

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол №13 от 30.11.2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Инженерия программного обеспечения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.10. Теория вероятностей и математическая статистика относится к обязательной части ООП направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1.: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и основную терминологию	Знать основные положения теории вероятностей и математической статистики	собеседование, тест
	ОПК-1.2.: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты	Уметь применять вероятностно-статистические методы для обобщения и анализа информации	задачи
	ОПК-1.3.: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности	Владеть методами решения вероятностных задач, обработки и анализа статистических данных	задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
--	----------------------

Общая трудоемкость	93ЕТ
Часов по учебному плану	324
в том числе	
контактная работа:	132
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа	64
- текущий контроль (КСР)	4
самостоятельная работа	120
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	
В том числе:	
3 семестр	
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
контактная работа:	66
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация – экзамен	36
4 семестр	
Общая трудоемкость	53ЕТ
Часов по учебному плану	180
в том числе	
контактная работа:	66
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	78
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины ,	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	самостоятельная работа обучающихся, часы

		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
3 семестр						
Теория случайных событий. Основные понятия теории вероятностей (статистически устойчивый эксперимент, элементарный исход, пространство элементарных исходов, случайное событие). Операции над случайными событиями. Алгебры и σ - алгебры. Теоретико-множественная модель статистически устойчивого эксперимента. Классический, геометрический и частотный подходы к определению вероятности. Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятности. Определение условной вероятности и ее свойства. Теорема умножения случайных событий. Независимость случайных событий, независимость в совокупности, свойства независимых событий. Схема Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	40	13	13		26	13
Одномерные случайные величины. Определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства. Классификация случайных величин. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины. Неслучайные функций от одного случайного аргумента. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства, среднее квадратическое	40	13	13		26	13

отклонение. Мода, медиана, квантиль, моменты высших порядков, асимметрия, эксцесс. Некоторые важнейшие типовые распределения дискретных случайных величин (индикатор случайного события, биномиальное, гипергеометрическое, геометрическое, пуассоновское). Некоторые важнейшие типовые распределения непрерывных случайных величин (равномерное, экспоненциальное, нормальное). Смысл параметров типовых распределений и важнейшие числовые характеристики.						
Многомерные случайные величины. Понятие случайного вектора. Многомерная функция распределения и ее свойства. Дискретные и непрерывные многомерные случайные величины. Маргинальные распределения случайного вектора. Статистическая независимость случайных величин.	26	6	6		12	6
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого 3 семестр	144	32	32		66	42
4 семестр						
Многомерные случайные величины. Типовые распределения многомерных случайных величин (равномерное, нормальное). Числовые характеристики случайного вектора. Ковариация и ее свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимость между случайными величинами. Условное математическое ожидание и его свойства.	24	4	10		14	10
Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенства Чебышева.	18	4	4		8	10

Различные виды сходимости последовательности случайных величин (сходимость по вероятности, сходимость почти всюду, сходимость в среднем, сходимость по распределению) и связь между ними. Закон больших чисел в форме Чебышева. Закон больших чисел в форме Бернулли. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин. Предельные теоремы в схеме Бернулли (теорема Пуассона, локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа).						
Метод статистических испытаний (Монте-Карло) Основные положения метода. Моделирование случайных величин с заданным законом распределения. Моделирование случайной величины, распределенной по нормальному закону.	14	2	2		4	10
Элементы математической статистики Предмет математической статистики и ее связь с теорией вероятностей. Прикладные задачи математической статистики. Основные понятия математической статистики (генеральная совокупность, выборочная совокупность, повторная выборка). Способы представления статистических данных (вариационный и статистический ряды). Статистические (эмпирические) законы распределения (статистическая функция распределения, гистограмма, полигон частот). Выборочные числовые характеристики.	18	4	4		8	10
Точечное оценивание неизвестного параметра	18	4	4		8	10

<p>Понятие статистической оценки. Общая постановка задачи точечного оценивания. Свойства точечных оценок (несмещенность, состоятельность, эффективность). Неравенство Рао — Крамера и критерий эффективности оценок. Свойства выборочного среднего как оценки математического ожидания генеральной случайной величины. Несмещенная оценка вероятности случайного события. Несмещенная оценка дисперсии при известном и неизвестном математическом ожидании. Свойства оценки начального момента k-ого порядка. Методы построения точечных оценок (метод моментов, метод максимального правдоподобия).</p>						
<p>Интервальное оценивание неизвестных параметров распределений. Общая постановка задачи интервального оценивания. Центральный метод построения доверительных интервалов. Интервальные оценки для математического ожидания нормальной генеральной совокупности при известной и неизвестной дисперсии. Интервальные оценки для дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности при известном и неизвестном математическом ожидании. Интервальная оценка для вероятности события.</p>	18	4	4		8	10
<p>Проверка статистических гипотез. Задача проверки статистических гипотез. Понятие статистической гипотезы. Простые и сложные гипотезы.</p>	20	6	4		10	10

Правило проверки простой основной гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Мощность критерия. Критерий Неймана-Пирсона для проверки простой основной гипотезы. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка гипотезы о числовом значении математического ожидания нормальной случайной величины (левосторонний и правосторонний критерии). Связь критериев проверки параметрических гипотез и интервальных оценок. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных случайных величин (с известными дисперсиями, с неизвестными равными дисперсиями). Задача проверки гипотез согласия. Критерий согласия Хи-квадрат. Схема применения критерия при известных и неизвестных параметрах тестового распределения. Критерий Колмогорова.						
Элементы теории случайных процессов. Определение случайного процесса. Способы задания случайных процессов (конечномерные распределения). Классификация случайных процессов. Марковские цепи со счетным числом состояний. Классификация состояний цепей Маркова. Основная предельная теорема.	12	4	4		4	8
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого 4 семестр	180	32	32		66	78

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в изучении литературы из списка основной литературы и решения домашних заданий.

1. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А. Практикум по теории вероятностей. Часть 1: Практикум.

http://www.unn.ru/books/met_files/Projdakova_%201.pdf

2. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А. Практикум по теории вероятностей. Часть 2: Практикум.

http://www.unn.ru/books/met_files/Projdakova_%202.pdf

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном	Продemonстрированы все основные умения, Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

				недочетами.		объеме.	
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»

зачтено	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»
---------	-------	---

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

3 семестр

Вопрос	Код формируемой компетенции
Теоретико-множественная модель статистически устойчивого эксперимента.	ОПК-1
Классическое определение вероятности.	ОПК-1
Геометрический подход к определению вероятности.	ОПК-1
Аксиоматическое определение вероятности.	ОПК-1
Свойства вероятности при аксиоматическом подходе.	ОПК-1
Условная вероятность, ее свойства.	ОПК-1
Независимость случайных событий, их свойства, независимость в совокупности	ОПК-1
Теорема сложения случайных событий.	ОПК-1
Теорема умножения случайных событий.	ОПК-1
Формула полной вероятности.	ОПК-1
Формула Байеса.	ОПК-1
Понятие случайной величины.	ОПК-1
Функция распределения, ее свойства.	ОПК-1
Дискретная случайная величина, способы ее задания.	ОПК-1
Непрерывная случайная величина, свойства плотности распределения.	ОПК-1
Неслучайная функция от одного случайного аргумента (дискретный случай).	ОПК-1
Неслучайная функция от одного случайного аргумента (непрерывный случай).	ОПК-1
Математическое ожидание и его свойства.	ОПК-1
Дисперсия, ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.	ОПК-1
Мода, медиана, квантиль. Асимметрия, эксцесс.	ОПК-1
Индикатор случайного события (распределение, математическое ожидание, дисперсия).	ОПК-1
Биномиальная случайная величина(распределение, математическое ожидание, дисперсия).	ОПК-1
Гипергеометрический закон распределения (распределение, математическое ожидание, дисперсия).	ОПК-1
Геометрическое распределение (распределение, математическое ожидание, дисперсия).	ОПК-1
Распределение Пуассона (распределение, математическое ожидание, дисперсия)	ОПК-1
Равномерный закон распределения (распределение, математическое ожидание, дисперсия).	ОПК-1
Показательный закон распределения (распределение, математическое ожидание, дисперсия).	ОПК-1
Нормальный закон распределения.	ОПК-1
Математическое ожидание нормальной случайной величины.	ОПК-1
Дисперсия нормальной случайной величины.	ОПК-1
Случайный вектор, способы его задания.	ОПК-1
Многомерная функция распределения и ее свойства.	ОПК-1
Частные распределения случайного вектора.	ОПК-1
Независимость случайных величин.	ОПК-1

4 семестр

Вопрос	Код формируемой компетенции
1.Условные законы распределения (дискретный случай).	ОПК-1
2.Условные законы распределения (непрерывный случай).	ОПК-1
3.Неслучайные функции от нескольких случайных аргументов. Формула свертки.	ОПК-1
4.Числовые характеристики случайного вектора.	ОПК-1
5.Ковариация, и ее свойства.	ОПК-1
6.Коэффициент корреляции, и его свойства.	ОПК-1
7.Условное математическое ожидание и его свойства.	ОПК-1
8.Неравенства Чебышева.	ОПК-1
9.Закон больших чисел в форме Бернулли.	ОПК-1
10.Закон больших чисел в форме Чебышева.	ОПК-1

11.Центральная предельная теорема. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.	ОПК-1
12.Теорема Пуассона.	ОПК-1
13.Локальная теорема Муавра-Лапласа.	ОПК-1
14.Моделирование случайной величины с заданным законом распределения (дискретный случай).	ОПК-1
15.Моделирование случайной величины с заданным законом распределения (непрерывный случай).	ОПК-1
16.Основные задачи математической статистики.	ОПК-1
17.Способы представления статистических данных.	ОПК-1
18.Гистограмма, полигон частот.	ОПК-1
19.Статистическая функция распределения. Теорема Гливенко.	ОПК-1
20.Выборочное среднее как оценка математического ожидания генеральной совокупности.	ОПК-1
21.Выборочная дисперсия как оценка дисперсии генеральной совокупности.	ОПК-1
22.Несмещенность статистических оценок	ОПК-1
23.Состоятельность статистических оценок.	ОПК-1
24.Эффективность статистических оценок.	ОПК-1
25.Несмещенная оценка дисперсии при неизвестном математическом ожидании.	ОПК-1
26.Несмещенная оценка дисперсии при известном математическом ожидании.	ОПК-1
27.Несмещенная оценка k -ого начального момента случайной величины.	ОПК-1
28.Несмещенная оценка вероятности.	ОПК-1
29.Метод моментов.	ОПК-1
30.Оценки метода моментов для параметров нормально распределенной генеральной совокупности.	ОПК-1
31.Метод максимального правдоподобия.	ОПК-1
32.Оценки максимального правдоподобия для параметров нормально распределенной генеральной совокупности.	ОПК-1
33.Задача интервального оценивания неизвестных параметров распределения.	ОПК-1
34.Центральный метод построения доверительных интервалов.	ОПК-1
Интервальная оценка математического ожидания нормальной случайной величины при известной дисперсии.	ОПК-1
Интервальная оценка математического ожидания нормальной случайной величины при неизвестной дисперсии.	ОПК-1
Интервальная оценка математического ожидания нормальной случайной величины при неизвестной дисперсии.	ОПК-1
Интервальная оценка дисперсии нормальной случайной величины при известном математическом ожидании.	ОПК-1
Интервальная оценка дисперсии нормальной случайной величины при неизвестном математическом ожидании.	ОПК-1
Интервальная оценка вероятности события.	ОПК-1
Задача проверки статистических гипотез.	ОПК-1
Понятие статистической гипотезы. Простые и сложные гипотезы. Ошибки 1-го и 2-ого рода.	ОПК-1
Мощность критерия. Задача построения наиболее мощного критерия для простой основной гипотезы.	ОПК-1
Правосторонний критерий проверки гипотезы о числовом значении математического ожидания нормальной случайной величины.	ОПК-1
Левосторонний критерий проверки гипотезы о числовом значении математического ожидания нормальной случайной величины.	ОПК-1
Критерий согласия Хи-квадрат.	ОПК-1
Схема применения критерия Хи-квадрат при известных параметрах распределения.	ОПК-1
Схема применения критерия Хи-квадрат при неизвестных параметрах распределения.	ОПК-1
Основные понятия теории случайных процессов.	ОПК-1
Классификация случайных процессов.	ОПК-1
Основные понятия теории цепей Маркова.	ОПК-1

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Тип - альтернативный вопрос

Для заданных событий указать верные соотношения.

Три письма раскладывают по трем конвертам. События

$$A = \{\text{все письма попадут в свои конверты}\}$$

$$B = \{\text{только одно письмо попадет в свой конверт}\}$$

1. $A \cap B = \emptyset$

2. $B \subset A$

3. $A \subset B$

4. $A = B$

5. $A = \overline{B}$

6. $A \cap B \neq \emptyset$

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Из полного набора костей домино (28 штук) наудачу выбирают 7 штук. Найти вероятность того, что среди них будет хотя бы один дубль.
2. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0.9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартно.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. — М.: Высшая школа. 2006. - 368 с. (185 экз.)
2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. - М., ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 608 с. (196 экз.)

б) дополнительная литература:

3. Федоткин М.А. "Построение вероятностных моделей". Электронное учебно-методическое пособие.

http://www.unn.ru/books/met_files/Fedotkin.pdf

4. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А. Практикум по теории вероятностей. Часть 1: Практикум.

http://www.unn.ru/books/met_files/Projdakova_%201.pdf

5. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А. Практикум по теории вероятностей. Часть 2: Практикум.

http://www.unn.ru/books/met_files/Projdakova_%202.pdf

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 02.03.02
Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор (ы) _____ к.ф.-м.н., доцент Е.В.Кувыкина

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой _____ д.ф.-м.н., А.В.Зорин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий,
математики и механики 30.11.2022 года, протокол № 3