

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.14 Теория вероятностей относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать: - основные понятия и предмет теории вероятностных моделей; - основы теории вероятностей, что позволит на абстрактном уровне формировать философские и мировоззренческой позиции на случайные явления и процессы; - основы аксиоматического подхода при изучении реальных статистически устойчивых экспериментов; - методы математического описания количественных показаний различных измерителей результатов статистически устойчивого эксперимента. ОПК-1.2: Уметь: изучать вероятностные свойства одномерных и многомерных случайных величин; - вычислять вероятности событий, порождённые случайной величиной; - анализировать числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин; - применять раз-	Собеседование Задачи Тест Контрольная работа	Зачёт: Задачи Задания

		<p>личные типы зависимостей между случайными величинами;</p> <p>- классифицировать случайные величины.</p> <p>ОПК-1.3:</p> <p>Владеть:</p> <p>- теорией пределов последовательности случайных событий;</p> <p>- способами задания одномерных случайных величин;</p> <p>- различными приемами и практикой построения выборочного вероятностного пространства;</p> <p>- основными приемами доказательств свойств законов распределения случайных величин.</p>		
ПК-1: Способен решать актуальные задачи прикладной математики и информатики	<p>ПК-1.1: Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и естественных наук и информационных технологий для решения актуальных задач прикладной математики и информатики</p> <p>ПК-1.2: Умеет применять базовые знания математических и естественных наук и информационных технологий для решения актуальных задач прикладной математики и информатики</p> <p>ПК-1.3: Имеет практический опыт решения актуальных задач прикладной математики и информатики</p>	<p>ПК-1.1:</p> <p>Знать:</p> <p>- основы теории вероятностного моделирования функционирования измерителей статистически устойчивого эксперимента;</p> <p>- элементы программирования и информационных технологий для решения актуальных задач имитационного моделирования функционирования измерителей статистически устойчивого эксперимента в условиях разного типа неопределенностей.</p> <p>ПК-1.2:</p> <p>Уметь:</p> <p>- собирать, математически обрабатывать и интерпретировать статистические данные современных научных наблюдений над сложными статистически устойчивыми экспериментами при заданных</p>	<p>Задачи</p> <p>Собеседование</p> <p>Тест</p> <p>Контрольная работа</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Задачи</p> <p>Задания</p>

		<p>основных условиях его проведения.</p> <p>ПК-1.3: Владеть: -практическими навыками решения конкретных задач определения функциональных связей между случайными событиями и их вероятностями с целью получения дополнительной информации о реальных явлениях; - методами теории вероятностей, которые позволяют изучить свойства реальных процессов и явлений, функционирующих в условиях случайных факторов и получения дополнительной информации. Владеть способами научного анализа качественных и количественных характеристик статистически устойчивых экспериментов с целью выявления статистических закономерностей наблюдаемого процесса.</p>		
--	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	1
самостоятельная работа	27
Промежуточная аттестация	0
	Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0
Тема1. Простейшие методы исчисления теории вероятностей.	22	7	10	17	5
Тема2. Одномерные случайные величины.	22	7	10	17	5
Тема3. Многомерные случайные величины.	25	8	12	20	5
Тема4. Числовые характеристики одномерных случайных величин.	24	7	11	18	6
Тема5. Элементы теории корреляции.	14	3	5	8	6
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	32	48	81	27

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Элементы основания теории вероятностей и вероятностное пространство Колмогорова. Верхний предел последовательности случайных событий. Нижний предел последовательности случайных событий. Общие свойства вероятностной функции от случайных событий. О случайном бросании точки на действительную прямую и конструктивное задание борелевской сигма-алгебры.

Тема 2. Вероятностные модели измерителей исходов статистически устойчивых экспериментов. Одномерные случайные величины и их законы распределения. Классификация случайных величин. Теорема Лебега. Построение выборочного вероятностного пространства по интегральной функции распределения. Производящие функции и характеристические функции.

Тема 3. Понятие о случайных векторах, многомерные функции распределения и их свойства. Дискретные и непрерывные многомерные случайные величины. Условные законы распределения, статистическая зависимость случайных величин. Формула полной вероятности и Байеса в случае несчетного числа гипотез. Законы распределения функций от случайных аргументов.

Тема 4. Свойства математического ожидания, дисперсии, начального и центрального моментов высших порядков, коэффициента асимметрии, эксцесса, моды, медианы, квантилей. Неравенства Чебышева. Тестовые одномерные случайные величины и их законы распределения.

Тема 5. Числовые характеристики системы случайных величин: математическое ожидание, ковариация, дисперсия, коэффициента корреляции. Основные свойства ковариации и коэффициента корреляции случайных величин. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимость между случайными величинами. Условные математические ожидания случайных величин. Регрессия случайных величин и линии регрессии.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

1. Федоткин М.А. Лекции по анализу случайных явлений. — Учебник. М.: Наука – Физматлит, 2016. 464 с. (250 экз.).
2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. — Учебник. М.: Наука – Физматлит, 2012. 608 с. (250 экз.).
3. Свешников А.А. и др. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. - Санкт Петербург. Лань. 2007. 445 с. (350 экз.)
4. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. — Учебник. М.: Высшая школа, 2006. 368 с. (250 экз.)
5. 1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. - Учебник. М.: Эдиториал УРСС, 2005. 448 с. (300 экз.).
6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. — М.: Академия, 2003. 576 с. (300 экз.).
7. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2-х т. - М.: Мир, 1984. Т. 1, 528 с. Т. 2, 738 с. (300 экз.).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Пусть достоверное

событие $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ и $P(w_1) = P(w_2) = 3/8$, $P(w_3) = P(w_4) = 1/8$, $A = \{w_1, w_3\}$, $B = \{w_2, w_3\}$, $C = \{w_2, w_3\}$. Показать, что события A, B, C не являются независимыми в совокупности.

2. По цели производится 1000 независимых выстрелов. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,002. Используя таблицы, вычислить вероятность того, что в результате стрельбы будет зафиксировано не менее четырёх попаданий.

3. Некто купил 300 карточек для игры в тираже "Спортлото 6 из 49". На каждой из этих карточек он случайным образом и независимо от остальных карточек отмечает только шесть из 49 различных видов спорта. Максимальный выигрыш на каждую карточку выпадает, если некто отметил на этой карточке шесть видов спорта, которые совпадают с непреднамеренным выбором шесть из 49 спортивных номеров лотерейной комиссией. Какова вероятность того, что некто получит ровно два максимальных выигрыша?

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-1:

1. События A_1, A_2, \dots, A_n независимы в совокупности и вероятность $P(A_k) = p_k$. Найти вероятности следующих событий: 1) не произойдёт ни одного из событий A_1, A_2, \dots, A_n ; 2) произойдёт хотя бы одно из событий A_1, A_2, \dots, A_n ; 3) произойдёт одно и только одно из событий A_1, A_2, \dots, A_n .
2. Используя таблицы, найти вероятность того, что в обществе из 1095 человек ровно 10 человек родились в первый день нового года.
3. Вероятность выхода из строя одного компьютера за некоторое фиксированное время равна 0,2. Определить вероятность того, что из 100 такого типа компьютеров в течение этого времени их выйдет из строя от 14 до 26.

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент дал развернутый ответ на все вопросы без существенных ошибок.
не зачтено	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале.

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задача 1.

На трассе нефтепровода между городами Г1 и Г2 в течение некоторого времени произошла авария. Расстояние между городами равно 25 км. Измеряется расстояние от города Г1 до места аварии. Построить теоретико-множественную модель для этого эксперимента. Дать простейшую классификацию реальных экспериментов.

Задача 2.

Буквы слова «панама» написаны каждая на отдельной карточке. Одинаковые по форме карточки тщательно перемешаны, после чего последовательно и без возвращения извлекаются три. Выбранные карточки кладутся слева направо. Определить вероятность того, что в результате получается слово «пан» или, другими словами, наступает событие А. Рассмотреть и сравнить различные способы решения этой задачи

Задача 3.

Вероятность поражения самолёта одной ракетой равна $p = 1/3$. По самолёту выпускается $n = 12$ ракет. Найти наивероятнейшее число попаданий в самолёт.

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-1:

Задача 1.

Дать простейшее объяснение близости наивероятнейшего числа появлений события A в схеме Бернулли к величине np .

Задача 2.

Доказать предельные свойства многомерной интегральной функции распределения.

Задача 3.

При передаче сообщения по радиоканалу, вследствие наличия помех, с вероятностью p сообщение не удаётся декодировать. Сообщение передается до тех пор, пока оно не будет декодировано.

Продолжительность передачи сообщения равна 2 мин. Найти математическое ожидание и дисперсию времени, которое уйдёт на передачу сообщения.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю).

5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Тип — одиночный выбор.

Пусть событие $A^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k$, $A_* = \lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcap_{k=n}^{\infty} A_k$ и $A^* \neq A_*$. Опреде-

лить правильное утверждение между этими событиями.

- Событие $A^* \subset A_*$.
- Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ всегда существует.
- Событие $A^* \supset A_*$. (+)
- Событие $A^* \setminus A_* = \emptyset$.

2. Тип — множественный выбор.

Пусть событие $A^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k$, $A_* = \lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcap_{k=n}^{\infty} A_k$. Какие из приведенных

высказываний будут верными?

- Событие $A^* = A_*$, если $A_1 \supset A_2 \supset \dots$ (+)
- Событие $A^* \neq A_*$, если $A_1 \supset A_2 \supset \dots$
- Событие $A^* = A_*$, если $A_1 \subset A_2 \subset \dots$ (+)
- Событие $A^* \neq A_*$, если $A_1 \subset A_2 \subset \dots$

3. Тип — одиночный выбор.

Пусть последовательность $\{A_i; i \geq 1\}$ событий из \mathcal{F} имеет предел $A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n$. Определить

соотношение, которое является верным.

- Событие $A \notin \mathcal{F}$.
- Событие $A \neq \lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n$.
- Событие $A \neq \lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n$.
- Событие $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n$. (+)

5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПК-1:

4. Тип — множественный выбор.

Пусть последовательность $\{A_i; i \geq 1\}$ событий из \mathcal{F} удовлетворяет условию $A_1 \supset A_2 \supset \dots$

Определить соотношения, которые являются верными.

- Имеет место соотношение $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = P(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n)$. (+)

- Имеет место соотношение $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) \neq P(\lim_{n \rightarrow \infty} A_n)$.

- Имеет место соотношение $P(\lim_{n \rightarrow \infty} A_n) = P(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n)$. (+)

- Имеет место соотношение $P(\lim_{n \rightarrow \infty} A_n) \neq P(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n)$.

Пусть $\xi(\omega)$ является одномерной случайной величиной на (Ω, \mathcal{F}) . Определить соотношения между событиями, которое является ошибочным.

- Событие $\{\omega: \xi(\omega) \geq a\} = \Omega \setminus \{\omega: \xi(\omega) < a\}$.
- Событие $\{\omega: \xi(\omega) > a\} \neq \Omega \setminus (\bigcap_{i=1}^{\infty} \{\omega: \xi(\omega) < a + 1/i\})$. (+)
- Событие $\{\omega: a \leq \xi(\omega) < b\} \in \mathcal{F}$.
- Событие $\{\omega: \xi(\omega) = a\} = \bigcap_{i=1}^{\infty} \{\omega: \xi(\omega) < a + 1/i\} \setminus \{\omega: \xi(\omega) < a\}$.

6. Тип — множественный выбор.

Пусть $\xi(\omega)$ является одномерной случайной величиной на (Ω, \mathcal{F}) . Определить соотношения между событиями, которые являются верными.

- Событие $\{\omega: \xi(\omega) > a\} \neq \Omega \setminus (\bigcap_{i=1}^{\infty} \{\omega: \xi(\omega) < a + 1/i\})$.
- Событие $\{\omega: a \leq \xi(\omega) < b\} \in \mathcal{F}$. (+)
- Событие $\{\omega: \xi(\omega) = a\} = \bigcap_{i=1}^{\infty} \{\omega: \xi(\omega) < a + 1/i\} \setminus \{\omega: \xi(\omega) < a\}$.
- Событие $\{\omega: \xi(\omega) \geq a\} = \Omega \setminus \{\omega: \xi(\omega) < a\}$. (+)

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	как минимум 80% правильных ответов в тесте
не зачтено	менее 80% правильных ответов в тесте

5.1.7 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Вариант №1

Задание 1.

Объясните главную причину, которая выделяет нормальный закон среди других законов непрерывного типа.

Приведите формулировку правила «трёх сигм» и поясните его практическое значение.

Задание 2.

Привести вид ковариационной матрицы для независимых случайных величин.

Задание 3.

Дать физическую интерпретацию свойства измеримости случайных величин.

Вариант №2

Задание 1.

Привести случаи, когда математическое ожидание и начальные моменты случайных величин не существуют.

Задание 2.

В чем заключается основное отличие числовых характеристик одномерных и многомерных случайных величин?

Задание 3.

Имеется две непрозрачные корзины. В первой корзине находятся два белых мячика и три чёрных, а во второй корзине — один белый и три чёрных мячика. Мячики отличаются только цветом.

Наудачу без возвращения последовательно извлекаются все мячики следующим образом: сначала из первой корзины, потом из второй корзины, затем снова из первой корзины и т. д. Построить вероятностную модель $(W, \mathcal{F}, P(\cdot))$ для этого эксперимента. Найти вероятность того, что первый белый мячик будет извлечен из второй корзины.

5.1.8 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-1:

Вариант 1

Задание 1.

Дать обоснование рассмотрения наименьшей борелевской σ -алгебры \mathcal{B} на действительной прямой.

Задание 2.

Два игрока поочередно подбрасывают несимметричную монету до первого выпадения герба. Каждый бросок осуществляется независимым образом с помощью некоторого механизма, обеспечивающего произвольное вращение монеты в воздухе и её непреднамеренное падение на некоторую поверхность стола. Вероятность появления герба при одном броске равна p . Вычислить среднее число бросков, которое совершает в опыте каждый из игроков

Задание 3.

Найти вероятность того, что при $n = 500$ бросаниях симметричной монеты герб появится от 240 до 260 раз включительно.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю).

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые	Имеется минимальный набор навыков для	Продemonстрированы базовые навыки при решении	Продemonстрированы базовые навыки при решении	Продemonстрированы навыки при решении	Продemonстрирован творческий подход к решению

	навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	навыки. Имели место грубые ошибки	решения стандартных задач с некоторым и недочетами	стандартных задач с некоторым и недочетами	стандартных задач без ошибок и недочетов	нестандартных задач без ошибок и недочетов	нестандартных задач
--	--	-----------------------------------	--	--	--	--	---------------------

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задача 4.

Пусть \mathcal{B} есть σ -алгебра борелевских подмножеств на действительной прямой R . Определить верное соотношение.

- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то промежуток $[a, b) \notin \mathcal{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то промежуток $(a, b] \notin \mathcal{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то интервал $(a, b) \notin \mathcal{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то отрезок промежуток $[a, b] \in \mathcal{B}$.

Задача 5.

Пусть $\xi(\omega)$ является одномерной случайной величиной на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P(\cdot))$, $F(x) = P(\{\omega: \xi(\omega) < x\})$ и $A_n = \{\omega: \xi(\omega) < a_n\}$, где $a_1 > a_2 > \dots > a_n > a_{n+1} > \dots > a$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a < +\infty$. Вы-

числить пределы: 1) $P(\lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n)$; 2) $P(\lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n)$; 3) $P(\lim_{n \rightarrow \infty} A_n)$.

Ответ для задачи 1): $P(\lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n) = F(a+0)$;

ответ для задачи 2): $P(\lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n) = F(a+0)$;

ответ для задачи 3): $P(\lim_{n \rightarrow \infty} A_n) = F(a+0)$.

Задача 6.

Пусть $\xi(\omega)$ является дискретной случайной величиной, которая принимает возможные значения x_1, x_2, \dots . Определить верное утверждение.

- Имеет место равенство $P(\{\omega: \xi(\omega) = x_1\}) = 0$.
- Имеет место равенство $F(x) = \sum_{i: x_i < x} P(\xi = x_i)$.
- Имеет место соотношение $\sum_i P(\{\omega: \xi(\omega) = x_i\}) < 1$.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-1

Задача 7.

Пусть \mathcal{B} есть σ -алгебра борелевских подмножеств на действительной прямой R . Определить верное соотношение.

- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то промежуток $[a, b) \notin \mathcal{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то промежуток $(a, b] \notin \mathcal{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то интервал $(a, b) \notin \mathcal{B}$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то отрезок промежуток $[a, b] \in \mathcal{B}$.

Задача 8.

Пусть $x(w)$ является одномерной случайной величиной на вероятностном пространстве $(W, \mathcal{F}, P(\cdot))$, $F(x) = P(\{w: x(w) < x\})$ и $A_n = \{w: x(w) < a_n\}$, где $a_1 > a_2 > \dots > a_n > a_{n+1} > \dots > a$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a < +\infty$. Вычислить пределы: 1) $P(\inf A_n)$; 2) $P(\sup A_n)$; 3) $P(A_n)$.

Ответ для задачи 1): $P(\inf A_n) = F(a+0)$;

ответ для задачи 2): $P(\sup A_n) = F(a+0)$;

ответ для задачи 3): $P(A_n) = F(a + 0)$.

Задача 9.

Пусть $X(W)$ является дискретной случайной величиной, которая принимает возможные значения $x_1, x_2,$

... Определить верное утверждение.

- Имеет место равенство $P(\{W: X(W) = x_1\}) = 0$.
- Имеет место равенство $F(x) = P(X = x_i)$.
- Имеет место соотношение $P(\{W: X(W) = x_i\}) < 1$.
- Имеет место неравенство $P(\{W: X(W) = x_i\}) > 1$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю).

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задание 1.

Пусть событие $A^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k$, $A_* = \lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcap_{k=n}^{\infty} A_k$ и $A^* \neq A_*$. Определить правильное утверждение между этими событиями.

Событие $A^* \subset A_*$.

- Событие $A^* \subset A_*$.
- Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ всегда существует.
- Событие $A^* \supset A_*$.
- Событие $A^* \setminus A_* = \emptyset$.

Задание 2.

Пусть событие $A^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k$, $A_* = \lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcap_{k=n}^{\infty} A_k$. Какие из приведенных высказываний будут верными?

Событие $A^* = A_*$, если $A_1 \supset A_2 \supset \dots$

- Событие $A^* = A_*$, если $A_1 \supset A_2 \supset \dots$
- Событие $A^* \neq A_*$, если $A_1 \supset A_2 \supset \dots$
- Событие $A^* = A_*$, если $A_1 \subset A_2 \subset \dots$
- Событие $A^* \neq A_*$, если $A_1 \subset A_2 \subset \dots$

12

Задание 3.

Пусть последовательность $\{A_i; i \geq 1\}$ событий из \mathcal{F} имеет предел $A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n$. Определить соотношение, которое является верным.

Событие $A \notin \mathcal{F}$.

- Событие $A \neq \lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n$.
- Событие $A \neq \lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n$.
- Событие $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n$.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-1

Задание 1.

Пусть $c \in \mathbb{R}$ и $\xi(\omega)$, $\eta(\omega)$ являются случайными величинами. Определить утверждение, которое будет ошибочным.

- Функция $c\xi(\omega)$ является случайной величиной.
- Функция $c(\xi(\omega) + \eta(\omega))$ является случайной величиной.
- Функция $c(\xi(\omega) - \eta(\omega))$ является случайной величиной.
- Функция $|\xi(\omega)|$ не является случайной величиной.

Задание 2.

Пусть рассматривается последовательность A_1, A_2, \dots случайных событий на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P}(\cdot))$. Вычислить пределы: 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n$; 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$, если $A_1 \supset A_2 \supset \dots$

Ответ для задачи 1): $\lim_{n \rightarrow \infty} \inf A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$;

ответ для задачи 2): $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$;

ответ для задачи 3): $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$.

Пусть $F(x)$ является интегральной функцией распределения случайной величины ξ . Определить правильные соотношения.

- Имеет место соотношение $F(+\infty) \neq 1$.
- Имеет место соотношение $F(-\infty) = 0$.
- Имеет место соотношение $F(+\infty) = 1$.
- Имеет место соотношение $F(-\infty) \neq 0$.

Задание 3.

Пусть $F(x)$ является интегральной функцией распределения случайной величины ξ . Определить правильное утверждение?

- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то $\mathbf{P}(\{\omega: a \leq \xi(\omega) < b\}) = F(a) - F(b)$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: a \leq \xi(\omega) < b\}) < F(a) - F(b)$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: a \leq \xi(\omega) < b\}) = F(b) - F(a)$.
- Если $-\infty < a < b < +\infty$, то вероятность $\mathbf{P}(\{\omega: a \leq \xi(\omega) < b\}) > F(b) - F(a)$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнена основная часть задания, возможно с незначительными недочетами
не зачтено	Выполнено менее половины задания, есть существенные недочеты

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Основы прикладной теории вероятностей и статистики : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика". - М. : Высшая школа, 2006. - 368 с. : ил. - ISBN 5-06-005328-8 : 215.60., 183 экз.
2. Федоткин Михаил Андреевич. Лекции по анализу случайных явлений : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Приклад. математика и информатика" и 010300 "Фундам. информатика и информ. технологии" / ННГУ. - М. : Физматлит, 2016. - 464 с. - ISBN 978-5-9221-1679-4 : 599.50., 250 экз.
3. Федоткин Михаил Андреевич. Модели в теории вероятностей : учебник. - М. : Физматлит : ННГУ, 2012. - 608 с. - (Библиотека Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского). - ISBN 978-5-9221-1384-7 : 600.00., 200 экз.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учеб. пособие / под общ. ред. А. А. Свешникова. - Изд. 3-е, перераб. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2007. - 448 с. : ил. - (Лучшие классические учебники. Математика) (Классические задачки и практикумы) (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0708-8 : 271.92., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Гнеденко Борис Владимирович. Курс теории вероятностей : [учебник]. - 7-е изд., испр. - М. : Эдиториал УРСС, 2001. - 320 с. - ISBN 5-8360-0400-5 : 166.80., 1 экз.
2. Вентцель Елена Сергеевна. Теория вероятностей : учеб. для вузов. - 8-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2002. - 575 с. : ил. - ISBN 5-06-003650-2 : 78.65., 11 экз.
3. Феллер Вильям. Введение в теорию вероятностей и ее приложения : в 2 т. Т. 2 / пер. со 2-го англ. изд. Ю. В. Прохорова. - М. : Мир, 1984. - 751 с. : граф. - 3.50., 15 экз.
4. Феллер Вильям. Введение в теорию вероятностей и ее приложения : в 2 т. Т. 1 / пер. с пересмотр. 3-го англ. изд. Ю. В. Прохорова ; предисл. А. Н. Колмогорова. - М. : Мир, 1984. - 527 с. : ил. - 2.60., 14 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

- 1) Интернет-ресурсы электронного портала Института ИТММ;
- 2) Пакет программ «МОНТЕ» - специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей и предназначенное для имитационного моделирования случайных статистически устойчивых экспериментов;
- 3) Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: 1. Операционные системы семейства Microsoft Windows, – лицензия по подписке MicrosoftImagine; 2. Пакет программ «МОНТЕ» - специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей с использованием среды разработки семейства Microsoft VisualStudio (лицензия по подписке MicrosoftImagine).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Федоткин Михаил Андреевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.