

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики и предпринимательства

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

**Рабочая программа дисциплины
«МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ»**

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки
38.03.01 «Экономика»

Направленность образовательной программы
«Экономика, международный бизнес и предпринимательство»

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная, очно-заочная

Нижегород
2021

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.14 «Методы оптимальных решений» относится к базовой части учебного плана подготовки бакалавров по направлению 38.03.01 Экономика.

Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	
Блок 1. Дисциплины (модули) базовая часть	Дисциплина Б1.О.14 «Методы оптимальных решений» относится к базовой части ООП направления подготовки 38.03.01 Экономика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.	У1 (УК-1.1) Умеет формулировать исходные данные экономической задачи математическими средствами, оценивать возможности получения дополнительных исходных данных при их недостаточности; З1 (УК-1.1) Знает основные понятия и правила постановки различных задач оптимизации. В1 (УК-1) Владеет навыками предварительного анализа, постановки и решения разнообразных задач оптимизации.	Контрольные работы
	УК-1.2. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки	У2(УК-1.2) Умеет выбирать адекватные методы для решения поставленной задачи; анализировать полученные результаты с точки зрения их экономических выводов. З2 (УК-1.2) Знает возможные варианты результатов решения различных оптимизационных задач. В2 (УК-1.2) Владеет навыками рациональных методов мышления.	Задачи

	УК-1.3. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	У3 (УК-1.3) Умеет анализировать исходные данные экономической задачи на достаточность для корректной постановки и решения той или иной оптимизационной задачи. З3 (УК-1.3) Знает правила построения экономических выводов по результатам математического решения различных задач оптимизации. В1 (УК-1.3) Владеет навыками анализа результатов решения разнообразных задач оптимизации.	Практические задания
	УК-1.4. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания	У1 (УК-1.1) Умеет последовательно и убедительно формулировать экономический результат решения оптимизационных задач. З3 (УК-1.3) Знает правила построения речевой логической парадигмы. В1 (УК-1.3) Владеет навыками убеждения.	Контрольные вопросы.
ОПК-5 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	ОПК 5.1 Осуществляет выбор инструментальных и программных средств для решения профессиональных задач	У1 (ОПК-5.1) Уметь осуществлять целенаправленный выбор методов решения оптимизационных задач в связи с требуемыми из их решений данными; анализировать и интерпретировать полученные результаты с точки зрения экономических выводов. З1 (ОПК-5.1) Знать методы решения различных вариантов задач оптимизации и их математические модели. В1 (ОПК-5.1) Владеть навыками использования классических математических моделей оптимизационных задач экономики и выработки на основе их решения обоснованных управленческих решений.	Практические задания
	ОПК 5.2. Использует современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач	У2 (ОПК-5.2) Умеет осуществлять выбор и правильное использование современных информационных технологий и программных средств решения оптимизационных задач. З2 (ОПК-5.2) Знает способы использования программных средств для решения различных вариантов задач оптимизации. В1 (ОПК-5.1) Владеет навыками использования современных информационных технологий для решения задач оптимизации.	Решение задач

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ	4 ЗЕТ	
Часов по учебному плану	144	144	
в том числе			
аудиторные занятия (контактная работа):	44	26	
- занятия лекционного типа	28	16	
- практические занятия	14	8	
- контроль самостоятельной работы	2	2	
самостоятельная работа	64	82	
Промежуточная аттестация – экзамен	36	36	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)			В том числе																
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них														Самостоятельная работа обучающегося, часы		
				Лекции			Практики			Лабораторные занятия			Консультации			Всего				
	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная		
Тема1. Введение в оптимизацию и некоторые сведения из аналитической геометрии на плоскости и в n-мерном пространстве. Понятие о задачах оптимизации. Пример постановки простой плоской задачи экономической оптимизации. Уравнения прямой на плоскости: общее, с угловым коэффициентом, «в отрезках». Уравнение $x = 2$, как уравнение точки на прямой, прямой на плоскости... гиперплоскости в n-мерном пространстве. Понятия: области n – мерного пространства, её свойств; уравнения гиперповерхности в этой области. Замкнутая выпуклая область, её угловые и другие.точки. Задачи выпуклого и линейного программирования (ЛП).	17	17		4	2		1	1							5	3		12	14	
Тема 2. Методы нелинейной оптимизации. Необходимые условия оптимальности. Достаточные условия оптимальности. Задачи на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Условия регулярности. Теорема Каруша-Куна-Таккера.	27	27		9	4		4	2							13	6		14	21	

Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Применение Excel для решения задач оптимизации.																				
Тема 3. Линейные математические модели в экономических исследованиях. Экономические задачи. Общий вид математической модели задачи ЛП. Различные формы задач линейного программирования. Графический метод решения задач ЛП. Симплекс-метод.	26	26		6	4		4	2							10	6		16	20	
Тема 4. Теория двойственности в задачах линейного программирования Построение двойственной задачи, ее экономическая интерпретация. Совместное решение прямой и двойственной задачи. Теоремы двойственности, теорема Куна-Таккера в форме двойственности; экономические интерпретации вектора Куна-Таккера; примеры, иллюстрирующие теорию. Обзор основных результатов и методов теории конечномерной оптимизации.	36	36		9	6		5	3							14	9		22	27	
Текущий контроль	2	2																		
Промежуточная аттестация, экзамен	36	36																		
Итого	144	144		28	16		14	8							42	24		64	82	

Практические занятия организуются, в основном в виде решения студентами экономических задач, «переводящихся» сначала на математический язык, или уже предварительно математизированных задач, которые моделируют планирование и/или усовершенствование некоторых видов будущей профессиональной деятельности учащихся.

Кроме этого, в процессе решения задач у доски и в тетради, студентам задаются вопросы на понимание логики текущего материала, правильного восприятия смысла вводимых понятий, адекватной терминологии и т.п.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 14 часов

Практическая подготовка предусматривает: решение практических задач по профилю профессиональной деятельности и направленности образовательной программы.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в выполнении расчётов и оценок в соответствии с профилем ОП;
- планирования и принятия решений в области профессиональной деятельности;
- способностей управления маркетинговой деятельностью предприятия (организации);
- компетенций УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
- компетенции ОПК-5: Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках решения задач и ответов на вопросы в ходе практических занятий, итогов проверок самостоятельной работы студентов, консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в виде выполнения практических заданий с устными ответами на вопросы по программе дисциплины, учитываются также индивидуальные итоги работы в семестре.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Цель самостоятельной работы - подготовка и формирование способностей, навыков, умений и владений обучающихся к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию. Самостоятельная работа способствует формированию аналитического и творческого мышления, совершенствует способы организации исследовательской деятельности, воспитывает целеустремленность, системность и последовательность в работе студентов, развивает у них навык завершать начатую работу.

Виды самостоятельной работы студентов:

- работа с основной и дополнительной литературой;
- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- самостоятельное изучение тем дисциплины;
- подготовка к экзамену;
- работа в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Работа с основной и дополнительной литературой.

Изучение рекомендованной литературы следует начинать с учебников и учебных пособий, затем переходить к научным монографиям и материалам периодических изданий. Работа с литературой предусматривает конспектирование наиболее важных и познавательных материалов. Это не только мобилизует внимание, но и способствует более глубокому осмыслению материала, его лучшему запоминанию, а также позволяет студентам проводить систематизацию и сравнительный анализ изучаемой информации. Таким образом, конспектирование – важная форма самостоятельного труда, которая требует от студента активно работать с учебной литературой и не ограничиваться конспектом лекций.

Студент должен уметь самостоятельно подбирать необходимую литературу для учебной и научной работы, уметь обращаться с предметными каталогами и библиографическим справочником библиотеки.

Изучение понятийного аппарата дисциплины.

Изучение понятийного аппарата дисциплины и осмысление необходимой строгости определений требует проработки лекционного материала, выполнения практических заданий, изучения словарей, энциклопедий, справочников.

Индивидуальная самостоятельная работа студента направлена на овладение и грамотное применение математической и экономической терминологии, терминологии из области компьютерного моделирования.

Самостоятельное изучение тем дисциплины.

Особое место отводится самостоятельной проработке студентами отдельных разделов и тем изучаемой дисциплины. Такой подход вырабатывает у студентов инициативу, стремление к увеличению объема знаний, умений и навыков, всестороннего овладения способами и приемами профессиональной деятельности.

Изучение вопросов определенной темы направлено на углубление понимания и, значит, усвоение теории, осознание смысла математических моделей, их связей с экономическими процессами, совершенствование навыка анализа теоретического и эмпирического материала.

Подготовка к экзамену.

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине проходит в виде экзамена. Условием успешного прохождения промежуточной аттестации является систематическая работа студента в течение семестра. В этом случае подготовка к экзамену является систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

Рекомендуется внимательно изучить перечень вопросов к экзамену, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы.

Желательно спланировать краткий трехкратный просмотр материала перед экзаменом. Во-первых, внимательное чтение с осмыслением, подчеркиванием и составлением краткого плана ответа. Во-вторых, повторная проработка наиболее сложных вопросов. В-третьих, быстрый просмотр материала или планов ответов для его систематизации в памяти.

Самостоятельная работа в библиотеке.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов:

- а) получение книг для подробного изучения в течение семестра на научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет - в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

Изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Ресурсы Интернет являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Необходимо помнить об оформлении ссылок на Интернет-источники.

Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов преподавателю целесообразно использовать следующие виды деятельности:

- консультации,
- выдача заданий на самостоятельную работу,
- информационное обеспечение обучения,
- контроль качества самостоятельной работы студентов.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс Методы оптимальных решений <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4469>, созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

Регламент проведения и критерии оценки решения практических заданий

Решение практических заданий студентом включает: изучение условий задачи (описанной ситуации) и ответы на поставленные в задании вопросы.

При выполнении данного задания студенту обязательно необходимо использовать теоретический материал изучаемой дисциплины и обосновывать с его помощью свой ответ или решение задачи.

Перед ответом на поставленные в задании вопросы, студенту необходимо внимательно ознакомиться с условиями задачи, выявив все значимые для нахождения решения обстоятельства.

Ответы на поставленные в задаче вопросы должны быть мотивированными, обоснованными и развернутыми и как правило. Ответы: «да», «нет» не допускаются.

Критерии оценки:

5.2.1 Контрольные вопросы

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Общая постановка конечномерной задачи оптимизации	УК-1

2. Примеры постановок оптимизационных задач в экономике	УК-1
3. Виды экстремумов.	УК-1
4. Задача безусловной оптимизации. Необходимые условия локальной оптимальности.	УК-1
5. Задача безусловной оптимизации. Достаточные условия локальной оптимальности.	УК-1
6. Задача условной оптимизации	УК-1
7. Задача математического программирования.	УК-1
8. Задача выпуклого программирования.	УК-1
9. Задача линейного программирования.	УК-1
10. Геометрическая интерпретация двумерной задачи условной оптимизации.	УК-1
11. Графический метод решения задач математического программирования.	УК-1
12. Функция Лагранжа. Правило множителей.	УК-1
13. Частные случаи правила множителей.	УК-1
14. Теорема регулярности.	УК-1
15. Теорема Каруша-Куна-Таккера в дифференциальной форме.	ОПК-5
16. Экономические интерпретации вектора Куна-Таккера.	ОПК-5
17. Построение двойственной задачи к задаче линейного программирования.	ОПК-5
18. Возможные интерпретации двойственной задачи и двойственных переменных (на примере задачи линейного программирования).	ОПК-5
19. Основная теорема двойственности.	ОПК-5
20. Формы записи задачи линейного программирования.	ОПК-5
21. Графический метод решения задачи линейного программирования.	ОПК-5
22. Теорема двойственности в задачах линейного программирования.	ОПК-5
23. Решение задач линейного программирования на основе теории двойственности.	ОПК-5
24. Симплекс-метод: основные понятия (опорная точка, базис опорной точки).	ОПК-5
25. Симплекс-метод: параметры симплекс метода.	ОПК-5
26. Симплекс-метод: правило оптимальности	ОПК-5
27. Симплекс-метод: правило отсутствия решения.	ОПК-5
28. Симплекс-метод: правило перехода к новой вершине.	ОПК-5
29. Организация ручного счета по симплекс-методу (симплекс-таблицы).	ОПК-5
30. Метод искусственного базиса.	ОПК-5

Примерные варианты контрольных заданий.

Задача 1 на оценку компетенции УК-1

Задачи 2,3 на оценку компетенции ОПК-5

Вариант 1

Задача 1.

Исследовать задачу

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \text{extr},$$

$$P = \mathbf{R}^3,$$

$$g_1(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 5,$$

$$g_2(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3 = 3.$$

Требуется:

- 1) выбрать метод решения (обосновать);
- 2) решить задачу;
- 3) определить характер экстремальной точки (обосновать).

Ответ: (1; 1; 1)

Задача 2.

Фирма производит три вида продукции *A, B, C*, для выпуска каждой из которых требуется определённое время обработки на всех четырёх устройствах 1, 2, 3, 4.

Вид продукции	Время обработки (ч.)				Прибыль (усл.ед.)
	1	2	3	4	
A	1	3	1	2	3
B	6	1	3	3	6
C	3	3	2	4	4

Пусть время работы на устройствах - соответственно 84, 42, 21 и 42 ч. Предполагается, что рынок сбыта для каждого продукта не ограничен; временем, требуемым для переключения устройства в зависимости от вида продукции, можно пренебречь.

Требуется представить математическую постановку задачи максимизации прибыли.

Ответ:

$$3x_1 + 6x_2 + 4x_3 \rightarrow \max,$$

$$x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 84,$$

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 42,$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 21,$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 42,$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3.$$

Задача 3.

При составлении суточного рациона кормления скота можно использовать сено свежее (не более 50 кг) и силос (не более 85 кг). Рацион должен обладать определенной питательностью (число кормовых единиц не менее 30) и содержать питательные вещества: белок (не менее 1 кг), кальций (не менее 100 г) и фосфор (не менее 80 г). В

таблице приведены данные о содержании указанных компонентов в 1 кг каждого продукта питания и стоимость этих продуктов.

Продукт	Количество кормовых единиц	Белок, г/кг	Кальций, г/кг	Фосфор, г/кг	Стоимость 1 кг, руб.
Сено свежее	0,5	40	1,25	2	1,2
Силос	0,5	10	2,5	1	0,8

Ответ: (20, 40)

Вариант 2

Задача 1.

Исследовать задачу

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \text{extr},$$

$$8x_1 - 3x_2 + 3x_3 \leq 40,$$

$$-2x_1 + x_2 - x_3 = -3,$$

$$x_2 \geq 0.$$

Требуется:

- 1) выбрать метод решения (обосновать);
- 2) решить задачу;
- 3) определить характер экстремальной точки (обосновать).

Ответ: (0; 0; 3)

Задача 2.

Для серийного изготовления детали механический цех может использовать пять различных технологий обработки на токарном, фрезерном, строгальном и шлифовальном станках. В таблице указано время (в минутах) обработки детали на каждом станке в зависимости от технологического способа, а также общий ресурс рабочего времени каждого станка за смену.

Станки	Технологические способы					Ресурс времени станков (мин)
	1	2	3	4	5	
Токарный	2	1	3	0	1	4100
Фрезерный	1	0	2	2	1	2000
Строгальный	1	2	0	3	2	5800
Шлифовальный	3	4	2	1	1	10800

Требуется представить математическую постановку задачи определения технологии, максимизирующей выпуск.

Ответ:

$$\begin{aligned}
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow \min, \\
& 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_5 \leq 4100, \\
& x_1 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 2000, \\
& x_1 + 2x_2 + 3x_4 + 2x_5 \leq 5800, \\
& 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \leq 10800, \\
& x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5.
\end{aligned}$$

Задача 3.

Обработка деталей A и B может производиться на трех станках. При этом каждая деталь при ее изготовлении должна последовательно обрабатываться на каждом из станков. Прибыль от реализации детали A - 100 ден. ед., детали B - 160 ден. ед. Исходные данные приведены в таблице. Определить производственную программу, максимизирующую прибыль при условии: спрос на деталь A не менее 300 шт., на деталь B - не более 200 шт.

Станок	Норма врем. на обраб. одной детали, ч		Время раб. станка, ч
	A	B	
1	0,2	0,1	100
2	0,2	0,5	180
3	0,1	0,2	100

Ответ: (400, 200)

по итогам освоения дисциплины:

1. Преобразовать к основной, стандартной и канонической формам

$$\begin{aligned}
& 4x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow \max, \\
& 2x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\
& 3x_2 + x_3 = 2, \\
& -x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 4, \\
& x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.
\end{aligned}$$

2. Используя геометрические построения, найти решение

$$\begin{aligned}
& 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \\
& -x_1 + x_2 \leq 2, \\
& x_1 + 2x_2 \leq 7, \\
& 4x_1 - 3x_2 \leq 6, \\
& x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.
\end{aligned}$$

3. Построить двойственную задачу

$$17x_1 - 5x_2 + x_3 + x_4 - 8x_5 \rightarrow \max,$$

$$3x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 7x_5 \leq 11,$$

$$x_1 - 5x_2 - 5x_3 + x_4 + 2x_5 \geq -8,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 - x_5 = 4,$$

$$x_1 \geq 0,$$

$$x_4 \geq 0.$$

4. Используя теоремы двойственности и геометрические построения, найти решение.

$$7x_1 + x_3 - 4x_4 \rightarrow \max,$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \leq 6,$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 \leq -1,$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 4.$$

5. Определить, имеются ли среди указанных точек решения задач линейного программирования.

$$-2x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max,$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \leq 3,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 \leq -1,$$

$$-5x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \leq -3,$$

$$x^1 = (1, 3, 0, 3),$$

$$x^2 = (0, -1, 3, 2),$$

$$x^3 = (5, 0, -6, 0).$$

6. Найти решения задач методом

полного перебора вершин.

$$x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max,$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 4,$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 3,$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6,$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 \leq -3.$$

7. Фирма производит три вида продукции A , B , C , для выпуска каждой из которых требуется определённое время обработки на всех четырёх устройствах 1, 2, 3, 4.

Вид продукции	Время обработки (ч.)				Прибыль (усл.ед.)
	1	2	3	4	
A	1	3	1	2	3
B	6	1	3	3	6
C	3	3	2	4	4

Пусть время работы на устройствах - соответственно 84, 42, 21 и 42 ч. Определить, какую продукцию и в каких количествах следует производить. (Предполагается, что рынок сбыта для каждого продукта не ограничен; временем, требуемым для переключения устройства в зависимости от вида продукции, можно пренебречь. Требуется рассмотреть задачу максимизации прибыли).

8. В области имеются два цементных завода и три потребителя их продукции – домостроительные комбинаты. В таблице указаны суточные объёмы производства цемента, суточные потребности в нем комбинатов и стоимость перевозки 1 т цемента от каждого завода к каждому комбинату.

Заводы	Производство цемента (т/сут)	Стоимость перевозки 1 т цемента (усл.ед.)		
		Комбинат 1	Комбинат 2	Комбинат 3
1	40	10	15	25
2	60	20	30	35
	Потребность в цементе (т/сут)	50	20	30

Требуется составить план суточных перевозок цемента с целью минимизации транспортных расходов.

9. Для серийного изготовления детали механический цех может использовать пять различных технологий обработки на токарном, фрезерном, строгальном и шлифовальном станках. В таблице указано время (в минутах) обработки детали на каждом станке в

зависимости от технологического способа, а также общий ресурс рабочего времени каждого станка за смену.

Требуется указать технологию, максимизирующую выпуск.

Станки	Технологические способы					Ресурс времени станков (мин)
	1	2	3	4	5	
Токарный	2	1	3	0	1	4100
Фрезерный	1	0	2	2	1	2000
Строгальный	1	2	0	3	2	5800
Шлифовальный	3	4	2	1	1	10800

10. Исследовать на основе правила множителей

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow \text{extr},$$

$$P = \mathbf{R}^3,$$

$$g_1(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 5,$$

$$g_2(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3 = 3.$$

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Зенков, А. В. Методы оптимальных решений : учебное пособие для вузов / А. В. Зенков. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 201 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05377-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/473421> (дата обращения: 12.04.2021).

2. ЭУК Методы оптимальных решений <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4469>

б) дополнительная литература

1. Набатова, Д. С. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений : учебник и практикум для вузов / Д. С. Набатова. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 292 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02699-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469195> (дата обращения: 12.04.2021).

2. Системы поддержки принятия решений : учебник и практикум для вузов / В. Г. Халин [и др.] ; под редакцией В. Г. Халина, Г. В. Черновой. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 494 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01419-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450379> (дата обращения: 12.04.2021).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Операционная система Microsoft Windows
2. Прикладное программное обеспечение Microsoft Office

3. www.gks.ru / Федеральная служба государственной статистики.

7.3. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для проведения лекционных и практических занятий по дисциплине используются аудитории, специально оснащенные компьютером, проектором или ЖК-телевизором, акустической системой и микрофоном (при необходимости), а также меловой доской большого размера.

Для выполнения заданий СРС студентам обеспечен доступ в интернет, а также доступ к ресурсам электронной библиотеки ННГУ.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Экономика, международный бизнес и предпринимательство».

Автор:

к.ф.-м.н. старший преподаватель кафедры «Математических и естественнонаучных дисциплин»

Р.В. Троицкий

Рецензент:

Заведующий кафедрой «Математических и естественнонаучных дисциплин»

института экономики и предпринимательства

ННГУ им. Н.И. Лобачевского,

д.ф.-м.н., профессор

П.Б. Болдыревский