. Принцип оптимальности Беллмана. 2.2. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана. 2.3. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени. 2.4. Численные методы и алгоритмы решения уравнения Беллмана.	14	4			4	10
<b>8. ОПТИМАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ</b> 3.1. Постановка задачи о стабилизации системы. 3.2. Управляемость линейных систем. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации. 3.3. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати. 3.4. Численные методы и алгоритмы решения алгебраического уравнения Риккати.	12	2			2	10
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация –зачет						
Итого	108	32			33	75

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях лекционного типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания (далее – ПКЗ), включающих одну или несколько задач (вопросов) в виде краткой формулировки действий (комплекса действий), которые следует выполнить, или описание результата, который нужно получить.

По сложности ПКЗ разделяются на простые и комплексные задания.

Простые ПКЗ предполагают решение в одно или два действия. К ним можно отнести: простые ситуационные задачи с коротким ответом или простым действием; несложные задания по выполнению конкретных действий. Простые задания применяются для оценки умений. Комплексные задания требуют многоходовых решений как в типичной, так и в нестандартной ситуациях. Это задания в открытой форме, требующие поэтапного решения и развернутого ответа, в т.ч. задания на индивидуальное или коллективное выполнение проектов, на выполнение практических домашних практических работ. Комплексные практические задания применяются для оценки владений.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов



			полном объеме.	объеме, но некоторые с недочетами.	недочетами.	все задания в полном объеме.	
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
Понятие о динамической системе. Фазовое пространство. Фазовые траектории. Примеры динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями в обыкновенных и частных производных.	ПК-3
Устойчивость решения дифференциального уравнения по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Экспоненциальная устойчивость.	ПК-3

Теоремы Ляпунова об устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости.	ПК-3
Теорема Барбашина-Красовского. Устойчивость по части переменных. Теорема Румянцева об устойчивости по части переменных.	ПК-3
Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса-Гурвица. Частотные критерии устойчивости.	ПК-3
Устойчивость систем с периодическим изменением параметров.	ПК-3
Устойчивость систем по первому приближению. Матричное уравнение Ляпунова.	ПК-3
Математические модели управляемых систем. Постановка задач оптимального управления. Программное управление. Синтез управления.	ПК-3
Необходимые условия оптимальности в задачах Майера и Лагранжа. Функционалы Гамильтона. Условия трансверсальности.	ПК-3
Необходимые условия оптимальности в общей задаче. Метод множителей Лагранжа.	ПК-3
Линейно-квадратичная задача. Оптимальное управление в форме обратной связи по состоянию системы. Матричное уравнение Риккати.	ПК-3

### 5.2.2 Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-3

Задачи

1. Построение функций Ляпунова для анализа устойчивости (неустойчивости) тривиального решения систем дифференциальных уравнений.
2. Применение теоремы Барбашина-Красовского к анализу устойчивости тривиального решения систем дифференциальных уравнений.
3. Применение теоремы Румянцева к анализу устойчивости решений дифференциальных уравнений по части переменных.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература

1. Неймарк Ю.И. Математические модели в естествознании и технике. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2004. 401 с. (161 экз.)
2. Неймарк Ю.И. Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1978.- 336 с.(36 экз.)
3. Баландин Д.В., Коган М.М. Использование LMI toolbox пакета Matlab в синтезе законов управления. Учебно-методические материалы по программе повышения квалификации «Информационные технологии и компьютерная математика». ННГУ, 2006. <http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=5&posdate=2006>

### б) Дополнительная литература

1. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>
2. Акуленко Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления. М.: Наука, 1987 <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор д.ф-м.н., проф.Баландин Д.В.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.В. Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики 30.11.2022 года, протокол № 3