

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

11.05.02 «Специальные радиотехнические системы»

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Радиотехнические системы и комплексы специального назначения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

специалист

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 г.

Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины, модули» ОПОП по направлению подготовки 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы». Дисциплина преподается в 1 и 2 семестрах.

Целями освоения дисциплины являются:

- изучение и практическое освоение основ дифференциального и интегрального исчисления функции одного переменного, включая теорию пределов и непрерывности; дифференциального и интегрального исчисления функций многих переменных, включая теорию числовых, функциональных и степенных рядов, а также разложений функций в ряды Тейлора и Фурье.
- умение применять знания математического аппарата при решении конкретных математических задач.
- подготовка фундаментальной математической базы для изучения других естественнонаучных и профессиональных дисциплин, приобретение навыков использования математического аппарата дисциплины в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности.

1. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (код компетенции, этап формирования)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1. Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (Этап освоения – начальный)	З1 (ОПК-1): Знать основные разделы математических и естественнонаучных дисциплин. У1 (ОПК-1): Уметь применять основные законы естественнонаучных дисциплин.

Окончательное завершение формирования компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины, происходит после сдачи двух экзаменов по этой дисциплине.

2. Структура и содержание дисциплины Математический анализ:

Объем дисциплины составляет 13 зачетных единиц, всего 468 часов, из которых 230 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем, 108 часов – мероприятия промежуточной аттестации, 130 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Структура дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Введение.	14	2	4		6	8
Тема 2. Теория пределов.	42	10	12		22	20
Тема 3. Непрерывность функции.	18	4	4		8	10
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	71	16	22		38	33
Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной.	68	16	22		38	30
Тема 6. Дифференциальное исчисление функции многих переменных.	90	18	24		42	48
Тема 7. Двойные и тройные интегралы	78	14	20		34	44
Тема 8. Числовые и функциональные ряды	81	16	20		36	45
В т.ч.текущий контроль	3		3		3	
Промежуточная аттестация: зачет, экзамен						

Содержание разделов дисциплины

Введение. Понятие множества, числовые множества и числовые промежутки, окрестность точки. Ограниченные числовые множества, точные грани множества. Декартова и полярная системы координат на плоскости. Определение функции и основные свойства функции. Аналитические способы задания функции (явное задание, неявное задание, параметрическое задание, задание в полярной системе координат). Понятия обратной и сложной функции.

Теория пределов. Предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах числовых последовательностей. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности, связь между ними. Монотонные последовательности. Условия сходимости и расходимости числовых последовательностей. Определения предела функции по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Односторонние пределы, необходимое и достаточное условие существования предела функции. Первый и второй замечательные пределы. Таблица эквивалентных бесконечно малых и ее применение к вычислению пределов. Сравнение бесконечно малых величин, выделение главной части бесконечно малой и определение порядка малости. Сравнение бесконечно больших величин и определение порядка роста.

Непрерывность функции. Непрерывность функции в точке, необходимое и достаточное условие непрерывности в точке. Классификация точек разрыва. Непрерывность функции на множестве, непрерывность элементарных функций. Непрерывность сложной и обратной функции. Основные теоремы о свойствах непрерывных функций.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Определение производной, ее геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные, необходимое и достаточное условие существования производной. Правила вычисления производных от суммы, произведения и частного функций. Производная сложной и обратной функции, функции, заданной параметрически и неявно заданной функции. Дифференцируемые функции, необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Дифференциал функции, его геометрический смысл и правила вычисления. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков, правила повторного дифференцирования. Нарушение инвариантности формы высших дифференциалов. Правила Лопиталя. Формулы Тейлора для многочлена и произвольной функции. Стандартные разложения. Основные теоремы дифференциального исчисления о свойствах дифференцируемых функций. Исследование функций с применением дифференциального исчисления.

Интегральное исчисление функции одной переменной. Неопределенный интеграл и его свойства, таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: интегрирование внесением под знак дифференциала, интегрирование по частям и метод замены переменной, интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций. Интеграл Римана, его геометрический смысл и свойства. Классы функций, интегрируемых по Риману. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения интеграла Римана к вычислению площадей плоских фигур и длины дуги плоской кривой. Понятие о двух типах несобственных интегралов.

Дифференциальное исчисление функции многих переменных. Определение функции многих переменных, понятие функции двух переменных, ее геометрическая интерпретация. Понятие предела функции многих переменных, понятие двойного предела, его геометрический смысл. Полное и частное приращения функции. Определение частной производной, ее геометрический смысл. Дифференцируемые функции, необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции. Производная сложной функции. Дифференциал функции многих переменных, свойство инвариантности формы первого дифференциала для сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы дифференциалов высших порядков от сложной функции. Дифференцирование неявно заданной функции и системы неявно заданных функций. Замена переменных в дифференциальных выражениях. Производная по

направлению, ее связь с градиентом, геометрический смысл градиента функции многих переменных. Безусловный и условный экстремум функции многих переменных.

Двойные и тройные интегралы. Площадь многоугольной фигуры. Измеримые по Жордану множества, условия измеримости множества. Определение двойного интеграла, его свойства, геометрический и физический смысл. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Криволинейные координаты на плоскости, полярные и эллиптические координаты. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам в двойном интеграле. Понятие кубической области. Определение тройного интеграла, его свойства, геометрический и физический смысл. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.

Числовые и функциональные ряды. Понятие числового ряда и его сходимости. Свойства сходящихся числовых рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременного ряда, признаки Лейбница, Абеля и Дирихле. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признаки равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора. Стандартные разложения. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Основная и обобщенная тригонометрические системы функций. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Ряд Фурье по основной и обобщенной тригонометрической системе функций. Разложение периодической функции в ряд Фурье. Разложение четной и нечетной функции в ряд Фурье. Условия сходимости ряда Фурье, равенство Парсеваля.

3. Образовательные технологии

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Используются традиционные образовательные технологии чтения лекций и проведения практических занятий. Предусмотрена реализация компетентного подхода широкого использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий.

На занятиях лекционного типа используются:

Лекция-информация. Ориентирована на изложение и объяснение студентам теоретической информации, подлежащей осмыслению и запоминанию.

На занятиях практического типа используются:

- регламентированная самостоятельная деятельность студентов;
- частично-поисковая деятельность при решении задач повышенной сложности,
- текущий контроль знаний студентов с помощью контрольных работ.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Математический анализ» включает в себя выполнение домашних заданий, подготовку к контрольным работам по темам практических занятий, а также подготовку к зачету и экзамену. Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по

конспектам лекций и по учебникам, указанным в списке литературы, решении практических задач, решении дополнительных задач для подготовки к экзамену.

Темы домашних заданий с номерами примеров из задачника [3] основного списка литературы.

1. Построение графиков элементарных функций. Действия с графиками. Построение эскизов графиков сложных функций. Построение графиков функций, заданных параметрически и в полярной системе координат: 237, 238, 243(в, г), 247, 250, 267, 274, 277, 278, 281, 253, 255, 258, 334, 338, 342, 344, 348, 279(б, г, д), 282(в, д), 300, 315, 317, 320, 321, 369(б, д), 371(б, г, е)

2. Вычисление предела последовательности: 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 56

3. Определение предела функции: 405, 406, 407

4. Вычисление предела функции. Первый и второй замечательный предел. Вычисление пределов с использованием таблицы эквивалентных бесконечно малых: 412, 415, 418, 420, 421, 436, 437, 438, 441, 444, 445, 457, 461, 477, 478, 479, 482, 484, 495, 499, 501, 502, 507, 509, 511, 515, 518, 519, 520, 522, 528, 530

5. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых величин: 653(б, г), 655(а, г), 656(а, г), 657(а, б, г), 658(а, б, в)

6. Непрерывность функции, классификация точек разрыва: 681, 682, 684, 687, 689, 691, 693, 694, 696, 699

7. Дифференцирование явно заданных функций: 846, 848, 853, 855, 858, 861, 863, 864, 868, 870, 873, 876, 883, 886, 887, 889, 889, 890, 894, 900, 901, 904, 912, 913, 914, 916, 917, 925, 961, 964, 967, 970, 972, 975

8. Производные высших порядков: 1112, 1114, 1116, 1117, 1118, 1120, 1122, 1123, 1128, 1161, 1163

9. Дифференциал функции (первого и второго порядка): 1084, 1087, 1089, 1132, 1138, 1139, 1171, 1172, 1177, 1178

10. Производные обратной, неявной и параметрически заданной функции: 1039, 1043, 1045, 1141, 1143, 1146, 1149, 1053

11. Правила Лопиталя: 1318, 1320, 1322, 1332, 1339, 1342, 1345, 1347, 1349, 1351, 1354

12. Формула Тейлора: 1377, 1382, 1389, 1401, 1402, 1404, 1406(а)

13. Геометрические приложения производной: 1056, 1060, 1270, 1271, 1430, 1436, 1447, 1450, 1300, 1303

14. Исследование функции и построение графика: 1481, 1506

15. Интегрирование с помощью таблицы интегралов: 1629, 1631, 1635, 1639, 1641, 1644, 1646, 1649, 1653, 1655, 1658, 1662, 1664, 1667, 1669

16. Интегрирование внесением под знак дифференциала: 1675, 1677, 1679, 1686, 1690, 1693, 1696, 1698, 1700(в, г), 1703, 1705, 1708, 1709

17. Замена переменной в неопределенном интеграле: и интегрирование по частям: 1766, 1767, 1771, 1776, 1777, 1778, 1780, 1781, 1786, 1792, 1796, 1798, 1802, 1804, 1821, 1822, 1826

18. Интегрирование квадратного трехчлена: 1838, 1841, 1842, 1843, 1844, 1848, 1851

19. Интегрирование рациональных и иррациональных функций: 1868, 1871, 1873, 1879, 1882, 1883, 1894, 1928, 1966, 1968, 1981, 1985

20. Интегрирование тригонометрических функций: 1992, 1994, 1996, 2014, 2027, 2032, 2035

21. Вычисление определенного интеграла: 2209, 2210, 2213, 2239, 2240, 2243, 2247, 2249

22. Приложение определенного интеграла к вычислению площадей и длин дуг: 2397, 2398, 2400(а, б), 2415, 2420, 2433, 2437, 2442, 2446

23. Вычисление частных производных и дифференциалов функций многих переменных: 3215, 3217, 3218, 3221, 3222, 3224, 3226, 3228, 3229 (а, б), 3256, 3258, 3235, 3237, 3237, 3241, 3269, 3271, 3275, 3277

24. Дифференцирование сложной функции: 286, 3287, 3307, 3310, 3317, 3221, 3322, 3288, 3291, 3293, 3296, 3298, 3300, 3303

25. Дифференцирование неявно заданных функций и систем неявно заданных функций: 3371, 3383, 3384, 3387, 3392, 3396, 3398(1, 2а), 3401, 3408(а), 3409, 3411, 3413, 3415(б)

26. Замена переменных в дифференциальных выражениях: 3458, 3462, 3465, 3470, 3475, 3476, 3487, 3489, 3514, 3516

27. Абсолютный и условный экстремум функции многих переменных: 3621, 3622, 3623, 3625, 3627(б), 3628, 3643, 3654, 3656, 3659, 3661, 3663(б)

28. Расстановка пределов интегрирования и вычисление двойного интеграла: 3917, 3921, 3922, 3925, 3926, 3929, 3930, 3906, 3907, 3908, 3932, 3934, 3935

29. Переход к полярным координатам в двойном интеграле: 3943, 3944, 3945, 3946, 3951, 3952, 3953, 3954, 3955.

30. Замена переменных в двойных интегралах (общий случай): 3958, 3961, 3966, 3968, 3970

31. Приложение двойных интегралов к нахождению площадей и объемов: 3984, 3987, 3997, 3998(б), 4008, 4010

32. Расстановка пределов интегрирования и вычисление тройного интеграла: 4077, 4082, 408, 4093

33. Цилиндрические и сферические координаты: 4080, 4091, 4104, 4106, 4126, 4078, 4087, 4088, 4090, 4107, 4110

34. Числовые ряды. Признаки сходимости знакоположительных рядов: 2546, 2549, 2551(б), 2556, 2559, 2561, 2563, 2564, 2578, 2579, 2580, 2583, 2586, 2589(а)

35. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов: 2660, 2664, 2667, 2673(а), 2675, 2686

36. Сходимость функционального ряда: 2716, 2718, 2721, 2722, 2724, 2725, 2728

37. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов: 2746, 2748, 2754, 2774(а, в, з, и, л, м)

38. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда: 2815, 2822, 2823, 2824, 2825, 2827

39. Разложение функций в степенные ряды с помощью стандартных разложений: 2851, 2853, 2855, 2856, 2857, 2859, 2860, 2870

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ», включающий:

6.1 Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

В соответствии с картами компетенций дисциплина «Математический анализ» направлена на изучение базовых основ высшей математики – основ дифференциального и интегрального исчисления. В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать основные понятия и методы, используемые в теории математического анализа. Понимать доказательства ключевых теорем курса. **Уметь** применять знания математического анализа при решении стандартных математических задач. **Иметь навыки** использования математического аппарата дисциплины при решении задач математического анализа повышенной сложности и в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, в частности, при изучении других общеобразовательных разделов математики и физики. Эффективно применять их для

решения научно-технических задач и других профессиональных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий.

ОПК-1: Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (начальный уровень).

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания <i>Знать</i> основные разделы математических и естественнонаучных дисциплин.	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний теоретического материала ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающий программу подготовки
Умения <i>Уметь</i> применять основные законы естественнонаучных дисциплин.	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки..	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме..	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов.
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

6.2 Описание шкал оценивания

Для оценивания результатов учебной деятельности студентов используются традиционные формы промежуточной аттестации: **зачет** и **экзамен**.

Зачет проводится в письменной форме и заключается в решении практических задач по темам контрольных работ. На зачете определяется уровень понимания студентами изученного материала и способность обучающихся использовать полученные знания для решения конкретных задач. Допускается выставление студенту зачета по результатам его работы на практических занятиях при условии успешного выполнения им контрольных работ.

На зачете шкала оценивания используется в виде «зачтено», «не зачтено»:

Зачтено	Умение решать стандартные задачи, знание основных определений и формул курса, выполнение домашних заданий, успешное написание контрольных работ, отсутствие пропусков занятий по не уважительной причине.
Не зачтено	Отсутствие минимальных умений в решении стандартных задач, полное отсутствие учебной активности и мотивации или учебная активность и мотивации выражены слабо.

Экзамен проводится в письменной форме и заключается в подготовке студентом ответов на теоретические вопросы курса и решением практических задач. По окончании ответа на вопросы билета письменные работы проверяются, а затем проводится собеседование со студентом в форме вопросов по теме экзаменационного билета или дополнительных вопросов.

На экзамене оценки выставляются по семибалльной шкале:

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
Знать 3I (ОПК-1): Знать основные разделы математических и естественнонаучных дисциплин. Уметь VI (ОПК-1): Уметь применять основные законы естественнонаучных дисциплин.	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач, полное отсутствие навыков, предусмотренных компетенцией.	Плохой уровень формирования компетенции - «Плохо»
	Наличие грубых ошибок в основном материале, наличие грубых ошибок при решении стандартных задач, отсутствие навыков, предусмотренных данной компетенцией	Неудовлетворительный уровень формирования компетенции –«Неудовлетворительно»
	Знать 3I основные понятия математического анализа с рядом негрубых ошибок. Уметь VI с рядом негрубых ошибок. Владеть навыками использования базовых математических знаний для решения простейших задач математического анализа..	Удовлетворительный уровень формирования компетенции - «Удовлетворительно»
	Знать 3I основные понятия математического анализа с рядом заметных погрешностей Уметь VI с незначительными погрешностями. Владеть большинством основных навыков использования базовых математических знаний, демонстрируя их в стандартных ситуациях	Хороший уровень формирования компетенции -«Хорошо»
	Знать 3I основные понятия и	Очень хороший уровень

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)	Шкала оценивания
	теоремы математического анализа с незначительными погрешностями. Уметь У1 без ошибок и погрешностей. Владеть всеми основными навыками использования математического аппарата, демонстрируя их в стандартных ситуациях	формирования компетенции - «Очень хорошо»
	Знать З1 основные понятия и теоремы математического анализа без ошибок и погрешностей. Уметь У1. Владеть всеми навыками, демонстрируя их в стандартных ситуациях.	Отличный уровень формирования компетенции - «Отлично»
	Знать З1 основной и дополнительный материал без ошибок и погрешностей Уметь У1. Свободно. Владеть всеми навыками, демонстрируя их в стандартных и нестандартных ситуациях.	Превосходный уровень формирования компетенции - «Превосходно»

6.3 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде **знаний** используются следующие процедуры: **письменные ответы на вопросы** на экзамене. Студенту предлагается изложить теоретическую часть одного или нескольких разделов дисциплины в форме ответа на вопросы.

Для оценивания итогов обучения в виде **умений** и **владений** используются практические контрольные задания (ПКЗ) в виде краткой формулировки действий, которые следует выполнить для получения решений предложенной задачи, включающие несколько задач.

Для оценки **умений** применяются простые ПКЗ, которые предполагают решение в виде одного или двух действий. К ним можно отнести несложные задания по выполнению конкретных действий. (нахождению пределов, вычислению обыкновенных и частных производных, нахождению неопределенных и определенных интегралов, вычислению двойных интегралов, исследованию сходимости числовых рядов)

Для оценки **владений** применяются практические контрольные задания, требующие многоходовых решений как в типичных задачах, так и в задачах повышенной сложности. К ним относятся, например, задачи на полное исследование функций и построение графиков, задачи на абсолютный и условный экстремум функции многих переменных, переход к криволинейным координатам в двойных и тройных интегралах, исследование равномерной сходимости функциональных рядов, разложение функций в ряд Тейлора и т.д.

Промежуточный контроль формирования компетенции в каждом семестре завершает зачет и экзамен. Для проведения промежуточного контроля сформированности компетенции используются комплексные контрольные задания, содержащие теоретические вопросы и практические задачи из различных разделов дисциплины.

6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Практические контрольные задания по курсу «Математический анализ» для оценивания результатов обучения в виде умений У1(ОПК-1) формирования компетенции ОПК-2:

Примеры контрольных заданий по теме «Пределы и непрерывность функции»:

1. Вычислить пределы

$$2. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 6x)^{\operatorname{ctg}^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$$

3. Определить порядок малости бесконечно малой $\operatorname{arctg}^2(\sqrt{9+x^2}-3) + \ln^3(1+2x)$

при $x \rightarrow 0$ относительно бесконечно малой x^p

4. Определить характер точек разрыва и построить эскиз графика $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$

Примеры контрольных заданий по теме «Дифференцирование функции одной переменной»

1. Вычислить y'_x , если $y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right) + (\sin x)^{\cos x}$

2. Вычислить y''_{xx} , где $x(t) = e^t$, $y(t) = e^{\cos t}$

3. Вычислить $y^{(10)}$, если $y = (x^2 + 1)\sin 2x$

4. Найти $d^2 y$, $y = 4^{-x^2}$ если x – зависимая переменная

5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ по правилу Лопиталя и по формуле Тейлора

6. Исследовать и построить график функции $f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}$

Примеры контрольных заданий по теме «Неопределенный и определенный интеграл»

1. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{2 + \cos^2 x}} dx, \quad \int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}, \quad \int \frac{2\operatorname{tg} x + 3}{\sin^2 x + 2\cos^2 x} dx, \quad \int_{-4}^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + 2x - 8)(x^2 + 2x + 5)}, \quad \int_0^{e-1} \ln(x+1)dx, \quad \int \cos^3 2x dx, \quad \int \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{1 + 3\sqrt[3]{x^2}} dx$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 + 8x = 16$, $y^2 - 24x = 48$

3. Найти площадь петли линии $\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = t^3 - t \end{cases}$

4. Найти длину дуги плоской кривой $r = 1 - \cos \varphi$

Примеры контрольных заданий по теме «Дифференцирование функций многих переменных»

1. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u = f(x, xy, xyz)$, x, y, z - независимые переменные.

2. Найти $\frac{dx}{dz}, \frac{dy}{dz}, \frac{d^2 x}{dz^2}, \frac{d^2 y}{dz^2}$, если $\begin{cases} x^2 + 2yz = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$

3. Преобразовать уравнение $y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2}{x}$, если $u = \frac{x}{y}$, $v = x$, $w = xz - y$,

где $w = w(u, v)$ - новая функция

4. Исследовать на условный экстремум функцию $u = x - 2y + 2z$, если $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Примеры заданий по теме «Двойные и тройные интегралы»

1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$

2. Перейти к полярным координатам $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегрирования в том и другом порядке: $\iint_D f(x, y) dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 2y, y \leq 1$

3. Перейти к сферическим или цилиндрическим координатам и вычислить:

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} (x^2 + z^2) dz \int_{\frac{x^2+z^2}{2}}^2 dz$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x^2 + y^2 = z^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$)

Примеры контрольных заданий по теме «Ряды»

1. Исследовать сходимость следующих числовых рядов:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1})$, 1.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{5 + 3n^2}$, 1.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\cos^2 n}{\sqrt[3]{n}}$.

2. Исследовать сходимость степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$

3. Исследовать на равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n\sqrt{n^2 + x}}$ при $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию: $f(x) = \ln(1 + x + x^2 + x^3)$

Список экзаменационных вопросов для оценивания результатов обучения в виде знаний 31(ОПК-1) формирования компетенции ОПК-1 по курсу «Математический анализ»

1 семестр

1. Понятие множества, подмножества данного множества. Числовые множества. Числовые промежутки, окрестность точки. Ограниченные числовые

множества. Точные грани множества.

2. Определение числовой последовательности и ее предела.
3. Теорема о единственности предела числовой последовательности.
4. Теорема об ограниченности сходящейся числовой последовательности.
5. Арифметические действия над числовыми последовательностями.
6. Теорема о предельном переходе в неравенствах.
7. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей.
8. Монотонные последовательности. Теоремы о пределах монотонных последовательностей.
9. Доказать, что последовательность $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ имеет предел.
10. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{a^n} = 0, (a > 1), \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0, (a > 1), \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_a n}{n} = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$.
11. Фундаментальные последовательности. Подпоследовательности и частичные пределы. Условия сходимости и расходимости последовательности.
12. Определение предела функции по Коши, геометрическая интерпретация предела. Определение предела функции на языке последовательности по Гейне.
13. Теорема об эквивалентности двух определений предела функции.
14. Односторонние пределы. Необходимое и достаточное условие существования предела функции.
15. Первый замечательный предел и следствия из него.
16. Второй замечательный предел и следствия из него.
17. Сравнение бесконечно малых величин. Определение порядка малости бесконечно малой и выделение главной части бесконечно малой.
18. Таблица эквивалентных бесконечно малых с выводом всех формул.
19. Теорема о вычислении пределов с использованием эквивалентных бесконечно малых.
20. Сравнение бесконечно больших величин. Определение порядка роста.
21. Непрерывность функции в точке. Необходимое и достаточное условие непрерывности в точке. Классификация точек разрыва.
22. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций.
23. Непрерывность сложной и обратной функции.
24. Первая и вторая теоремы Коши для непрерывных функций.
25. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса для непрерывных функций.
26. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной.
27. Односторонние производные. Необходимое и достаточное условие существования производной.
28. Правила вычисления производных от суммы, произведения и частного функций.
29. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная неявно заданной функции.
30. Определение дифференцируемой функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
31. Определение дифференциала функции, его геометрический смысл. Правила вычисления дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
32. Производные высших порядков. Правила повторного дифференцирования.
33. Повторное дифференцирование в дифференциалах. Нарушение

инвариантности формы высших дифференциалов.

34. Правила Лопиталю раскрытия неопределенностей $\left[\frac{0}{0}\right], \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.
35. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для произвольной функции. Формула Лагранжа для приближенных вычислений.
36. Вывести стандартные разложения. Определить число e с точностью до 0,001.
37. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ролля, Коши и Лагранжа).
38. Достаточное условие монотонности функции.
39. Определение локального экстремума. Необходимое условие экстремума.
40. Первое достаточное условие экстремума функции в точке.
41. Второе достаточное условие экстремума функции в точке.
42. Определение выпуклой и вогнутой функции. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости) функции. Достаточное условие выпуклости (вогнутости).
43. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условие точки перегиба.
44. Определение неопределенного интеграла и его свойства. Вывести таблицу интегралов из определения неопределенного интеграла.
45. Замена переменной в неопределенном интеграле. Вычисление интегралов вида $\int R(x, \sqrt{x^2 - a^2}) dx$, $\int R(x, \sqrt{a^2 \pm x^2}) dx$.
46. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
47. Вывести дополнительную таблицу интегралов.
48. Понятие о рациональных и дробно-рациональных функциях. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей.
49. Интегрирование простейших дробей вида $\frac{A}{x-a}, \frac{A}{(x-a)^n}, \frac{Mx+N}{x^2+px+q}$.
50. Интегрирование простейшей дроби вида $\frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^n}$. Вывод рекуррентной формулы для интеграла $I_n = \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$.
51. Интегрирование иррациональных функций. Дробно-рациональные подстановки.
52. Интегрирование дифференциального бинома. Подстановки Чебышева.
53. Подстановки Эйлера.
54. Интегрирование тригонометрических функций.
55. Определение интеграла Римана, его геометрический смысл. Классы функций, интегрируемых по Риману.
56. Свойства интеграла Римана, выражаемые равенствами. Свойства интеграла Римана, выражаемые неравенствами.
57. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница.
58. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
59. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.
60. Вычисление длины дуги в декартовых координатах, в параметрическом виде и в полярных координатах.
61. Понятие о двух типах несобственных интегралов.

2 семестр

62. Определение k -мерного Эвклидова пространства.
63. Определение функции многих переменных. Понятие функции двух переменных, ее геометрическая интерпретация.
64. Определение предела функции многих переменных. Теоремы о пределах. Понятие двойного предела, его геометрический смысл.
65. Полное и частное приращения функции. Непрерывность по совокупности переменных и отдельной переменной. Связь между ними.
66. Определение частной производной, ее геометрический смысл.
67. Определение дифференцируемой функции. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
68. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции.
69. Дифференциал функции многих переменных. Дифференциал функции двух переменных.
70. Производная 1-го порядка сложной функции.
71. Свойство инвариантности формы первого дифференциала для сложной функции.
72. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
73. Дифференциалы высших порядков. Вывести общую формулу дифференциала n -го порядка для функции 2-х независимых переменных.
74. Частные производные 2-го порядка сложной функции (на примере функции 2-х переменных).
75. Нарушение инвариантности формы дифференциалов высших порядков от сложной функции.
76. Производная неявно заданной функции.
77. Дифференцирование системы неявно заданных функций.
78. Замена переменных в дифференциальных выражениях.
79. Производная по направлению, ее связь с градиентом.
80. Геометрический смысл градиента функции многих переменных.
81. Определение монотонной функции в заданном направлении. Достаточное условие монотонности.
82. Определение экстремума функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума для функции многих переменных.
83. Понятие квадратичной формы. Критерий Сильвестра.
84. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных.
85. Задача отыскания условного экстремума.
86. Площадь многоугольной фигуры. Измеримые по Жордану множества. Условия измеримости множества.
87. Определение двойного интеграла, его геометрический и физический смысл. Свойства двойного интеграла.
88. Приведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области.
89. Приведение двойного интеграла к повторному в случае криволинейной области.
90. Криволинейные координаты на плоскости. Полярные и эллиптические координаты.
91. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам в двойном интеграле.
92. Понятие кубуруемой области. Определение тройного интеграла. Свойства тройного интеграла, геометрический и физический смысл.

93. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле.
94. Переход к цилиндрическим координатам в тройном интеграле.
95. Переход к сферическим координатам в тройном интеграле.
96. Определение числового ряда и его сходимости. Доказать сходимость геометрической прогрессии.
97. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости ряда.
98. Свойства числовых рядов.
99. Признак сравнения для знакоположительных рядов. Предельный признак сравнения для знакоположительных рядов. Эквивалентный признак сравнения
100. Радикальный признак Коши для знакоположительных рядов.
101. Признак Даламбера для знакоположительных рядов.
102. Интегральный признак Коши. Для знакоположительных рядов. Доказать сходимость обобщенного гармонического ряда.
103. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Общий достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
104. Признаки Дирихле и Абеля для знакопеременных рядов.
105. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
106. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
107. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.
108. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов.
109. Мажорантный признак равномерной сходимости функциональной последовательности.
110. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
111. Нахождение радиуса и интервала сходимости степенного ряда.
112. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
113. Ряд Тейлора. Стандартные разложения.
114. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Основная и обобщенная тригонометрические системы функций.
115. Ряд Фурье по ортогональной системе функций.
116. Ряд Фурье по основной и обобщенной тригонометрической системе функций.
117. Разложение периодической функции в ряд Фурье.
118. Разложение четной и нечетной функции в ряд Фурье.
119. Разложение в ряд Фурье функции на отрезке $[0, \pi]$, (на отрезке $[0, l]$).
120. Условия сходимости ряда Фурье, равенство Парсеваля. Теорема Дирихле.

Примеры практических заданий для зачета по курсу «Математический анализ» для оценивания результатов обучения в виде умений У1(ОПК-1) формирования компетенции ОПК-1:

1 семестр

1. Вычислить: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 4x - \cos^3 2x}{\arcsin^2 3x}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \sqrt[3]{1 - x^3} \right)$

2. Сравнить бесконечно малые $f(x) = \sqrt{1 + 2x^2} - 1$ и $g(x) = shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ при $x \rightarrow 0$.

3. Исследовать функцию $y = \arccos \frac{1}{x}$ на непрерывность и построить эскиз графика.

4. Вычислить y'_x , если $y = \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) + (\sin x)^{\cos x}$

5. Вычислить y''_{xx} , где $x(t) = e^t$, $y(t) = e^{\cos t}$

6. Исследовать функцию и построить график: $y = \frac{2 - x^2}{1 + x^4}$

7. Вычислить: $\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}$, $\int_0^{e-1} \ln(x+1)dx$, $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{\sin^3 x \cdot \cos^5 x}}$, $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 4}}$

2 семестр

1. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ и $d^2 u$, если $u = f(x^2 + y^2, xy)$, x, y - независимые переменные.

2. В интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам

$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ и расставить пределы интегрирования, если область D ограничена линиями $x + y = 1, x = 0, y = 0$.

3. В интеграле $\iiint_G f(x, y, z) dx dy dz$ перейти к сферическим и цилиндрическим

координатам, если G - область, ограниченная поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 2x$ и $z = 0 (z \geq 0)$.

4. Исследовать на сходимость ряды: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2 + 4}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 + (-1)^n \cdot 3}{2^{n+3}}$

Примеры комплексных контрольных заданий для экзамена по курсу «Математический анализ» для оценивания результатов обучения в виде знаний 31 (ОПК-2), умений У1(ОПК-2) и владений В1(ОПК-2) формирования компетенции ОПК-2:

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Радиофизический факультет
Кафедра математические методы в радиофизике
Дисциплина _Математический анализ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Первый замечательный предел и следствия из него.
2. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределенном интеграле.
3. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin n!}{n\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$
4. Найти по формуле Лейбница $y^{(20)}$, если $y = \frac{x^3}{1-x}$
5. Вычислить $\int \frac{\ln x \cdot \cos \ln x}{x} dx$

Зав. кафедрой _____
Экзаменатор _____

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Радиофизический факультет
Кафедра математические методы в радиофизике
Дисциплина _Математический анализ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Производная 1-го порядка сложной функции.
2. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
3. Вычислить интеграл $\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq x, y \geq -x$
4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \arctg^2 \frac{1}{n}$
5. Найти $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, если $u = f(x^2 + y^2, xy)$, x, y – независимые переменные

Зав. кафедрой _____
Экзаменатор _____

6.5 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

1. Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014, утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД,
2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа (в двух частях) – М.: Физматлит, 2005. – 648с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1,2,3. – М.: Наука, 1969.
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: АСТ. Астрель, 2003. – 558с.

б) дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. - Части 1,2. – М.: Лань, 2008.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа (в двух томах). – М.: Высшая школа, 1981. – 1200с.
3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М. Наука. 1984. – 384с.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде и в электронных библиотеках.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по специальности 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы».

Автор (ы) _____ Н.П. Семерикова

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой _____ А.А. Дубков

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета

Протокол 4/17 от 30.08.2022 года.