

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория дискретных функций**

Уровень высшего образования  
**Специалитет**

Направление подготовки  
**01.05.01 Фундаментальные математика и механика**

---

Направленность образовательной программы  
**Фундаментальная механика и приложения**

---

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Квалификация (степень)  
**специалист**

Форма обучения  
**очная**

Нижний Новгород  
2023

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы                              | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД  |
|------------|---|--|
| 2          | Блок 1. Дисциплины (модули)<br>Часть, формируемая участниками образовательных отношений | Дисциплина Б1.В.ДВ.03.02, «Теория дискретных функций» относится к части ООП специальность 01.05.01 Фундаментальная математика и механика, формируемой участниками образовательных отношений. |

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции<br>(код, содержание компетенции)  | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции   |  | Наименование оценочного средства  |
|---|---|--|-----------------------------------|
|   | Индикатор достижения компетенции<br>(код, содержание индикатора)  | Результаты обучения по дисциплине  |                                   |
| ПК-6. Владение навыками самостоятельного анализа поставленной задачи, выбора корректного метода ее решения, построения алгоритма и его реализации | <p>ПК-6.1. Умеет самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его.</p> <p>ПК-6.2. Владеет навыками решения практических задач, анализа результатов решения.</p> | <p><i>Умения:</i> представлять булевы функции, функции k-значной логики в различных формах (ДНФ, КНФ, АНФ), переходить от одной формы представления к другой, устанавливать полноту системы булевых функций, функций k-значной логики.</p> <p><i>Владения:</i> основными методами эквивалентных преобразований формул булевых функций, функций k-значной логики.</p> | Собеседование, контрольные работы |

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

|  | Очная форма обучения |
|--|----------------------|
| <b>Общая трудоемкость</b>                      | <b>3 ЗЕТ</b>         |
| <b>Часов по учебному плану</b>                 | <b>108</b>           |
| <b>в том числе</b>                             |                      |
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b> | <b>65</b>            |
| - занятия лекционного типа                     | 32                   |
| - занятия семинарского типа                    | 32                   |
| - занятия лабораторного типа                   |                      |

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| - текущий контроль (КСР)         | 1  |
| самостоятельная работа           | 43 |
| Промежуточная аттестация – зачет |    |

### 3.2. Содержание дисциплины

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | В том числе   |                           |                            |       | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|---|--------------|---|---------------------------|----------------------------|-------|---|
|   |              | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них |                           |                            |       |   |
|   |              | Занятия лекционного типа  | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего |   |
| 1. Функции алгебры логики                                   | 13           | 4   | 4                         |                            | 8     | 5   |
| 2. Нормальные формы   | 13           | 4   | 4                         |                            | 8     | 5   |
| 3. Замкнутые классы   | 9            | 2   | 2                         |                            | 4     | 5   |
| 4. Теорема о функциональной полноте                         | 13           | 4   | 4                         |                            | 8     | 5   |
| 5. Результаты Поста   | 9            | 2   | 2                         |                            | 4     | 5   |
| 6. Функции $k$ -значной логики                              | 13           | 4   | 4                         |                            | 8     | 5   |
| 7. Теорема о полноте в $k$ -значной логике                  | 12           | 4   | 4                         |                            | 8     | 4   |
| 8. Теорема Яблонского                                       | 7            | 2   | 2                         |                            | 4     | 3   |
| 9. Представление функций полиномами                         | 11           | 4   | 4                         |                            | 8     | 3   |
| 10. Теорема Кузнецова                                       | 7            | 2   | 2                         |                            | 4     | 3   |
| Текущий контроль (КСР)                                      | 1            |   |                           |                            | 1     |   |
| Промежуточная аттестация — зачет                            |              |   |                           |                            |       |   |
| Итого   | 108          | 32  | 32                        |                            | 65    | 43  |

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 32 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: владения методами эквивалентных преобразований формул булевых функций, функций  $k$ -значной логики.
- компетенций – ПК-6.

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов и контрольных работ на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

### 3.3. Содержание разделов дисциплины

1. Функции алгебры логики. Задание функций таблицами. Существенные и фиктивные переменные. Элементарные функции. Формулы. Представление функций формулами. Тождества.
2. Теорема о разложении функции по переменным. Нормальные формы. Полиномы Жегалкина. Представление булевых функций полиномами.
3. Операция суперпозиции. Замыкание множества функций. Замкнутые классы. Полные системы функций. Достаточное условие полноты. Примеры полных систем.

4. Линейные функции. Лемма о нелинейной функции. Функции, сохраняющие константы. Самодвойственные функции и их свойства. Принцип двойственности. Лемма о несамодвойственной функции. Монотонные функции и их свойства. Лемма о немонотонной функции. Теорема о функциональной полноте.
5. Предполные классы и базисы в  $P_2$ . Формулировки теорем Поста о конечной порожденности замкнутых классов булевых функций и мощности семейства замкнутых классов булевых функций.
6. Функции  $k$ -значной логики. Формулы и реализация функций формулами. Элементарные функции. Полные системы. Примеры полных систем.
7. Замкнутые классы. Предполные классы. Классы сохранения множеств функций в  $P_k$ . Алгоритм распознавания полноты конечных систем функций в  $P_k$ . Теорема о полноте.
8. Существенные функции. Лемма о трех наборах. Лемма о существенной функции. Теорема Яблонского. Теорема Слупецкого.
9. Функции Шеффера. Критерий шефферовости функций. Особенности множества функций  $k$ -значной логики,  $k \geq 3$ . Представление функций из  $P_k$  полиномами; единственность представления для случая простых  $k$ . Пример замкнутого класса в  $P_3$ , не имеющего базиса. Пример замкнутого класса в  $P_3$ , имеющего счетный базис.
10. Мощность семейства замкнутых классов в  $P_k$ . Классы сохранения множеств функций. Теорема Кузнецова о функциональной полноте.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа включает выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением, изучение литературы и проработку теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента находится в разделе 6.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| сти<br>д | Шкала оценивания сформированности компетенций   |   |   |   |  |   |  |
|----------|---|---|---|---|--|---|--|
|          | плохо   | неудовлетворительно   | удовлетворительно   | хорошо  | очень хорошо   | отлично   | п  |
|          | Не зачтено  |   | Зачтено   |   |  |   |  |
|          | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.                          | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок                                | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.  | Уров<br>объем<br>преви<br>прогр<br>подг          |
|          | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа                                     | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Прод<br>все о<br>реше<br>задач<br>все з<br>объем |

|  |  |  |  |   |   |   |   |
|--|--|--|--|---|---|---|---|
|  | обучающегося от ответа   |  |  |   |   |   |   |
|  | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. |

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Оценка     |                     | Уровень подготовки   |
|------------|---------------------|--|
| зачтено    | Превосходно         | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»   |
|            | Отлично             | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»                     |
|            | Очень хорошо        | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»           |
|            | Хорошо              | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»                       |
|            | Удовлетворительно   | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»  |
|            | Плохо               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»  |

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

1. Функции алгебры логики. Задание функций таблицами. Элементарные функции и их свойства. Существенные и несущественные переменные. Операции введения и удаления несущественных переменных. Равенство функций.
2. Операция суперпозиции. Формулы. Представление функций формулами.
3. Замыкание множества функций. Замкнутые классы.
4. Эквивалентность формул. Примеры эквивалентных формул.
5. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Совершенная конъюнктивная нормальная форма.
6. Полные системы функций. Достаточное условие полноты. Примеры полных систем.
7. Полиномы Жегалкина. Представление булевых функций полиномами. Линейные функции и их свойства. Лемма о нелинейной функции.
8. Самодвойственные функции и их свойства. Принцип двойственности. Лемма о несамодвойственной функции...

9. Монотонные функции и их свойства. Лемма о немонотонной функции.
10. Достаточное условие функциональной полноты системы булевых функций в  $P_2$ .
11. Предполные классы. Свойства предполных классов в  $P_2$ . Критерий полноты системы булевых функций в  $P_2$ . Формулировки теорем Поста о конечной порожденности замкнутых классов булевых функций и мощности семейства замкнутых классов булевых функций.
12. Функции  $k$ -значной логики. Формулы и реализация функций формулами. Элементарные функции и их свойства.
13. Полные системы. Примеры полных систем.
14. Замкнутые классы. Предполные классы. Классы сохранения множеств функций в  $P_k$  и их свойства. Алгоритм распознавания полноты конечных систем функций в  $P_k$ .
15. Критерий полноты системы функций  $k$ -значной логики.
16. Существенные функции. Лемма о трех наборах.
17. Лемма о существенной функции.
18. Теорема Яблонского. Теорема Слупецкого.
19. Функции Шеффера. Критерий шефферовости функций. Пример замкнутого класса в  $P_3$ , не имеющего базиса.
20. Особенности множества функций  $k$ -значной логики,  $k \geq 3$ . Пример замкнутого класса в  $P_3$ , не имеющего базиса. Пример замкнутого класса в  $P_3$ , имеющего счетный базис.
21. Представление функций из  $P_k$  полиномами; единственность представления для случая простых  $k$ .
22. Мощность семейства замкнутых классов в  $P_k$ . Теорема Кузнецова о функциональной полноте.

### 5.2.2. Типовые примеры заданий для контрольных работ для оценки компетенции ПК-6

1. Докажите тождество  $x_1 \vee (x_2 \leftrightarrow x_3) = (x_1 \vee x_2) \leftrightarrow (x_1 \vee x_3)$ .
2. Найдите и удалите фиктивные переменные у функции, заданной вектором значений  $f = 1110011011100110$ . Для функции, полученной после удаления фиктивных переменных, постройте СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина.
3. Выясните, полна ли система функций .
4. Сколько функций от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  содержит множество  $L \cup (S \cap T_0)$ ?
5. Представить функцию  $x^2 \div x$  из  $P_5$  полиномом по модулю 5

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. — М.: Высшая школа, 2002. — 384 с. (42 экз.)
2. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Сборник задач по дискретной математике. — Н. Новгород: ННГУ, 2012. Рег. № 487.12.08.  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/alekseev.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/alekseev.pdf)
3. Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Функции алгебры логики в примерах и задачах. — Н. Новгород: ННГУ, 2017. Рег. № 1434.17.14.  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Alg\\_log.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Alg_log.pdf)

### б) Дополнительная литература

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. — М.: Наука, 1977. — 368 с. (150 экз.)
2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. — СПб. ; М. ; Краснодар: Лань, 2009. — 400 с. (11 экз.)

3. Гашков С.Б., Фролов А.Б. Дискретная математика: учебник и практикум для академического бакалавриата. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2017. — 448 с.  
<https://biblio-online.ru/book/D7F91C17-137D-4B22-8B74-EA7E8114E31E>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ — специалитета по направлению подготовки 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика».

Автор Ph.D., ст. преп. Макаров Е.М.

Зав кафедрой, д.ф.м.н., проф. Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.