

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Дзержинский филиал ННГУ

УТВЕРЖДЕНО

Решением президиума ученого совета ННГУ
протокол от «14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

(наименование дисциплины)

Уровень высшего образования

Бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

38.03.01 ЭКОНОМИКА

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

ФИНАНСЫ И КРЕДИТ

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

Очная, очно-заочная

(очная / очно-заочная / заочная)

Год набора: 2022

Дзержинск

2021 г.

1. Место и цели дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.11. «Математический анализ» относится к обязательной части образовательной программы направления подготовки 38.03.01 Экономика.

Дисциплина предназначена для освоения.

- студентами очной формы обучения - в 1,2 семестрах.
- студентами очно-заочной формы - в 1,2 семестрах.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине**	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.	<u>Знать</u> состав и структуру требуемых данных и информации. <u>Уметь</u> грамотно реализовывать процессы сбора данных и информации. <u>Владеть</u> методиками обработки и интерпретации данных и информации.	Задачи, тест, контрольные работы
ОПК-5. Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач	ОПК 5.2. Использует современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач	<u>Знать</u> факты, задачи, методы математического анализа, необходимые для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов, обоснования полученных выводов. <u>Уметь</u> среди фактов, задач, методов, предоставляемых математическим анализом, выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов, обоснования полученных выводов. <u>Владеть</u> методикой решения задач математического анализа, необходимых для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализа результатов расчетов, обоснования полученных выводов.	Задачи, тест, контрольные работы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения
Общая трудоемкость	10 ЗЕТ	10 ЗЕТ
Часов по учебному плану	360	360
в том числе		
аудиторные занятия (контактная работа):	96	72
– занятия лекционного типа	32	24
– занятия семинарского типа (практические занятия)	64	48
- КСРИФ	4	4
самостоятельная работа	188	206
Промежуточная аттестация – Экзамен/ экзамен	72	78

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего			В том числе												Самостоятельная работа обучающегося, часы		
	(часы)			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы														
форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)				из них														
				Занятия лекционного типа			Занятия семинарского типа			Занятия лабораторного типа			Всего					
	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная			
	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная			
Введение в анализ (множества, функции, предел последовательности, предел и непрерывность функции)	49		45	6		4	12		8				18		12	31		33
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	47		45	6		4	10		8				16		12	31		33
Интегральное исчисление функций одной переменной	46		46	4		4	10		8				14		12	32		34
Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	49		47	6		4	12		8				18		12	31		35

Обыкновенные дифференциальные уравнения	47		47	6		4	10		8				16		12	31		35
Числовые и функциональные ряды	46		48	4		4	10		8				14		12	32		36
КСРИФ	4		4										4		4			
Промежуточная аттестация – экзамен/экзамен	72		78															
ИТОГО	360		360	32		24	64		48				100		76	188		206

Содержание дисциплины по темам

Тема 1. Введение в анализ (множества, функции, предел последовательности, предел и непрерывность функции).

1. Аксиоматическое построение математической теории. Понятие множества. Операции над множествами и их свойства. Наиболее употребительные числовые множества (натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные, комплексные числа).

2. Определение и способы задания функции. Сложная и обратная функция. Свойства числовых функций. Основные элементарные функции и их графики.

3. Понятие предела числовой последовательности. Теоремы о сходящихся последовательностях. Число e . Правила вычисления пределов числовых последовательностей.

4. Понятие предела функции. Основные теоремы о пределах функций. Замечательные пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Правила вычисления пределов числовых функций.

5. Понятие непрерывности функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

1. Производная. Дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемых функций. Таблица производных. Правила дифференцирования. Геометрический смысл производной. Экономические интерпретации производной. Касательная и нормаль к плоской кривой. Производные высших порядков. Дифференциалы. Формулы Тейлора и Маклорена. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций: $y = e^x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \ln(1+x)$, $y = (1+x)^m$.

2. Исследование функций с помощью методов дифференциального исчисления: условия возрастания и убывания функций, экстремумы функций, направление выпуклости графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования и построения графика функции.

Тема 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.

1. Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица интегралов. Приемы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций.

2. Интегральные суммы. Определенный интеграл, его геометрический смысл. Изменение границ интегрирования при замене переменных. Метод интегрирования по частям для поиска определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур. Несобственные интегралы I рода.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

1. Понятие функции многих переменных. Предел и непрерывность функции двух переменных. Частные производные первого порядка. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы функции от двух переменных.

2. Экстремумы функции двух переменных. Условный экстремум. Экономическое приложение частных производных.

Тема 5. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

1. Дифференциальное уравнение первого порядка, его геометрическое истолкование, общее решение, начальные условия. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

2. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения Бернулли.

3. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Применение дифференциальных уравнений в экономике.

Тема 6. Числовые и функциональные ряды.

1. Понятие числового ряда. Частичная сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Основные свойства рядов. Необходимое условие сходимости ряда.

2. Ряды с неотрицательными членами. Теоремы сравнения рядов. Признаки Даламбера, Коши. Интегральный признак Коши.

3. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.

4. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Промежуток сходимости степенного ряда.

Практические занятия организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает: решение прикладной задачи по профилю профессиональной деятельности и направленности образовательной программы.

На проведение практических занятий в форме практической подготовки отводится 2 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:
 - подготовка исходных данных для проведения расчетов экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов;
 - проведение расчетов экономических и социально-экономических показателей на основе типовых методик с учетом действующей нормативно-правовой базы;
- компетенций - ОПК-5.

План практических занятий может быть следующим:

I семестр

Занятие 1. Понятие множества. Операции над множествами и их свойства. Наиболее употребительные числовые множества (натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные, комплексные числа).

Занятие 2. Предел числовых последовательностей.

Занятие 3. Пределы числовых функций. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.

Занятие 4. Производная функции. Правило Лопиталя. Геометрический смысл производной. Экономические интерпретации производной.

Занятие 5. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формулы Тейлора и Маклорена.

Занятие 6. Исследование функций и построение графиков. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функций. Применение производной в экономике.

Занятие 7. Неопределённый интеграл. Интегрирование методами разложения и замены переменной.

Занятие 8. Интегрирование методом «по частям». Интегрирование дробно-рациональных функций.

Занятие 9. Определённый интеграл и его приложение к вычислению площадей плоских фигур. Несобственные интегралы I рода.

II семестр

Занятие 1. Функции нескольких переменных. Способы построения графиков.

Занятие 2. Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных.

Занятия 3-4. Экстремумы функции двух переменных.

Занятия 5-6. Условный экстремум.

Занятие 7. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Задача Коши.

Занятие 8. Однородные дифференциальные уравнения.

Занятие 9. Линейные дифференциальные уравнения.

Занятие 10. Дифференциальные уравнения Бернулли.

Занятие 11. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Занятие 12. Применение дифференциальных уравнений в экономике.

Занятие 13. Числовые ряды и их свойства.

Занятие 14. Числовые ряды с неотрицательными членами.

Занятие 15. Знакопередающиеся и знакопеременные числовые ряды.

Занятие 16. Степенные ряды.

Занятие 17. Разложение функций в степенные ряды.

При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется повторить материал предшествующих тем рабочего учебного плана, а также материал предшествующих учебных дисциплин, который служит базой изучаемого раздела данной дисциплины.

Задания для практических занятий подбираются из учебников списка основной литературы.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы по дисциплине:

1. Подготовка к практическим занятиям, в частности выполнение заданий и решение задач, выдаваемых на самостоятельную подготовку;
2. Выполнение аудиторных и домашних контрольных работ;
3. Работа с литературой;
4. Самостоятельное изучение отдельных вопросов теории;
5. Подготовка к экспресс-контрольным по учебным темам дисциплины.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Методические указания по выполнению заданий для самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов – это планируемая работа, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Она способствует углублению и расширению знаний, формированию интереса к познавательной деятельности, овладению приемами процесса познания, развитию познавательных способностей.

Для эффективного выполнения заданий самостоятельной работы студентам предлагается организовать свою работу в рамках когнитивных и метакогнитивных учебных стратегий. Когнитивные стратегии включают в себя учебные действия, направленные на обработку и усвоение учебной информации. К когнитивным учебным стратегиям относятся:

- Повторение (заучивание, переписывание, подчеркивание, выделение, обозначение и др.);
- Эlaboration (конспектирование, подбор примеров, сравнение, установление межпредметных связей, использование дополнительной литературы, перефразирование, составление понятийного дерева и др.);
- Организация (группирование по темам, составление классификации, таблиц, схем, написание резюме и др.); планирование (составление плана, логика построения содержания, постановка цели, реализация цели и др.).

Метакогнитивные стратегии подразумевают организацию и управление учебной деятельностью. К метакогнитивным стратегиям относятся:

- Планирование (составление плана, логика построения содержания, постановка цели, реализация цели и др.);
- Наблюдение (оценка достигнутого, ответы на вопросы для самоконтроля, применение теории на практике, составление тезисов по теме, обращение к другим научным источникам и др.);
- Регуляция (самоконтроль, самооценка, использование дополнительных ресурсов, волевая регуляция, определенная последовательность выполнения задания и др.).

Задания первого и второго уровней самостоятельной работы – общеобразовательные и опираются на базовые учебные стратегии (повторения, элаборации), поэтому в одинаковой мере могут быть использованы для формирования всех профессиональных компетенций.

Первый уровень самостоятельных работ: письменные ответы на вопросы, определение понятий «своими словами».

Второй уровень самостоятельных работ: составление профессионального мини-гlossария по теме исследования; домашние контрольные работы.

Третий уровень самостоятельных работ: конспектирование научной литературы заданной теме, аннотирование научной литературы по актуальным проблемам исследования.

Четвертый уровень самостоятельных работ: подготовка обзора по теме «Методы оптимизации в современных исследованиях в области экономико-математического моделирования», изучение научных журнальных работ отечественных и зарубежных исследователей по актуальным проблемам исследования с восстановлением промежуточных выкладок.

Пятый уровень самостоятельных работ: составление портфолио; выполнение учебно-исследовательской (проектной) работы.

Качество выполнения самостоятельных работ студентов осуществляется на основе нескольких видов контроля. *Корректирующий контроль* осуществляется преподавателем во время индивидуальных занятий в виде собеседования или тестовой проверки. *Констатирующий контроль* происходит по заранее составленным индивидуальным планам изучения дисциплины или выполнения определенного задания для оценки результатов завершенных этапов самостоятельной работы. *Самоконтроль* осуществляется самим студентом по мере изучения дисциплины по составленным программным вопросам. *Итоговый контроль* представляет собой аттестацию студентов по всем видам работы.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с небольшими недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой

зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопросы для экзамена (I семестр)

вопросы	Код компетенции
1. Основные периоды развития математики.	УК-1
2. Аксиоматический метод.	УК-1
3. Множества. Операции над множествами.	УК-1
4. Свойства операций над множествами.	УК-1
5. Основные числовые множества.	УК-1
6. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Свойства пределов. Ограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие, сходящиеся и расходящиеся числовые последовательности.	УК-1
7. Определение функции. Свойства числовых функций. Основные элементарные функции.	УК-1
8. Предел числовой функции. Основные теоремы о пределах функций. Замечательные пределы.	УК-1
9. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций. Список основных эквивалентностей.	ОПК-5
10. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.	УК-1
11. Определение производной функции в точке. Таблица производных.	ОПК-5
12. Правила дифференцирования.	УК-1
13. Правила Лопиталя.	ОПК-5
14. Геометрический смысл производной. Касательная и нормаль к плоской кривой. Экономические интерпретации производной.	УК-1
15. Производные высших порядков. Дифференциалы.	ОПК-5
16. Формулы Тейлора и Маклорена. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций: $y = e^x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \ln(1+x)$, $y = (1+x)^m$.	ОПК-5
17. Нахождение асимптот графика функции.	УК-1
18. Исследование монотонности функции. Точки экстремума.	ОПК-5
19. Нахождение промежутков выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба.	УК-1
20. Схема исследования функции с помощью производной.	УК-1
21. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.	УК-1

22. Понятие неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.	УК-1
23. Правила интегрирования. Интегрирование методами разложения и замены переменной.	УК-1
24. Метод интегрирования по частям.	УК-1
25. Интегрирование дробно-рациональных функций.	УК-1
26. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла.	УК-1
27. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур.	ОПК-5
28. Несобственные интегралы первого рода.	ОПК-5

Вопросы для экзамена (II семестр)

<i>вопросы</i>	<i>Код компетенции</i>
1. Функции двух переменных: определение, область определения, множество значений.	УК-1
2. Линии уровня функции двух переменных.	УК-1
3. Предел и непрерывность функции двух переменных.	УК-1
4. Частные производные функции двух переменных. Градиент.	УК-1
5. Дифференциал функции двух переменных.	УК-1
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.	УК-1
7. Экстремумы функции двух переменных.	ОПК-5
8. Условный экстремум функции двух переменных.	ОПК-5
9. Дифференциальные уравнения: общее решение, теорема Коши, частное решение, начальные условия.	УК-1
10. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.	УК-1
11. Однородные дифференциальные уравнения.	ОПК-5
12. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Формула общего решения.	УК-1
13. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации произвольной постоянной.	ОПК-5
14. Дифференциальные уравнения Бернулли.	ОПК-5
15. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.	УК-1
16. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	ОПК-5
17. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Примеры. Необходимое условие сходимости числового ряда.	УК-1
18. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: признаки сравнения, признак Коши, признак Даламбера, интегральный признак Коши.	УК-1
19. Знакопеременные числовые ряды.	УК-1
20. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.	УК-1
21. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля.	УК-1
22. Свойства степенных рядов.	ОПК-5
23. Разложение функций в степенные ряды: Ряды Тейлора и Маклорена.	ОПК-5
24. Разложения в ряд Маклорена основных элементарных функций.	ОПК-5

5.3 Типовые задания для текущего контроля успеваемости

5.3.1. Тестовые задания для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 2}$.

Варианты ответов:

- 1) $\frac{1}{3}$
- 2) 2
- 3) $+\infty$
- 4) 0

2. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + x - 2}$.

Варианты ответов:

- 1) $-\frac{1}{2}$
- 2) $\frac{1}{4}$
- 3) $-\infty$
- 4) -3

3. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}$.

Варианты ответов:

- 1) $-\frac{1}{2}$
- 2) $\frac{1}{4}$
- 3) $-\infty$
- 4) 2,5

4. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{2}{x}}$.

Варианты ответов:

- 1) e^2
- 2) 0
- 3) $+\infty$
- 4) e

5. Найти производную функции $y = 7x^2 + 4x - 5$, пользуясь правилами и формулами дифференцирования.

Варианты ответов:

- 1) $7x^2 + 4x - 5$
- 2) $14x + 4$
- 3) $4x - 5$
- 4) 5

6. Найти производную функции $y = e^x \cdot \arcsin x$, пользуясь правилами и формулами дифференцирования.

Варианты ответов:

- 1) $\frac{2x+1}{x^2+x}$

2) $\ln(x^2 + x)$

3) $e^x \cdot \arcsin x + e^x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

4) 0

7. Для функции $y = x^3 + 9x^2 + 24x + 17$ найти точки экстремума.

Варианты ответов:

1) -2; -4

2) -2

3) -4

4) 0; 1

8. Для функции $y = x^3 + 3x^2 - 24x - 21$ найти точку перегиба.

Варианты ответов:

1) 1

2) 0

3) -1

4) 4

9. Для функции $f(x, y) = 5x - 3xy + y^3$ найти частные производные первого порядка.

Варианты ответов:

1) $f'_x = 5 - 3y$; $f'_y = -3x + 3y^2$

2) $f'_x = 5 + 3y$; $f'_y = 3x + 3y^2$

3) $f'_x = 5 - 3y$; $f'_y = -3x - 3y^2$

4) $f'_x = 5$; $f'_y = -2$

10. Найти экстремум функции $f(x, y) = 6x - 6y - 3x^2 - 3y^2$.

Варианты ответов:

1) (-1, 1)

2) (1, 1)

3) (-1, -1)

4) (1, -1)

11. Найти неопределенный интеграл $\int (x^2 + 2x - 3) dx$.

Варианты ответов:

1) $\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + C$

2) $2x + 2 + C$

3) $\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x$

4) $\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + C$

12. Найти неопределенный интеграл $\int x \sin x dx$.

Варианты ответов:

1) $-x \cos x + \sin x + C$

2) $x \cos x + \sin x + C$

3) $-x \cos x - \sin x + C$

4) $x \cos x - \sin x + C$

13. Решить задачу Коши: $y' = 2^{x-y}$, $y(1) = 1$.

Варианты ответов:

- 1) $y = -x + C$
- 2) $y = x + C$
- 3) $y = x$
- 4) $y = -x$

14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 12y' + 36y = 0$.

Варианты ответов:

- 1) $y = e^{-6x}(C_1 - C_2x)$
- 2) $y = e^{-6x}(C_1 + C_2x)$
- 3) $y = e^{6x}(C_1 + C_2x)$
- 4) $y = e^{6x}(C_1 - C_2x)$

15. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$

Варианты ответов:

- 1) ряд сходится абсолютно
- 2) ряд расходится
- 3) ряд сходится условно
- 4) ряд не является знакочередующимся

5.3.2. Контрольные работы для оценки сформированности компетенции ОПК-5

Тема 1. Введение в анализ

(предел последовательности, предел и непрерывность функции)

Вариант 1

Вычислите пределы числовых последовательностей и функций:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + x - 4x^3}{5 + x^2 + 3x^3};$
2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6};$
3. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right);$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x};$
5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{n} \right)^{3n}$

Вариант 2

Вычислите пределы числовых последовательностей и функций:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^5 + 3x^3 + 2}{4x^5 + 2x^3 - 3};$
2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^3 - 125};$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{1-x^3} \right);$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} 3x \cdot \operatorname{ctg} \frac{x}{2};$$

$$5. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n - 5^n}{4^n + 5^n}.$$

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Вариант 1

1. Издержки производства некоторой продукции определяются функцией $y = 5x^2 + 80x$, где x - число единиц произведённой за месяц продукции. Эта продукция продаётся по цене 280 руб. за изделие. Сколько изделий нужно произвести и продать, чтобы прибыль была максимальна?

2. Исследуйте функции и постройте их графики:

а $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2$;

б. $y = x - \ln x$.

Вариант 2

1. На монопольном рынке спрос на некоторый товар определяется следующей функцией: $y = 780 - 2x - 0,1x^2$, где x - число единиц товара. Найти максимальную прибыль, если средние издержки производства этого товара составляют $\bar{C}(x) = \frac{1000}{x} + 500 + 2x$. При каком значении цены прибыль максимальна?

2. Исследуйте функции и постройте их графики:

а. $y = x + \operatorname{arctg} x$;

б. $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$.

Тема 3. Интегральное исчисление функции от одной переменной

Вариант 1

1. Функция предельных издержек некоторой продукции имеет вид $C'(x) = 30xe^{0,001x^2}$. Найти функцию издержек, если фиксированные издержки составляют 20000 рублей.

2. Вычислите неопределённые интегралы:

а. $\int (\sqrt{x} - 5)^2 dx$; б. $\int \frac{3}{(1+5x)^4} dx$; в. $\int (x^2 + 3x + 2) \ln x dx$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$;

б) $y = x^2 + 2$, $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$;

в) $y = \ln x$, $x = e$, $y = 0$.

4. Вычислите несобственный интеграл или установите его расходимость:

а) $\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin x dx$;

$$б) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}.$$

Вариант 2

1. Функция предельной прибыли некоторой продукции имеет вид $P'(x) = 25 - 0,004x$. Прибыль предприятия составляет 35,8 тыс. руб., если продано 1200 изделий. Найти функцию прибыли.

2. Вычислите неопределённые интегралы:

$$а) \int (x-5)^3 dx; б) \int x \cos 2x dx; в) \int \frac{7x-15}{x^3 - 2x^2 + 5x} dx.$$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$а) y = 4 - x^2, y = 0;$$

$$б) y = x^2, y = 2 - x^2;$$

$$в) y = \sin 2x, x = \frac{\pi}{2}, y = 1, \text{ где } \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

4. Вычислите несобственный интеграл или установите его расходимость:

$$а) \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx;$$

$$б) \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^5}.$$

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Вариант 1

1. Найдите частные производные функции: а. $z = x^2 y^3 + x^3 y$; б. $z = \frac{xy}{x+y}$.

2. Вычислите $\overrightarrow{\text{grad} z}$; dz и $d^2 z$, если $z = y \cdot e^{y-x}$.

3. Найдите экстремумы функции $z = xy(1-x-y)$.

4. Найдите условный экстремум функции $z = e^{x+2y}$ при условии $x^2 + y^2 = 1$.

Вариант 2

1. Найдите частные производные функции: а. $z = x e^{-xy}$; б. $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$.

2. Вычислите $\overrightarrow{\text{grad} z}$; dz и $d^2 z$, если $z = x \cdot \sin^2 y$.

3. Найдите экстремумы функции $z = x^3 - y^3 - 3xy$.

4. Найдите условный экстремум функции $z = \cos^2 x + \cos^2 y$ при условии $y - x = \frac{\pi}{4}$.

Тема 5. Дифференциальные уравнения.

Вариант 1

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$а. x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0;$$

$$б. x^2 dy = (y^2 + xy) dx;$$

$$\text{в. } (3x^2 + 2y)dx + (2x - 3)dy = 0;$$

$$\text{г. } y' + y \cos x = \sin 2x;$$

$$\text{д. } y' + xy = x^3 y^3;$$

$$\text{е. } y'' + y' - 2y = 0;$$

$$\text{ж. } y'' - 4y' + 13y = 0;$$

$$\text{з. } y'' - 4y' + 4y = 0.$$

Вариант 2

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения:

$$\text{а. } y' + 2xy = 2x;$$

$$\text{б. } -3xdx - 2xy^2 dx = 3x^2 y dy;$$

$$\text{в. } xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx;$$

$$\text{г. } (x + y)dx + xdy = 0;$$

$$\text{д. } y' - y \sin x = y^2 e^{\cos x};$$

$$\text{е. } y'' - 3y' - 4y = 0;$$

$$\text{ж. } y'' + 8y' + 16y = 0;$$

$$\text{з. } y'' + 4y' = 0.$$

Тема 6. Числовые и функциональные ряды

Вариант 1

1. Исследуйте на сходимость числовой ряд:

$$\text{а. } 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots;$$

$$\text{б. } \frac{(1!)^2}{3!} + \frac{(2!)^2}{5!} + \frac{(3!)^2}{7!} + \frac{(4!)^2}{9!} + \dots;$$

$$\text{в. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n - \sin n};$$

$$\text{г. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n-2}{n^3};$$

$$\text{д. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^n}{3^n}.$$

2. Исследуйте на сходимость знакочередующийся ряд:

$$\text{а. } \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n};$$

$$\text{б. } \sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{(n-1)^2}{n^2 + 1}.$$

3. Найдите область сходимости степенного ряда:

$$\text{а. } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}};$$

$$\text{б. } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{n-1}}{(2n-1)!}.$$

Вариант 2

1. Исследуйте на сходимость ряд:

а. $\frac{2 \cdot 1!}{1^1} + \frac{2^2 \cdot 2!}{2^2} + \frac{2^3 \cdot 3!}{3^3} + \frac{2^4 \cdot 4!}{4^4} + \dots$

б. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{10^n + n}$;

в. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{1+n^4}$;

г. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctg n}{1+n^2}$;

д. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n)^n}$.

2. Исследуйте на сходимость знакочередующийся ряд:

а. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n\sqrt{n}}$;

б. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^5}}$.

3. Найдите область сходимости степенного ряда:

а. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{(2n-1) \cdot 2^n}$;

б. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{nx^{n+1}}{n+1}$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Дёмина Т.И. Математический анализ для экономистов: практикум: Учебное пособие / Т.И. Дёмина, О.П. Шевякова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016.-365с. (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=486418>).

2. Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата : учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 472 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004467-5. - Текст : электронный. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1072296>

3. Шипачёв В.С. Математический анализ. Теория и практика: Учебное пособие. - 3-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с. (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727>).

б) дополнительная литература:

1. Бобрик Г.И. Высшая математика для экономистов: сборник задач: Учебное пособие / Г.И. Бобрик, Р.К. Гринцевич, В.И. Матвеев и др. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 539 с. (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469738>).

2. Голубева Е.А. Математический анализ. Часть I: учебно-методическое пособие / Фонд компьютерных изданий ННГУ. - Рег. № 624.13.17, режим доступа: <http://www.unn.ru/rus/books/table.html>. - 50 с.

3. Голубева Е.А. Математический анализ. Часть II: учебно-методическое пособие / Фонд компьютерных изданий ННГУ. - Рег. № 625.13.17, режим доступа:

<http://www.unn.ru/rus/books/table.html>. - 40 с.

4. Журбенко Л. Н. Математика в примерах и задачах: Учебное пособие / Журбенко Л.Н., Никонова Г.А., Никонова Н.В., Дегтярева О.М. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 372 с. (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=484735>).
5. Шершнева В.Г. Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 164 с. (доступно в ЭБС «Знаниум», режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=501529>).

в) Интернет-ресурсы:

1. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.unn.ru/books/resources> — Загл. с экрана. [Дата обращения: 26.03.2020]
2. Электронная библиотека учебников[Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://studentam.net>— Загл. с экрана.[Дата обращения: 26.03.2020]
3. Российская государственная библиотека [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.rsl.ru>— Загл. с экрана.[Дата обращения: 26.03.2020]
4. Научная электронная библиотека[Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://elibrary.ru>— Загл. с экрана.[Дата обращения: 26.03.2020]

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: (ноутбук, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 38.03.01 «Экономика».

Автор : к.физ-мат.н., доцент Алексеев А.А.

Программа одобрена Методической комиссией Дзержинского филиала ННГУ, протокол № 7 от 03.12.2021 года