

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

*Практикум по математическому анализу*

Уровень высшего образования  
*бакалавриат*

Направление подготовки / специальность

*01.03.01 Математика*

Направленность образовательной программы  
*Общий профиль*

Форма обучения  
*Очная*

Нижний Новгород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Практикум по математическому анализу относится к обязательной части и является основной математической дисциплиной, без которой невозможна подготовка специалистов высшей квалификации по естественнонаучному и техническому профилю. Курс «Практикум по математическому анализу» относится к базовой части ОПОП бакалавриата по направлению подготовки «01.03.01 Математика». Индекс дисциплины **Б1.0.33**.

Обязателен для освоения в 1,2 семестрах, первого года обучения.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.0.33, «Практикум по математическому анализу», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<i>ОПК-1</i>  <i>Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</i>	<i>ОПК-1.1.</i>  <i>Знать методы решения задач из области математических и естественных наук</i>	<i>Знать_ алгоритмы исследования функций при построении графиков и при вычислении основных характеристик геометрических фигур и физических величин, используя фундаментальные методы и приемы математического анализа.</i>  <i>Уметь решать математические задачи и проблемы на основе полученных знаний из математического анализа при вычислении длины кривых, площади плоских фигур, объемов и массы тел, площади</i>	<i>зачет</i>

		<p>поверхностей, координат центра масс.</p> <p><i>Владеть</i> различными методами и способами вычисления пределов, методами дифференциального и интегрального исчисления, методами разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье</p>	
	<p><i>ОПК-1.2.</i></p> <p><i>Уметь применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</i></p>	<p><i>Уметь</i> проводить доказательства математических утверждений на основе опыта аналогичных доказательств из курса математического анализа.</p>	<i>зачет</i>

### 3. Структура и содержание дисциплины «Математический анализ»

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>130</b>
- занятия лекционного типа	<b>0</b>
- занятия семинарского типа	<b>128</b>
- текущий контроль (КСР)	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>14</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	<b>0</b>

#### 3.2.Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы			
		из них			КСР
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Лабораторные	
<b>1. Введение</b> 1.Предмет математического анализа. Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения	0	0			0
<b>2. Вещественные числа</b> Числовая прямая. Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи. Окрестность точки. Ограниченные и неограниченные множества, грани множества. Существование точных граней ограниченных числовых множеств.	5	0	4		1
<b>3. 3 Числовые последовательности:</b> Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой последовательности. Примеры. Свойства пределов и числовых последовательностей. Теорема о единственности предела, теорема об	22	0	20		2

ограниченности сходящейся последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями. Бесконечно малые и большие последовательности, связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число $e$ . Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предельные точки числового множества. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши существования предела. Полнота числовой прямой.						
<b>4. Предел функции.</b> Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. График функции. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Свойства пределов функций. Предел суперпозиции. Бесконечно малые функции и их сравнение. Замечательные пределы $\lim \sin x$ , $\lim (1+x)^n$ . Раскрытие неопределенностей. Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке и на бесконечности.	11	0	10		10	1
<b>5. Непрерывные функции:</b> Свойства непрерывных функций. Локальная устойчивость знака. Различия определения непрерывности функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема о промежуточных значениях. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции на отрезке и достижении точных граней. Условия непрерывности монотонной функции на отрезке. Теорема о непрерывности обратной функции.	11	0	10		10	1
<b>6. Производная функции:</b> Задачи, приводящие к понятию производной функции. Средняя и мгновенная скорость изменения процесса. Производная и дифференциал функции в точке. Дифференцируемость функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику функции в точке. Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции. Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций. Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически.	11	0	10		10	1

Дифференцирование функций, заданных параметрически. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически. Инвариантность формы первого дифференциала. Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.						
<b>7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения:</b> Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формулы конечных приращений. Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума. Направления выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты функции. Общая схема исследования и построения графиков функции. Нахождение глобального экстремума функции. Приближенные методы нахождения корней уравнений. Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательной, оценка погрешности.	11	0	10		10	1
<b>Промежуточная аттестация - зачет</b>						
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	1				1	
<b>ИТОГО в 1-м семестре:</b>	<b>72</b>	<b>0</b>	<b>64</b>		<b>65</b>	<b>7</b>
<b>Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,</b>  <b>форма промежуточной аттестации по дисциплине</b>	<b>Всего (часы)</b>	<b>Занятия лекционного типа</b>	<b>Занятия семинарского типа</b>	<b>Лабораторные</b>	<b>Всего контактных часов</b>	<b>СРС</b>
<b>1. Неопределенный интеграл:</b> Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла. Таблица интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Рационализация подинтегральной функции. Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева.	8	0	8		8	0
<b>2. Определенный интеграл:</b> Задачи о площади подграфика функции, о работе переменной силы, о массе неоднородного стержня. Интегральные суммы Римана.	9	0	8		8	1

<p>Определенный интеграл.  Интегрируемость и ограниченность функции.  Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости.  Колебание функции на отрезке.  Определение равномерной непрерывности функции.  Теорема Кантора.  Классы интегрируемых функций.  Свойства определенного интеграла и интегрируемых функций. Теорема о среднем.  Интеграл как функция верхнего предела. Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.  Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интервале.</p>						
<p><b>3. Приложения определенного интеграла:</b>  Понятие кривой на плоскости и в пространстве.  Параметризация кривой.  Эквивалентность параметризаций.  Гладкие и кусочно-гладкие кривые.  Определение длины дуги и спрямляемой кривой.  Вычисление длины дуги кривой в различных координатах.  Дифференциал дуги кривой.  Определение площади плоской фигуры. Критерий квадратуемости области. Квадратируемость области со спрямляемой границей. Вычисление площади плоских фигур.  Объем тела. Критерий кубируемости тела. Вычисление объема тела с известными сечениями, и тела вращения.  Площадь поверхности вращения.  Приложения к задачам механики: масса, статические моменты, координаты центра масс, моменты инерции (материальной кривой и пластины). Теорема Гульдина.</p>	9	0	8		8	1
<p><b>4. Функции многих переменных и пределы:</b>  Арифметическое Евклидово пространство <math>R</math>. Связное множество в <math>R</math>. Шаровая и кубическая окрестности точки.  Открытые и замкнутые множества в <math>R</math>. 11  Последовательность в <math>R</math>. Сходимость и предел последовательности. Покоординатная сходимость.  Критерий Коши сходимости последовательности в <math>R</math>.  Ограниченные и неограниченные множества в <math>R</math> Теорема Больцано-Вейерштрасса.  Компакты. Критерий компактности.  Функции многих переменных.  График функции двух переменных.  Линии и поверхности уровня.  Кратные и повторные пределы функции. Свойства пределов. Критерий Коши.</p>	9	0	8		8	1
<p><b>5. Непрерывные функции многих переменных</b>  Различные определения непрерывности функции в точке.  Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным.  Свойства непрерывных функций.  Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве.  Свойства функции, непрерывной на компакте: теорема Вейерштрасса об ограниченности и существовании глобальных экстремумов, теорема Кантора о равномерной непрерывности.</p>	9	0	8		8	1
<p><b>6. Дифференцирование функции многих переменных:</b></p>	9	0	8		8	1

Частные производные. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции. Достаточное условие дифференцируемости. Линеаризация функций Приближенные вычисления функции с помощью дифференциала. Абсолютная и относительная погрешность. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Практические следствия инвариантности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциал высших порядков. Неинвариантность формы высших дифференциалов. Инвариантность при аффинной замене переменных. Формула Тейлора. Оценка остаточного члена и приближенное вычисление функции с помощью формулы Тейлора. Формула Лагранжа конечных приращений.						
<b>7. Неявно-заданные функции:</b> Неявно-заданные функции и система неявных функций, одной и многих переменных. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости. Якобиан системы функций. Вычисление старших производных неявных функций. Уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной неявно.	9	0	8		8	1
<b>8. Экстремумы функций многих переменных</b> Необходимое условие локального экстремума. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум функции. Метод множителей Лагранжа. Глобальные экстремумы функций (безусловные и условные).	9	0	8		8	1
<b>Промежуточная аттестация - зачет</b>						
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	1				1	
<b>Итого во 2-м. семестре</b>	<b>72</b>	<b>0</b>	<b>64</b>		<b>65</b>	<b>7</b>
<b>ИТОГО ВСЕГО:</b>	<b>144</b>	<b>0</b>	<b>128</b>		<b>130</b>	<b>14</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках групповых или индивидуальных консультаций.

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде работы с рекомендованной обязательной и дополнительной литературой, подготовке к зачету. Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.



**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:**

**5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	обучающего от ответа	ошибки.	недочетами	недочетами	недочетов	недочетов	
--	-------------------------	---------	------------	------------	-----------	-----------	--

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

По результатам промежуточной аттестации в виде зачета проставляются оценки «Зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «удовлетворительно» и выше) и «Не зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «плохо» и «неудовлетворительно»).

*Соответствие между баллами и качественной оценкой*

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.**

**5.2.1. Задачи к зачёту по дисциплине «Практикум по математическому анализу»**

I семестр	
<p><b>1.</b></p> <p>1. Найти предел <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x^2} + x^3 - 1}{\ln(\cos x)}</math></p> <p>2. Найти <math>f'_+(0)</math>; <math>f'_-(0)</math></p> <p><math>f(x) = \arcsin(e^{-x^2})</math></p>	ОПК-1
<p><b>2.</b></p> <p>1. Доказать, что <math>\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sign}\left(\sin \frac{1}{x}\right)</math> не существует.</p> <p>2. Разложить по формуле Тейлора функцию <math>f(x) = xe^{2x}</math> в окрестности точки <math>x_0 = 1</math> до <math>o((x-1)^n)</math>.</p>	ОПК-1
<p><b>3.</b></p> <p>1. Доказать, что последовательность сходится</p> <p><math display="block">x_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}</math></p> <p>2. Найти предел <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (tgx)^{\cos x}</math>.</p>	ОПК-1
<p><b>4.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x+x^2) + \ln(1-3x+x^2)}{x^2}</math>.</p> <p>2. Найти <math>f'_+(0)</math>; <math>f'_-(0)</math></p>	ОПК-1

$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2^{\frac{1}{x}} - 1}; & x \neq 0 \\ 0 & ; \quad x = 0 \end{cases}$	
<p>5.</p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[4]{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}.</math></p> <p>2. Найти <math>f'_+(0); f'_-(0)</math></p> $f(x) = \begin{cases} x \arcsin\left(\cos \frac{1}{x}\right); & x \neq 0 \\ 0 & ; \quad x = 0 \end{cases}$	ОПК-1
<p>6.</p> <p>1. Найти предел <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x} - 1 - \sin x}{\ln(1+x)}</math></p> <p>2. Найти точки разрыва функции и установить их род <math>f(x) = \frac{1}{1 + 2^{\lg x}}.</math></p>	ОПК-1
<p>7.</p> <p>1. Найти <math>y'_x, y''_{xx} \begin{cases} x = a \cdot (\sin t - t) \\ y = a(\cos t - 1) \end{cases}</math>, где <math>a</math> - постоянная</p> <p>2. Исследовать на дифференцируемость функцию</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}; & x > 0 \\ e^{x^2} - 1 & ; \quad x \leq 0 \end{cases}$	ОПК-1
<p>8.</p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x + \sqrt{\frac{x^3 + 2x^2}{x+1}} \right).</math></p> <p>2. Найти <math>f'(x)</math></p> $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + x & ; \quad x \neq 0 \\ 1 & ; \quad x = 0 \end{cases}$	ОПК-1

<p><b>9.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^4}.</math></p> <p>2. Найти асимптоты графика функции</p> $y = \sqrt{x^4 + x^3} - \sqrt{x^4 - x^3}$	ОПК-1
<p><b>10.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - \sqrt{\cos 2x}}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}.</math></p> <p>2. Найти <math>f'(0)</math></p> $f(x) = \begin{cases} \sin\left(x^4 \sin \frac{5}{x}\right) ; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$	ОПК-1
<p><b>11.</b></p> <p>1. Доказать, что последовательность расходится</p> $x_n = \frac{2^{n+1} - (-3)^n}{(-2)^n + 3^{n+1}}$ <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x \ln(1+x)}{\sqrt{x}}</math></p>	ОПК-1
<p><b>12.</b></p> <p>1. Доказать, что последовательность расходится</p> $x_n = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{n}{(n+1)^2}$ <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow +0} (2\sqrt{x} + x)^{\frac{1}{\ln x}}</math></p>	ОПК-1
<p><b>13.</b></p> <p>1. Доказать, что последовательность сходится</p>	ОПК-1

$x_n = \frac{\cos 1}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{\cos(2n-1)}{n(n+1)}$ <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x} \cdot \ln(\ln x)}{\sqrt[3]{2x+3} \cdot \sqrt{\ln x}}</math></p>	
<p><b>14.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)}{\sin(\sin^2 x)}</math></p> <p>2. Найти <math>f'(0)</math></p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$	ОПК-1
<p><b>15.</b></p> <p>1. Найти асимптоты графика функции</p> $y = x + \sqrt{4x^2 + 1}$ <p>2. Разложить функцию <math>f(x) = \frac{x}{x+4}</math> по формуле Тейлора в точке <math>x_0 = -1</math> до <math>o((x+1)^n)</math>.</p>	ОПК-1
<p><b>16.</b></p> <p>1. Доказать расходимость по критерию Коши</p> $x_n = tg 1 + tg \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + tg \frac{1}{\sqrt{n}}$ <p>2. Исследовать на дифференцируемость.</p> <p>Найти <math>f'_+(0); f'_-(0)</math></p> $f(x) = \begin{cases} x + x^3, & x \geq 0 \\ \sin x \cdot \cos x, & x < 0 \end{cases}$	ОПК-1
<p><b>17.</b></p> <p>1. Доказать, что <math>x_n = n^2 \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)</math> неограниченна, но не бесконечно большая.</p>	ОПК-1

<p>2. Найти <math>f'(0)</math></p> $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + x & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$	
<p><b>18.</b></p> <p>1. Доказать, используя критерий Коши, что последовательность расходится</p> $x_n = \frac{1}{\sqrt[3]{6}} + \frac{1}{\sqrt[3]{13}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{7n-1}}$ <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x - x^x}</math></p>	ОПК-1
<p><b>19.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1+\operatorname{tg} x} - e^{\sqrt{1+2x}}}{\operatorname{tg} x}</math></p> <p>2. Найти точки разрыва функции и установить их род</p> $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{1}{x^2}} & ; x \neq 0, x < 1 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$	ОПК-1
<p><b>20.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^x - 1}{x^2}</math></p> <p>2. Найти точки разрыва функции и установить их род <math>f(x) = 2^{-2^{\frac{1}{1-x}}}</math></p>	ОПК-1
<p><b>21.</b></p> <p>1. Найти предел <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n} - \frac{1}{2^n}}</math></p> <p>2. <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x}) \sqrt{x}</math></p>	ОПК-1
<p><b>22.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{2x^2 + 10x + 1} - \sqrt[7]{x^2 + 10x + 1}}{x}</math></p>	ОПК-1

<p>2. Найти <math>f'(0)</math></p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{\arcsin x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$	
<b>II семестр</b>	
<p><b>23.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[4]{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}</math></p> <p>2. Найти асимптоты графика функции</p> $y = x \left( 1 - \frac{1}{x} \right)^x$	<i>ОПК-1</i>
<p><b>24.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - \ln(\operatorname{ch} x^2))</math></p> <p>2. Найти <math>y''_{x^2}</math></p> $x(t) = t^3 + 3t$ $y(t) = t \cdot \operatorname{arctg} t - \ln \sqrt{1+t^2}$	<i>ОПК-1</i>
<p><b>25.</b></p> <p>1. Найти <math>y'_x</math>, если: <math>y(t) = (\ln t)^{\sin t^2}</math>, <math>x(t) = \cos \operatorname{arcc} \operatorname{tg} t</math></p> <p>2. Найти <math>f'(0)</math></p> $f(x) = \begin{cases} \sin \left( x^4 \sin \frac{5}{x} \right) & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$	<i>ОПК-1</i>
<p><b>26.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left( 4^{\frac{1}{x}} - 4^{\frac{1}{x+1}} \right)</math></p> <p>2. Найти <math>f'(0)</math></p>	<i>ОПК-1</i>



$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x \cdot \operatorname{arctg} x} - \frac{1}{x^2} & ; x \neq 0 \\ 1/3 & ; x = 0 \end{cases}$	
<p><b>27.</b></p> <p>1. <math>\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x + \cos x}{\sin 4x + \cos 4x} \right)^{\frac{1}{x}}</math></p> <p>2. Найти асимптоты графика функции <math>y = \sqrt{\frac{x^3}{x-2}}</math></p>	ОПК-1
<p><b>28.</b></p> <p>Исследовать функции на непрерывность и построить графики.</p> <p>а) <math>y = \begin{cases} -x &amp; \text{при } x \leq 0, \\ x^2 &amp; \text{при } 0 &lt; x \leq 2, \\ x+1 &amp; \text{при } x &gt; 2. \end{cases}</math>      б) <math>y = 8^{\frac{1}{5-x}}</math></p>	ОПК-1
<p><b>29.</b></p> <p>Исследовать функции и построить их графики:</p> <p>а) <math>y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}</math> ; б) <math>y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}</math>.</p>	ОПК-1
<p><b>30.</b></p> <p><b>Найти интегралы:</b></p> <p>1. <math>\int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x} dx</math>.    2. <math>\int x \cdot 7^{x^2} dx</math>.</p>	ОПК-1
<p><b>31.</b></p> <p><b>Найти интегралы:</b></p> <p>1. <math>\int \ln(4x^2 + 1) dx</math>.    2. <math>\int (x^2 + 7x + 12) \cos 6x dx</math>.</p>	ОПК-1

<p><b>32.</b></p> <p><i>Найти интегралы:</i></p> <p>1. <math>\int \frac{dx}{3x^2 - x + 1}</math>.    2. <math>\int \frac{2x^3 - 1}{x^2 + x - 6} dx</math>.</p>	ОПК-1
<p><b>33.</b></p> <p><i>Найти интегралы:</i></p> <p>1. <math>\int \frac{-6x^2 + 11x - 10}{(x-2)(x+2)^2} dx</math>.    2. <math>\int \frac{6x^2 + 9x + 6}{(x+1)(x^2 + 2x + 3)} dx</math>.</p>	ОПК-1
<p><b>34.</b></p> <p>Дана функция <math>z = f(x, y)</math>. Проверить, удовлетворяет или нет эта функция данному уравнению.</p> $z = \sin^2(y - ax); \quad a^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$	ОПК-1
<p><b>35.</b></p> <p>Найти наименьшее и наибольшее значения функции в замкнутой области.</p> $z = x^2 - xy + y^2 - 4x; \quad D: \quad x = 0; \quad y = 0; \quad 2x + 3y - 14 = 0.$	ОПК-1
<p><b>36.</b></p> <p>Даны: функция <math>z = z(x, y)</math>, точка <math>A</math> и вектор <math>\vec{a}</math>. Найти 1) <math>\text{grad } z</math> в <math>(\cdot)A</math>; 2) производную в <math>(\cdot)A</math> по направлению вектора <math>\vec{a}</math>.</p> $z = \ln(3x^2 + 5y^2); \quad A(2;3); \quad \vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}.$	ОПК-1

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: Учеб.: ФИЗМАТЛИТ, 2001 (50 экз.)
2. КУДРЯВЦЕВ Л.Д. Краткий курс математического анализа. Том 1. 2002. - 400 с. (40 экз.)
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1966

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы <http://www.unn.ru/books/resources.html>  
<http://new.e-vmk.unn.ru/sites/>

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению (профилю) **01.03.01 Математика**.

Автор к.ф.-м.н., доцент Малкин М.И.

Заведующий кафедрой А.В. Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.