

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал ННГУ - Факультет естественных и математических наук

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Элементы проективной и дифференциальной геометрии

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

44.03.01 - Педагогическое образование

---

Направленность образовательной программы

Математика

---

Форма обучения

очно-заочная

---

г. Арзамас

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.06 Элементы проективной и дифференциальной геометрии относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач. ИУК-1.2: Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к профессиональной области. ИУК-1.3: Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач.	ИУК-1.1: Знать принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач в области геометрии  ИУК-1.2: Уметь Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к различным разделам геометрии  ИУК-1.3: Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач различных разделов геометрии	Практическое задание Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы
ПКР-4: Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические	ИПКР-4.1: Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых	ИПКР-4.1: Знать основные понятия, базовые идеи и строгие	Практическое задание Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач. ИПКР-4.2: Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний. ИПКР-4.3: Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.	доказательства топологии и дифференциальной геометрии; основные математические структуры и аксиоматический метод; место изучаемого в учебной дисциплине материала в структуре и содержании школьного курса геометрии.  ИПКР-4.2: Уметь анализировать и применять теоретические знания к решению задач по топологии и дифференциальной геометрии; применять идеи и методы курса высшей геометрии при доказательстве теорем и решении задач школьного курса математики; реализовывать методы геометрических рассуждений на основе общих методов научного исследования.  ИПКР-4.3: приемами аналитико-синтетической деятельности при доказательстве теорем и решении задач по топологии и дифференциальной геометрии; приемами логического и алгоритмического мышления.		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очно-заочная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>4</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	14
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	22

- КСР	2
самостоятельная работа	70
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о з ф о	о з ф о	о з ф о	о з ф о	о з ф о
Тема 1. Основные факты проективной геометрии.	22	4	4	8	14
Тема 2. Проективная теория линий второго порядка.	20	2	4	6	14
Тема 3. Элементы топологии	20	2	4	6	14
Тема 4. Дифференциальная геометрия. Линии в евклидовом пространстве.	24	4	6	10	14
Тема 5. Дифференциальная геометрия. Поверхности в евклидовом пространстве.	20	2	4	6	14
Аттестация	36				
КСР	2				2
Итого	144	14	22	38	70

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Основные факты проективной геометрии.

Аксиомы проективного пространства. Модели проективной прямой и проективной плоскости.

Проективные координаты. Принцип двойственности. Теорема Дезарга. Проективные преобразования.

Коллинеации, их аналитическое выражение и свойства. Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии.

Двойное отношение и его свойства. Полный четырехвершинник. Гармонические четверки точек и прямых, их построение и применение к решению задач.

Тема 2. Проективная теория линий второго порядка.

Линии второго порядка на проективной плоскости. Полнос и поляра, их свойства.

Конструктивные теоремы, их приложения к решению задач школьного курса геометрии.

Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой. Евклидова геометрия с проективной точки зрения.

Тема 3. Элементы топологии.

Метрические пространства. Топологические пространства. Топология, индуцируемая метрикой.

Внутренние, внешние и граничные точки, граница множества. Замкнутые множества. Примеры.

Гомеоморфизм. Предмет топологии. Отделимость, связность, компактность.

Топологические многообразия, примеры. Клеточное разбиение и Эйлера характеристика двумерного многообразия. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости. Классификация компактных двумерных многообразий.

Теорема Эйлера для многогранников.

Тема 4. Дифференциальная геометрия. Линии в евклидовом пространстве.

Понятие линии и гладкой кривой. Касательная. Длина дуги кривой. Сопровождающий трехгранник кривой. Кривизна и кручение кривой. Формулы Френе. Плоские кривые.

Тема 5. Дифференциальная геометрия. Поверхности в евклидовом пространстве.

Понятие поверхности. Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль.

Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности; угол между кривыми на поверхности.

Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна.

Индикатриса Дюпена. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности. Поверхности постоянной кривизны.

Внутренняя геометрия поверхности. Понятие о геодезических линиях. Дефект геодезического треугольника.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Геометрия 4, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=3124>.

Иные учебно-методические материалы:

Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу, адреса доступа к документам:

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

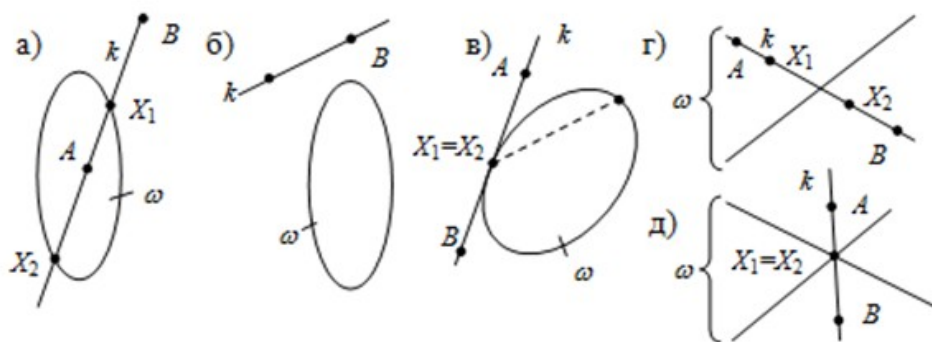
[https://arz.unn.ru/pdf/Metod\\_all\\_all.pdf](https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf)

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

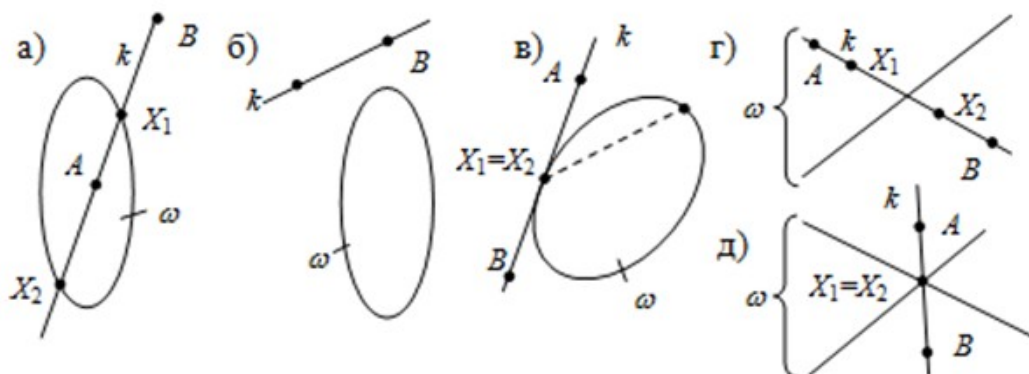
**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

На каких из представленных рисунках прямая является касательной к кривой



На каких из представленных рисунков прямая  $k$  принадлежит кривой  $\omega$



1. Для линии  $x = \frac{t^3 - 1}{t}$ ,  $y = \frac{t+1}{t^2}$ ,  $z = t^3 + 1$  найти единичные векторы касательной, бинормали, главной нормали, вывести уравнения главной нормали и соприкасающейся плоскости в точке  $M(2,0,0)$ .
2. Дана линия  $x - y^3 - 1 = 0$ ,  $y^2 + z + 2 = 0$ . Вывести уравнения касательной прямой, бинормали, главной нормали и спрямляющей плоскости, вычислить кривизну и кручение в точке  $P(2,1,-3)$ .

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

1. Пусть  $A, B, C, D$  – четыре точки одной прямой. Можно говорить, что пара точек  $A, B$  разделяет пару точек  $C, D$  при условии, что
  1.  $(AB, CD) > 0$ ;
  2.  $(AB, C) = (AB, D)$ ;
  3.  $(AB, CD) < 0$ ;
  4.  $(AB, CD) = (AB, C) + (AB, D)$ .

2. На расширенной прямой  $d$  задан проективный репер  $R(A_1, A_2, E)$ ,  $A_1, A_2$ -собственные точки прямой  $d$ ,  $E$ - середина отрезка  $[A_1, A_2]$ . Несобственная точка  $X_\infty$ , принадлежащая  $d$ , в репере  $R$  имеет координаты

1.  $X_\infty(1;1)$ ;
2.  $X_\infty(-1;1)$ ;
3.  $X_\infty(2;-1)$ ;
4.  $X_\infty(1;-2)$ .

3. Доказать, что линия  $x=t^2-3t+7, y=-9t+1, z=2t^2+3t$  плоская и найти плоскость, в которой она лежит.

4. На поверхности  $x=u^2+v^2, y=u^2-v^2, z=uv$  заданы линии  $l: u-v=0$  и  $m: v+1=0$ . Вычислить величину угла между этими линиями. Вычислить полную и среднюю кривизны поверхности в произвольной точке.

5. Дана поверхность  $\Phi: x-y^2-z^2=0$ . Вывести уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке  $M(2,1,1)$ . Вычислить основные квадратичные формы поверхности. Вычислить нормальную кривизну линии  $l: \begin{cases} y-z-1=0 \\ x-2z^2-2z-1=0 \end{cases}$  в точке  $P(1,0,-1)$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	выполненные задания содержательно полностью соответствуют поставленным вопросам на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две – три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя. Оформление задания полностью соответствует требуемому шаблону.
не зачтено	выполненные задания содержательно не соответствуют поставленным вопросам. Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя. Оформление задания не соответствует требуемому шаблону.

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1.	На расширенной плоскости $\bar{\pi}$ задана проективная система координат $\{A_1, A_2, A_3, E\}$ . Построить точку $M(-7, 21, 14)$ .
2.	На расширенной плоскости $\bar{\pi}$ задана проективная система координат $\{A_1, A_2, A_3, E\}$ . Написать уравнение проективной прямой, проходящей через точки $A(2, -1, 0)$ и $B(0, 1, 0)$ .
3.	На расширенной плоскости $\bar{\pi}$ задана проективная система координат $\{A_1, A_2, A_3, E\}$ . Построить прямую $x_1 + \frac{1}{3}x_2 - x_3 = 0$ .
4.	На проективной прямой даны точки $A, B, C$ . Построить на этой прямой точку $D$ так, чтобы $(AB, CD) = 2$ .
5.	Найти формулы проективного преобразования прямой по трем парам соответствующих точек $A(1, 1) \rightarrow A'(1, 2), B(1, 0) \rightarrow B'(2, 1), C(1, -1) \rightarrow C'(1, 0)$ .
6.	Найти уравнение касательной к кривой второго порядка $x_2^2 + 2x_3^2 - x_1x_2 - 5x_2x_3 = 0$ в ее точке $A(1, 1, 0)$ .
7.	Дана кривая второго порядка $G$ и точка $A$ . Построить касательную к линии $G$ , проходящую через точку $A$ , если $A \in G$ .

#### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

$$\vec{r} = \frac{1}{t} \vec{i} - \ln t^2 \vec{j} - t^2 \vec{k}$$

1. Для линии вывести уравнения касательной прямой, бинормали, нормальной и соприкасающейся плоскостей в точке  $M(1, 0, -1)$ . Вычислить кривизну и кручение данной линии в этой же точке  $M$ .

2. Дана линия  $l: \begin{cases} 2xy^2 - 1 = 0 \\ y^3 + z - 2 = 0 \end{cases}$ . Вычислить единичные векторы касательной, бинормали, главной нормали, вывести уравнение главной нормали и спрямляющей плоскости в точке  $P(\frac{1}{2}, -1, 3)$ .

3. Доказать, что линия  $x - z^2 + 1 = 0, y - z^2 - z - 3 = 0$  плоская и найти плоскость, в которой она лежит.

4. Для поверхности  $x^3 - x^2z^2 + y + 2 = 0$  найти касательную плоскость и нормаль в точке

$M(1, 1, 2)$ . Вычислить нормальную кривизну линии  $l: \begin{cases} x - z^2 = 0 \\ y + 2 = 0 \end{cases}$  в точке  $P(1, -2, 1)$ .

5. Дана поверхность  $\Phi: x = (1 + u) \cos v, y = (1 + u) \sin v, z = u^2$ , вычислить полную и среднюю кривизны поверхности в произвольной точке. Определить величину угла между линиями  $l: u + v = 0$  и  $m: u - v = 0$  на этой поверхности.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)



Оценка	Критерии оценивания
зачтено	выполненные задания содержательно полностью соответствуют поставленным вопросам на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две – три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя. Оформление задания полностью соответствует требуемому шаблону.
не зачтено	выполненные задания содержательно не соответствуют поставленным вопросам. Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя. Оформление задания не соответствует требуемому шаблону.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено		
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

		дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Проективное пространство. Модели проективной прямой.
2. Проективное пространство. Модели проективной плоскости.
3. Свойства проективной плоскости. Принцип двойственности.
4. Координаты на проективной прямой.
5. Координаты на проективной плоскости.
6. Уравнение прямой на проективной плоскости.
7. Топологические пространства. Примеры.
8. Определения внутренних, внешних, граничных точек. Замкнутые множества. Теорема о множестве состоящем из внутренних точек.
9. Замкнутые множества. Теорема о замыкании замкнутого множества.
10. Непрерывность и гомеоморфизм. Примеры.
11. Отделимость. Компактность. Связность. Примеры.
12. Метрические пространства.
13. Топологические многообразия. Примеры топологических многообразий.
14. Клеточное разбиение и ориентация топологического многообразия.
15. Эйлерова характеристика топологического многообразия и её инвариантность относительно способа клеточного разбиения. Эйлеровы характеристики гомеоморфных многообразий.
16. Теорема Эйлера для многогранников нулевого рода. Существование пяти типов топологически правильных многогранников нулевого рода.
17. Классификация двумерных топологических многообразий.
18. Топологические свойства проективной плоскости.
19. Вложение и погружение множеств. Примеры.

#### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

1. Проективные отображения и преобразования.
2. Формулы проективных преобразований прямой и плоскости.
3. Коллинеации и их свойства.
4. Теорема Дезарга.
5. Перспективные отображения и их связь с проективными.
6. Двойное отношение 4-х точек и 4-х прямых, свойства двойного отношения.
7. Гармонические четверки. Полный 4-х вершинник.
8. Кривые второго порядка и их классификация на проективной плоскости.
9. Понятие касательной к кривой второго порядка. Теорема об особых точках кривой.
10. Полюса и поляры. Построение поляры данной точки и полюса данной прямой.
11. Свойства полюсов и поляра. Автополярные треугольники.

12. Теоремы Паппа-Паскаля и Брианшона. Их предельные случаи
13. Векторная функция скалярного аргумента и её дифференцирование.
14. Теорема о векторе постоянного модуля.
15. Понятие кривой, гладкие кривые. Примеры.
16. Касательные к кривой.
17. Длина дуги кривой. Теорема о независимости длины дуги кривой от способа параметризации.
18. Сопровождающий трехгранник кривой.
19. Формулы Френе. Кручение кривой.
20. Вычисление кривизны и кручения при обычной параметризации.
21. Взаимное расположение кривой и плоскости.
22. Строение кривой вблизи данной точки.
23. Кривые нулевой кривизны. Кривые нулевого кручения.
24. Понятие поверхности. Гладкие поверхности.  $U$  и  $V$ – линии на поверхности.
25. Касательная плоскость к поверхности. Нормаль к поверхности.
26. Первая квадратичная форма и ее применение к решению задач.
27. Вторая квадратичная форма. Нормальная кривизна линии лежащей на поверхности.
28. Индикатриса Дюпена. Классификация точек поверхности.
29. Главные направления и главные кривизны. Формула Эйлера.
30. Теорема Родрига.
31. Определение главных кривизн при произвольном выборе координатных линий. Полная и средняя кривизна поверхности.
32. Полная кривизна поверхности вращения.
33. Поверхности вращения постоянной кривизны.
34. Внутренняя геометрия поверхности. Геодезические линии. Сумма углов геодезического треугольника.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент готов самостоятельно решать стандартные и нестандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
хорошо	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент готов самостоятельно решать только различные стандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
удовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует в целом требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент способен решать лишь минимум стандартных профессиональных задач в предметной области дисциплины в

Оценка	Критерии оценивания
	соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
неудовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций не соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент не готов решать профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Шелепин А. Л. Дифференциальная геометрия : учебное пособие / Шелепин А. Л. - Москва : РТУ МИРЭА, 2024. - 98 с. - Книга из коллекции РТУ МИРЭА - Математика. - ISBN 978-5-7339-2108-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=896925&idb=0>.
2. Воловиков А. Ю. Дифференциальная геометрия. Контрольные задания: Сборник задач / Воловиков А. Ю., Шелепин А. Л. - Москва : РТУ МИРЭА, 2021. - 27 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции РТУ МИРЭА - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=757535&idb=0>.
3. Крум Е. В. Проективная геометрия : учебное пособие для вузов / Крум Е. В. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 160 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-47804-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=926888&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Павлов Е. А. Дифференциальная геометрия в упражнениях и задачах / Павлов Е. А., Рудницкий О. И. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 76 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9493-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783963&idb=0>.
2. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия / Киреев И.В., Кнауб Л.В., Левчук Д.В., Нужин Я.Н. - Москва : СФУ, 2017., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=655939&idb=0>.
3. Львова Л. В. Проективная геометрия : учебное пособие / Львова Л. В. - 2-е изд., доп. - Барнаул : АлтГПУ, 2017. - 182 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции АлтГПУ - Математика. - ISBN 978-5-88210-858-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=745096&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы  
Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная  
информационно-аналитическая система. Адрес доступа: [http://elibrary.ru/project\\_risc.asp](http://elibrary.ru/project_risc.asp)

ARTS AND HUMANITIES CITATION INDEX - база журналов по гуманитарным наукам. Глубина  
архива – 1975 г.

Свободно распространяемое программное обеспечение:  
программное обеспечение LibreOffice;  
программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:  
Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>  
Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>  
Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>  
Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>  
Фундаментальная библиотека ННГУ [www.lib.unn.ru/](http://www.lib.unn.ru/)  
Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: [lib.arz.unn.ru](http://lib.arz.unn.ru)

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского»  
<https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации»  
<https://online.edu.ru/public/promo>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 44.03.01 - Педагогическое образование.

Автор(ы): Атрощенко Светлана Аскольдовна, кандидат педагогических наук, доцент.

Рецензент(ы): Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук.

Заведующий кафедрой: Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 27.11.2024 г., протокол № №9.