

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал ННГУ - Факультет естественных и математических наук

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 6 от 31.05.2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Числовые системы

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность образовательной программы
Математика и физика

Форма обучения
очная

г. Арзамас

2023 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.01.ДВ.01.01 Числовые системы относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПКР-4: Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	<p>ПКР-4.1: Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/ образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач</p> <p>ПКР-4.2: Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний</p> <p>ПКР-4.3: Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний</p>	<p>ПКР-4.1: Знать основные понятия, базовые идеи и строгие доказательства фактов в различных числовых системах; основные математические структуры и аксиоматический метод; а также содержание и основные этапы развития числовых систем, взаимосвязь между различными разделами высшей алгебры и другими математическими дисциплинами, место изучаемого в учебной дисциплине материала в структуре и содержании школьного курса математики.</p> <p>ПКР-4.2: Уметь анализировать и применять теоретические знания к решению задач по числовым системам; применять идеи и методы курса высшей алгебры при доказательстве теорем и решении задач школьного курса математики; реализовывать общие методы научного исследования в области числовых систем.</p>	<p>Практическое задание</p> <p>Тест</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p>

		<p>ПКР-4.3:</p> <p>Владеть приемами аналитико-синтетической деятельности при доказательстве теорем и решении задач различных числовых систем; приемами логического и алгоритмического мышления.</p>		
<p>ПКР-5: Способен конструировать содержание образования и реализовывать образовательный процесс в предметной области в соответствии с требованиями ФГОС соответствующего уровня образования, с уровнем развития современной науки и с учетом возрастных особенностей обучающихся / воспитанников</p>	<p>ПКР-5.1: Знает требования ФГОС соответствующего уровня образования к содержанию образования в предметной области, примерные образовательные программы и учебники по преподаваемому предмету, перечень и содержательные характеристики учебной документации по вопросам организации и реализации образовательного процесса</p> <p>ПКР-5.2: Умеет конструировать предметное содержание обучения в соответствии с уровнем развития научного знания и с учетом возрастных особенностей обучающихся / воспитанников; разрабатывать рабочие программы на основе примерных образовательных программ</p> <p>ПКР-5.3: Владеет навыками конструирования и реализации предметного содержания и его адаптации в соответствии с особенностями обучающихся / воспитанников</p>	<p>ПКР-5.1: Знать требования ФГОС соответствующего уровня образования к содержанию образования по алгебре, примерные образовательные программы и учебники по алгебре, перечень и содержательные характеристики учебной документации по вопросам организации и реализации процесса обучения алгебре.</p> <p>ПКР-5.2: Уметь конструировать предметное содержание обучения в соответствии с уровнем развития научного знания и с учетом возрастных особенностей обучающихся; разрабатывать рабочие программы на основе примерных образовательных программ по алгебре.</p> <p>ПКР-5.3: Владеть навыками конструирования и реализации предметного содержания по алгебре и его адаптации в соответствии с особенностями обучающихся.</p>	<p>Практическое задание</p> <p>Тест</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
--	-------

Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	0
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	36
- КСР	1
самостоятельная работа	71
Промежуточная аттестация	0 зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1 Аксиоматическая теория натуральных чисел	18	0	6	6	12
Тема 2. Аксиоматическая теория целых чисел и ее модели	18	0	6	6	12
Тема 3. Аксиоматическая теория рациональных чисел и ее модели	18	0	6	6	12
Тема 4. Аксиоматическая теория действительных чисел и ее модели	18	0	6	6	12
Тема 5. Аксиоматическая теория комплексных чисел	18	0	6	6	12
Тема 6. Линейные алгебры конечного ранга над полем	17	0	6	6	11
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	0	36	37	71

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Числовые системы" (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=2370>).

Иные учебно-методические материалы: Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу, адреса доступа к документам:

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

1. Выполните следующие задания:

1. Докажите неравенства для всех натуральных n :

а) $5^n > 7n - 3$;

б) $2^{n+2} > n^2 + 2$;

в) $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1$.

2. Решить в целых числах уравнения:

а) $y^2 - 2xy - 2x = 6$;

б) $2x^2 - 11xy + 12y^2 = 17$.

2. Решите задачи ЕГЭ по математике:

1. Докажите, что если p – простое число, большее 3, то число $p^2 - 1$ делится нацело на 24.

2. Докажите, что число $2^{10} + 5^{12}$ – составное.

3. Докажите, что число $2015^{2015} - 1$ – делится на 2014.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ПКР-5

1. Выполните следующие задания:

1. Доказать, что число рационально

а) $\sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}}$; б) $\sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3 - 2\sqrt{2}}$;

2. Представьте периодическую дробь в виде несократимого отношения двух целых чисел:

а) $0,233(37)$;

б) $9,(387)$

2. Решите задачи ЕГЭ по математике:

1. Докажите, что если p – простое число, большее 3, то число $p^2 - 1$ делится нацело на 24.

2. Докажите, что число $2^{10} + 5^{12}$ – составное.

3. Докажите, что число $2015^{2015} - 1$ – делится на 2014.

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	выполненные практические задания содержательно полностью соответствуют поставленным вопросам на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две – три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя. Оформление задания полностью соответствует требуемому шаблону
не зачтено	выполненные практические задания содержательно не соответствуют поставленным вопросам. Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя. Оформление задания не соответствует требуемому шаблону

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

В каждом задании следует выбрать все правильные варианты ответов из четырёх предложенных

1. За исходный элемент построения кольца целых чисел Z принимают:

- 1) пару целых чисел;
- 2) пару натуральных чисел;
- 3) упорядоченную пару целых чисел;
- 4) упорядоченную пару натуральных чисел.

2. Суммой двух упорядоченных пар целых чисел является:

- 1) $(a, b) + (c, d) = (ad + bc, bd)$;
- 2) $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$;
- 3) $(a, b) + (c, d) = (ac + bd, ad)$;
- 4) $(a, b) + (c, d) = (ad + bc, ac)$.

3. Поле комплексных чисел C это:

- 1) минимальное поле, содержащее поле рациональных чисел Q ;
- 2) поле, содержащее поле действительных чисел R ;
- 3) минимальное поле, содержащее поле действительных чисел и элемент i , такой, что ;
- 4) поле, содержащее кольцо целых чисел Z .

4. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$ заданы бинарные отношения. Из них отношениями эквивалентности являются:

- 1) $\rho_1 = \{(2, 2), (4, 4), (1, 2), (3, 4)\}$;
- 2) $\rho_2 = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$;
- 3) $\rho_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (3, 2)\}$;
- 4) $\rho_4 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4)\}$.

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПКР-5

В каждом задании следует выбрать все правильные варианты ответов из четырёх предложенных.

1. Из указанных множеств с данными операциями группами являются:

- 1) $\langle N, + \rangle$; 2) $\langle Z, + \rangle$; 3) $\langle 2Z, - \rangle$; 4) $\langle A, + \rangle$, где $A = \{0, 1\}$.

2. Пусть $*$ – бинарная операция на множестве натуральных чисел . Справедливы следующие утверждения:

- 1) $*$ – коммутативна;
2) $*$ – ассоциативна;
3) существует нейтральный элемент;
4) $*$ – обратима.

3. Из данных чисел целыми являются

- 1) $-\frac{7}{2}$; 2) $\sqrt[3]{3}$; 3) $\lg 1$; 4) π .

4. Число $\frac{1}{13}$ обращается в десятичную дробь

- 1) конечную;
2) бесконечную непериодическую;
3) бесконечную чисто периодическую;
4) бесконечную смешанную периодическую.

5. Тригонометрическая форма комплексного числа $(\sqrt{3} - i)$ имеет вид:

- 1) $2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$;
2) $2\left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}\right)$;
3) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$;
4) $\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}$.

6. Уравнение $x^4 - 16 = 0$ в поле комплексных чисел \mathbb{C} имеет корни:

- 1) $-2; 2$
2) $-2, 2, 2i, -2i$;
3) $i, -i, 1, -1$;
4) $1 - i, 1 + i, 2, -2$.

7. За исходный элемент построения поля рациональных чисел \mathbb{Q} принимают:

- 1) упорядоченную пару целых чисел;

- 2) пару рациональных чисел;
- 3) пару целых чисел;
- 4) упорядоченную пару натуральных чисел.

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	80 – 100 % правильных ответов
хорошо	60 – 79 % правильных ответов
удовлетворительно	40 – 59% правильных ответов
неудовлетворительно	менее 40% правильных ответов

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации

5.3.1 Типовые задания, выносимые на промежуточную аттестацию:

Оценочное средство - Контрольные вопросы

Зачёт

Критерии оценивания (Контрольные вопросы - Зачёт)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две–три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

Типовые задания (Контрольные вопросы - Зачёт) для оценки сформированности компетенции ПКР-4 (Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области)

1. Аксиомы натуральных чисел. Принцип математической индукции.
2. Отношение порядка на множестве натуральных чисел.
3. Кольцо целых чисел. Представление целого числа в виде разности натуральных чисел.
4. Кольцо классов Z_0 и изоморфизм Z_0 и Z .
5. Кольцо целых чисел. Свойства целых чисел.
6. Поле рациональных чисел. Представление рационального числа в виде частного целых чисел.
7. Поле рациональных чисел. Свойства рациональных чисел.
8. Поле классов Q_0 . Изоморфизм Q_0 и Q .
9. Поле комплексных чисел. Представление комплексного числа в виде $a+bi$.
10. Алгебраическая форма комплексного числа.

11. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.

Типовые задания (Контрольные вопросы - Зачёт) для оценки сформированности компетенции ПКР-5 (Способен конструировать содержание образования и реализовывать образовательный процесс в предметной области в соответствии с требованиями ФГОС соответствующего уровня образования, с уровнем развития современной науки и с учетом возрастных особенностей обучающихся / воспитанников)

1. Сложение натуральных чисел. Существование и единственность сложения.
2. Сложение натуральных чисел. Свойства сложения.
3. Умножение натуральных чисел. Существование и единственность умножения.
4. Умножение натуральных чисел. Свойства умножения.
5. Непротиворечивость, полнота и независимость аксиоматики натуральных чисел.
6. Построение кольца целых чисел. Разбиение на классы эквивалентности множества разностей натуральных чисел.
7. Построение поля рациональных чисел. Разбиение на классы эквивалентности множества частных целых чисел.
8. Отношение длин отрезков. Определение поля действительных чисел.
9. Сумма и произведение фундаментальных последовательностей.
10. Архимедовски расположенное поле.
11. Построение поля действительных чисел.
12. Извлечение корня из положительного действительного числа.
13. Построение поля комплексных чисел.
14. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
15. Извлечение корня из комплексного числа.
16. Алгебры над полем действительных чисел. Кватернионы.
17. Тело кватернионов, как расширения поля комплексных чисел.
18. Теорема о коммутативных алгебрах с делением.
19. Теорема Фробениуса.
20. Числовые системы в школьном курсе математики

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Ларин С. В. Числовые системы / Ларин С. В. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 149 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/493271> (дата обращения: 05.01.2022). - ISBN 978-5-534-09500-5 : 539.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=784515&idb=0>.
2. Смолин Ю. Н. Числовые системы / Смолин Ю. Н. - 3-е изд. - Москва : ФЛИНТА, 2021. - 112 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФЛИНТА - Математика. - ISBN 978-5-9765-0794-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=751799&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / Курош А. Г. - 23-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань,

2022. - 432 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9033-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=781521&idb=0>.

2. Сикорская Г. А. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Сикорская Г. А. - Оренбург : ОГУ, 2017. - 303 с. - Рекомендовано учёным советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ОГУ - Математика. - ISBN 978-5-7410-1975-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=719416&idb=0>.

3. Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре / Фаддеев Д. К. - 8-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 416 с. - Допущено Министерством образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области естественнонаучных, педагогических и технических наук. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-44604-9., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=804142&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: http://elibrary.ru/project_risc.asp

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ www.lib.unn.ru/

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: lib.arz.unn.ru

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского» <https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации»

<https://online.edu.ru/public/promo>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Автор(ы): Атрощенко Светлана Аскольдовна, кандидат педагогических наук, доцент.

Рецензент(ы): Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук.

Заведующий кафедрой: Фролов Иван Валентинович, доктор педагогических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 24.05.23, протокол № 5.