

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
31.05.2023 г. №6

**Рабочая программа дисциплины**

**Методы оптимизации**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

**Бакалавриат**

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

**09.03.03 Прикладная информатика**

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

**Прикладная информатика в области принятия решений**

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

**Очная**

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.12 «Методы оптимизации» относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ОПК-1.</b> Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	<b>ОПК-1.1.</b> Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знать понятия и утверждения дисциплины «Методы оптимизации»	собеседование
	<b>ОПК-1.2.</b> Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.	Уметь решать математические задачи и проблемы в области методов оптимизации; доказывать ранее изученные математические утверждения в области методов оптимизации	задачи, контрольная работа
	<b>ОПК-1.3.</b> Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть аппаратом условий оптимальности при решении конкретных задач	задачи, собеседование
<b>ОПК-7.</b> Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения	<b>ОПК-7.1.</b> Демонстрирует знание основных языков программирования и работы с базами данных, операционных систем и оболочек, современных программных сред разработки информационных систем и технологий.	Знать основные численные методы решения задач оптимизации	собеседование

	<b>ОПК-7.2.</b> Применяет языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ.	Уметь использовать численные методы решения конкретных задач оптимизации	задачи, контрольная работа
	<b>ОПК-7.3.</b> Имеет практический опыт программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач.	Владеть численными методами решения оптимизационных задач	собеседование, задачи

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>6 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>216</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>121</b>
- занятия лекционного типа	<b>60</b>
- занятия семинарского типа	<b>30</b>
- занятия лабораторного типа	<b>28</b>
- текущий контроль (КСР)	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>59</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет (5 сем), экзамен (6 сем)</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная

<p><b>Нелинейные оптимизационные модели. Задача безусловной оптимизации и классическая задача на условный экстремум</b></p> <p><i>Понятие о задачах оптимизации. Примеры оптимизационных задач. Схема вычислительного эксперимента. Теоремы существования решения задач поиска экстремума. Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче безусловной оптимизации. Классическая задача на условный экстремум. Функция Лагранжа. Теоремы о необходимом условии оптимальности первого и второго порядка. Достаточные условия оптимальности.</i></p>	23	4	4	0	8	15
<p><b>Элементы выпуклого анализа. Условия оптимальности в задачах математического программирования. Элементы теории оптимального управления. Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры. Внутренние операции в классе выпуклых функций. Выпуклая задача оптимизации и ее основные свойства. Дифференциальные критерии выпуклости. Сильно выпуклые функции и критерии сильной выпуклости. Теорема существования и единственности решения выпуклой задачи с сильно выпуклой целевой функцией. Проекция точки на множество. Теорема о разделяющей гиперплоскости и теорема об опорной гиперплоскости. Теорема отделимости. Теорема Фана. Необходимые условия оптимальности в терминах направлений. Дифференциальное условие оптимальности в задаче минимизации функции на выпуклом множестве. Конкретизация дифференциального условия оптимальности в задаче минимизации функции на выпуклом множестве для случаев, когда допустимое множество является гиперпараллелепипедом и неотрицательным октантом. Задача математического программирования. Необходимые условия оптимальности в задаче математического программирования (принцип Лагранжа). Условия регулярности в задаче математического программирования. Достаточные условия оптимальности, определяемые принципом Лагранжа, для регулярной задачи выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Достаточные условия оптимальности в общей задаче математического программирования. Вектор Куна-Таккера. Теорема существования вектора Куна-Таккера, Основные теоремы теории двойственности. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности. Формулировка принципа максимума. Простейшая задача оптимального быстрого действия. Задача вариационного исчисления.</b></p>	55	28	12	0	40	15
<p><b>Оптимальные алгоритмы поиска экстремума. Методы оптимизации функций одной переменной. Унимодальные функции. Оптимальный пассивный метод поиска минимума унимодальных функций. Метод Фибоначчи. Метод золотого сечения. Оптимальный пассивный метод поиска минимума липшицевых функций. Точная нижняя миноранта для функций, удовлетворяющих условию Липшица. Свойства точной нижней миноранты. Метод ломаных. Метод кусочно-линейной аппроксимации.</b></p>	31	4	2	10	16	15
<p><b>Классические численные методы решения задач безусловной и условной оптимизации. Некоторые</b></p>	68	24	12	18	54	14

<b>методы решения многоэкстремальных задач.</b> Начальные сведения о численных методах оптимизации функций многих переменных. Сходимость и скорость сходимости методов оптимизации. Условия останова. Направление убывания. Выбор длины шага в методах спуска. Градиентный метод. Сходимость в случае невыпуклой минимизируемой функции. Сходимость и оценка скорости сходимости в случае сильно выпуклой минимизируемой функции. Обсуждение метода. Примеры. Метод Ньютона и его модификации. Квазиньютоновские методы. Примеры. Понятие сопряженных направлений и их свойства. Методы сопряженных направлений. Метод сопряженных градиентов. Метод сопряженных направлений нулевого порядка. Метод Хука-Дживса. Метод Нелдера-Мида. Примеры. Метод проекции градиента. Теорема сходимости. Обсуждение метода. Метод условного градиента и его сходимость. Конечный метод решения задач квадратичного программирования. Метод линеаризации. Сходимость метода штрафных функций. Оценки скорости сходимости. Простейший алгоритм метода штрафов. Примеры. Метод параметризации целевой функции. Методы, основанные на редукции размерности. Методы, основанные на априорной информации о минимизируемой функции.						
Текущий контроль (КСР)	3	0	0	0	0	0
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	36	0	0	0	0	0
Итого	216	60	30	28	118	59

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, лабораторного типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет, экзамен).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Методы оптимизации» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий, анализ результатов выполнения лабораторных работ и подготовка презентаций полученных результатов, а также подготовку к экзамену.

Для самоконтроля у студента имеется возможность изучения материала в дистанционном управляемом курсе (требуется авторизация):

5 семестр <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=3370>

6 семестр <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=10112>

#### Список домашних практических заданий

##### Раздел. Нелинейные оптимизационные модели. Задача безусловной оптимизации и классическая задача на условный экстремум

1. По содержательному описанию задачи поиска построить математическую модель в виде задачи математического программирования.
2. Решить конкретную классическую задачу на условный экстремум.

## **Раздел. Элементы выпуклого анализа. Условия оптимальности в задачах математического программирования. Элементы теории оптимального управления**

1. Доказать выпуклость некоторых множеств.
2. Используя критерии выпуклости и сильной выпуклости, доказать выпуклость некоторых функций.
3. Используя необходимые условия оптимальности, решить конкретные задачи минимизации функции на выпуклом множестве.
4. Используя принцип Лагранжа, решить конкретные задачи математического программирования.
5. Для прямой задачи математического программирования построить и решить двойственную задачу.

## **Раздел. Оптимальные алгоритмы поиска экстремума. Методы оптимизации функций одной переменной**

1. Используя метод Фибоначчи, решить задачу минимизации унимодальной функции, заданной на дискретном множестве.
2. Оценить погрешность отыскания глобального минимума липшицевой функции методом ломанных при заданном количестве вычислений.

## **Раздел. Классические численные методы решения задач безусловной и условной оптимизации. Некоторые методы решения многоэкстремальных задач**

1. Провести несколько итераций методом Нелдера-Мида для заданной функции.
2. Провести несколько итераций методом условного градиента для заданной функции.

## **Темы лабораторных работ**

### **Лабораторные занятия «Оптимальные алгоритмы поиска экстремума. Методы оптимизации функций одной переменной»**

1. Методы оптимизации унимодальных функций одной переменной.
2. Методы оптимизации многоэкстремальных функций одной переменной.

### **Лабораторные занятия «Классические численные методы решения задач безусловной и условной оптимизации. Некоторые методы решения многоэкстремальных задач»**

1. Численные методы решения задач безусловной оптимизации.
2. Численные методы решения задач с ограничениями.
3. Численные методы решения многоэкстремальных задач.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Литература для обеспечения выполнения самостоятельной работы приведена в п. 6.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»

	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Понятие о задачах оптимизации. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности в задаче безусловной оптимизации и их доказательство.	ОПК-1
2. Классическая задача на условный экстремум. Функция Лагранжа. Теорема о необходимом условии оптимальности первого порядка.	ОПК-1
3. Выпуклые множества и выпуклые функции. Примеры. Внутренние операции в классе выпуклых функций.	ОПК-1
4. Выпуклая задача оптимизации и ее основные свойства.	ОПК-1
5. Дифференциальные критерии выпуклости.	ОПК-1
6. Сильно выпуклые функции и критерии сильной выпуклости.	ОПК-1
7. Необходимые условия оптимальности в терминах направлений. Дифференциальное условие оптимальности в задаче минимизации функции на выпуклом множестве.	ОПК-1
8. Конкретизация дифференциального условия оптимальности в задаче минимизации функции на выпуклом множестве для случаев, когда допустимое множество является гиперпараллелепипедом и неотрицательным октантом.	ОПК-1



9. Теорема существования и единственности решения выпуклой задачи с сильно выпуклой целевой функцией.	ОПК-1
10. Проекция точки на множество. Теорема о разделяющей гиперплоскости.	ОПК-1
11. Понятие проекции точки на множество. Теорема об опорной гиперплоскости и теорема отделимости.	ОПК-1
12. Теорема Фана.	ОПК-1
13. Задача математического программирования. Формулировка принципа Лагранжа. Доказательство достаточности условий оптимальности, определяемых принципом Лагранжа, для регулярной задачи выпуклого программирования.	ОПК-1
14. Доказательство принципа Лагранжа.	ОПК-1
15. Условия регулярности в задаче математического программирования.	ОПК-1
16. Достаточные условия оптимальности в общей задаче математического программирования.	ОПК-1
17. Вектор Куна - Таккера. Теорема существования вектора Куна- Таккера.	ОПК-1
18. Двойственная задача оптимизации и основные теоремы теории двойственности.	ОПК-1
19. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности.	ОПК-1
20. Простейшая задача оптимального быстродействия.	ОПК-1
21. Задача вариационного исчисления.	ОПК-1
22. Понятие об оптимальных алгоритмах оптимизации.	ОПК-7
23. Унимодальные функции. Оптимальный пассивный метод поиска минимума унимодальных функций.	ОПК-7
24. Унимодальные функции. Метод Фибоначчи.	ОПК-7
25. Метод золотого сечения.	ОПК-7
26. Оптимальный пассивный метод поиска минимума липшицевых функций.	ОПК-7
27. Точная нижняя миноранта для функций, удовлетворяющих условию Липшица. Свойства точной нижней миноранты.	ОПК-7

28. Метод ломаных.	ОПК-7
29. $Z_p$ –унимодальные функции. Применение метода Фибоначчи для поиска минимума $Z_p$ – унимодальных функций.	ОПК-7
30. Метод кусочно-линейной аппроксимации.	ОПК-7
31. Понятие о численных методах оптимизации функций многих переменных. Сходимость методов оптимизации. Условия остановки. Направление убывания и методы спуска.	ОПК-7
32. Выбор длины шага в методах оптимизации. Адаптивный способ выбора шагового множителя. Базовое неравенство. Дробление шага.	ОПК-7
33. Градиентный метод. Сходимость в случае невыпуклой минимизируемой функции. Овражный метод.	ОПК-7
34. Оценка скорости сходимости градиентного метода в случае сильно выпуклой минимизируемой функции. Обсуждение метода.	ОПК-7
35. Метод Ньютона. Оценка скорости сходимости метода Ньютона. Метод Ньютона с регулировкой шага.	ОПК-7
36. Квазиньютоновские методы.	ОПК-7
37. Понятие сопряженных направлений и их свойства.	ОПК-7
38. Метод сопряженных градиентов.	ОПК-7
39. Метод сопряженных направлений нулевого порядка.	ОПК-7
40. Методы нулевого порядка. Метод Хука-Дживса.	ОПК-7
41. Методы нулевого порядка. Метод Нелдера-Мида.	ОПК-7
42. Метод проекции градиента. Свойства проекции точки на множество. Условие оптимальности в терминах проекции.	ОПК-7
43. Метод проекции градиента и его сходимость. Обсуждение метода.	ОПК-7
44. Метод условного градиента. Описание метода.	ОПК-7
45. Метод условного градиента. Теорема о сходимости. Обсуждение метода.	ОПК-7
46. Реализация метода условного градиента в случае, когда допустимое множество-шар и координатный параллелепипед.	ОПК-7

47. Конечный метод решения задач квадратичного программирования.	ОПК-7
48. Метод линеаризации.	ОПК-7
49. Метод параметризации целевой функции, его геометрическая интерпретация.	ОПК-7
50. Метод параметризации целевой функции, теорема сходимости.	ОПК-7
51. Метод штрафов. Определение штрафа. Штрафная функция. Лемма о поведении штрафной функции при стремлении штрафного параметра к нулю.	ОПК-7
52. Метод штрафов. Приближенное решение вспомогательных задач. Примеры решения задач оптимизации методом штрафов.	ОПК-7
53. Метод штрафов. Теорема сходимости.	ОПК-7
54. Метод штрафов. Формулировка теоремы о скорости сходимости. Примеры решения задач оптимизации методом штрафов.	ОПК-7
55. Метод штрафов. Формулировка теоремы о скорости сходимости. Условия регулярности. Связь с теоремой о скорости сходимости.	ОПК-7
56. Простейший алгоритм метода штрафов. Пример, показывающий увеличение «овражности» линий уровня целевой функции вспомогательной задачи при стремлении штрафного параметра к нулю.	ОПК-7
57. Методы решения многоэкстремальных задач.	ОПК-7

#### **5.2.1. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

Знать постановки задачи математического программирования и формулировки принципа Лагранжа.

Решить классическую задачу оптимизации с тремя переменными.

Найти глобальное решение и вектор множителей Лагранжа в задаче математического программирования с тремя переменными.

Владеть принципом Лагранжа при решении задач математического программирования.

Владеть приёмом построения двойственной задачи.

#### **5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-7**

Знать основные численные методы решения безусловных задач оптимизации и задач математического программирования.

Решить задачу безусловной оптимизации методом Нелдера-Мида с двумя переменными.

Решить задачу математического программирования с тремя переменными методом штрафов. Владеть алгоритмами решения задач оптимизации нулевого порядка (метод Нелдера-Мида) и первого порядка (методы проекции градиента, условного градиента).

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988 (208 экз.)
2. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1981 (100 экз.)
3. Карманов В.Г. Математическое программирование. – М.: Наука, 1986 (134 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Коротченко А.Г., Сморякова В.М., Кучина О.М., Малаховская Д.А. Методическая разработка по курсу «Системы принятия решений». – Фонд компьютерных изданий ННГУ, [www.unn.ru/syst pr.doc](http://www.unn.ru/syst_pr.doc), 2010 (Регистрационный номер 231.10.08 фонда компьютерных изданий Нижегородского государственного университета)
2. Коротченко А.Г., Сморякова В.М., Кучина О.М., Малаховская Д.А. Методическая разработка (сборник задач) по курсу «Системы принятия решений». – Фонд компьютерных изданий ННГУ, [www.unn.ru/task pr.doc](http://www.unn.ru/task_pr.doc), 2010 (Регистрационный номер 248.10.08 фонда компьютерных изданий Нижегородского государственного университета)

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика».

Автор     доцент     Коротченко А.Г.

Рецензент\_профессор   Федосенко Ю.С.

Заведующий кафедрой М.Х.Прилуцкий

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

30.11.2022 г., протокол №3