

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 12 от 26.12.2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Алгебра

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
15.03.03 - Прикладная механика

---

Направленность образовательной программы  
Инженерное приложение суперкомпьютерного моделирования

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.13 Алгебра относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1: Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.</p> <p>УК-1.2: Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности</p> <p>УК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов</p>	<p>УК-1.1: Знать принципы сбора, отбора и обобщения информации курса математического анализа, связи между понятиями дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, числовыми и функциональными рядами</p> <p>УК-1.2: Уметь соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках основных методов исследования функций с помощью дифференциального и интегрального исчисления</p> <p>УК-1.3: Владеть навыками работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов</p>	Практическое задание Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в	ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной	ОПК-1.1: Знать основы проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной	Практическое задание Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

профессиональной деятельности;	<p>деятельности</p> <p>ОПК-1.2: Демонстрирует умение применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3: Владеет методикой проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности</p>	<p>деятельности.</p> <p>ОПК-1.2: Уметь применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3: Владеть навыками проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.</p>		
ОПК-11: Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии;	<p>ОПК-11.1: Демонстрирует знание методов выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерные технологии для их решения</p> <p>ОПК-11.2: Демонстрирует умение выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности и привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии</p> <p>ОПК-11.3: Владеет методикой выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата</p>	<p>ОПК-11.1: Знать методы выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерные технологии для их решения</p> <p>ОПК-11.2: Уметь выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности и привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии.</p> <p>ОПК-11.3: Владеет навыками выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику</p>	Практическое задание Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

	и современные компьютерных технологий для их решения	привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерных технологий для их решения		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>8</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>96</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>64</b>
- КСР	<b>4</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>52</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>72</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
Поле комплексных чисел и алгебраические системы	19	8	6	14	5
Теория определителей	21	10	6	16	5
Алгебра матриц	21	10	6	16	5
Системы линейных алгебраических уравнений	21	10	6	16	5
Кольцо многочленов	24	10	8	18	6
Векторное (линейное) пространство	27	12	10	22	5
Линейные отображения	29	12	10	22	7
Билинейные и квадратичные формы	25	12	6	18	7
Евклидово (унитарное) пространство	25	12	6	18	7
Аттестация	72				

КСР	4			4	
Итого	288	96	64	164	52

### Содержание разделов и тем дисциплины

#### 1 семестр

1. Поле комплексных чисел и алгебраические системы. Основные определения, утверждения и примеры групп, колец, полей. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа, операции. Степень и извлечение корня из комплексного числа.
2. Теория определителей. Перестановки и подстановки. Группа подстановок. Определители  $n$ -го порядка и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Правило Крамера.
3. Алгебра матриц. Сложение матриц, умножение матриц на число, умножение матриц, обратная матрица.
4. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных для систем линейных алгебраических уравнений.  $N$ -мерное арифметическое пространство. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений. Однородные системы. Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной системы и присоединенной однородной системы.
5. Кольцо многочленов. Определение кольца многочленов. Делимость в кольце многочленов. Корни многочленов.

#### 2 семестр

6. Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость, базис, размерность. Подпространства, сумма и пересечение подпространств, прямая сумма. Координаты, матрица перехода от одного базиса к другому.
7. Линейные отображения (операторы), действия с ними, их матрицы. Ядро, образ, ранг, дефект линейного отображения. Собственные числа и векторы. Характеристический многочлен оператора (матрицы).
8. Билинейные и квадратичные формы. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Метод Лагранжа приведения симметричной билинейной формы к каноническому виду. Закон инерции.
9. Евклидово (унитарное) пространство. Скалярное произведение, свойства. Ортогональные векторы. Ортонормированные базисы и ортогональные матрицы. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

1. Золотых Н.Ю., Любимцев О.В. Необходимые требования к успешному освоению дисциплины «Алгебра» (минимально необходимый уровень) // — Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2019. — 86 с.

Постоянная ссылка на документ: [http://old.lib.unn.ru/students/src/Algebra-Lyubimtsev\\_Zolotykh.pdf](http://old.lib.unn.ru/students/src/Algebra-Lyubimtsev_Zolotykh.pdf)

2. Кузнецов М.И., Любимцев О.В., Муляр О.А. НАЧАЛА ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ. ЧАСТЬ 1: Учебно-методическое пособие. // Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2020. — 35 с.

Постоянная ссылка на документ: [http://old.lib.unn.ru/students/src/KLM\\_The%20beginning%20of%20algebra.%20Part%201.pdf](http://old.lib.unn.ru/students/src/KLM_The%20beginning%20of%20algebra.%20Part%201.pdf)

3. Кузнецов М.И., Любимцев О.В., Муляр О.А. НАЧАЛА ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ. ЧАСТЬ 2: Учебно-методическое пособие. // Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2024. — 41 с.

Постоянная ссылка на документ: <http://old.lib.unn.ru/students/010301.html>

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Методом окаймляющих миноров найти ранг матрицы

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 & 5 & -1 & -4 \\ 1 & 6 & -11 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -7 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Найти максимальную линейно независимую подсистему системы векторов

$$\begin{aligned} &(7, 2, -9, 3, -19) \\ &(2, 3, -5, 1, -8) \\ &(3, 1, -4, 5, -12) \\ &(-2, -1, 3, -2, 7) \end{aligned}$$

Найти значения многочлена  $f = x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$  и всех его производных в точке  $x = -2$ .

$$X \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & -5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Решить уравнение

#### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Найти матрицу перехода от базиса  $v_1=(1, 1, 1), v_2=(1, 1, 0), v_3=(-1, 0, -1)$  к базису  $u_1=(1, 2, 0), u_2=(2, 2, 1), u_3=(2, 1, 2)$ .

Найти базисы суммы и пересечения линейных оболочек систем векторов  $\langle(1,1,1,1),(-1,-2,0,1)\rangle$  и  $\langle(-1,-1,1,0),(2,2,0,1)\rangle$ .

Выяснить является ли преобразование пространства  $R^3$  линейным и если да, то найти его матрицу в базисе  $e_1=(1,1,1), e_2=(-1,1,1), e_3=(1,2,3)$ :

А)  $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 - x_2, x_1 + x_3, x_2 - x_3)$ .

Б)  $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_2, x_1x_2, x_3)$ .

Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы  $v_1=(1, 0, 1), v_2=(0, 1, 1), v_3=(1, 1, 0)$  в векторы  $u_1=(4, 4, 5), u_2=(5, 3, 4), u_3=(3, 5, 3)$ , соответственно.

Матрица оператора  $\varphi$  в базисе  $a_1=(1, 1), a_2=(1, 0)$  равна  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , матрица оператора  $\psi$  в базисе  $b_1=(-1, -1),$

$b_2=(1, 2)$  равна  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу оператора  $\varphi + \psi$  в базисе  $\{b_1, b_2\}$ .

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ОПК-11:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти базис ядра и образа оператора, заданного в стандартном базисе матрицей

Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти нормальный вид в области вещественных чисел и невырожденное преобразование, приводящее к этому виду, для квадратичной формы

$$f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

Процессом ортогонализации Грама-Шмидта построить ортонормированный базис линейной оболочки системы векторов  $u_1 = (1, 2, -1)$ ,  $u_2 = (0, 3, -2)$ ,  $u_3 = (2, 1, 0)$ .

#### Задания повышенной сложности

- 1\*. Доказать, что ранг произведения двух матриц не превосходит ранга каждой матрицы-сомножителя.
- 2\*. Доказать, что многочлен, неприводимый над поле комплексных чисел, не может иметь кратных комплексных корней.
- 3\*. Доказать, что если две линейные функции на векторном пространстве имеют одинаковые ядра, то они различаются линейным множителем.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

**Вариант 1**

1. Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы

$$a_1 = \{1, -1, 2\}, a_2 = \{-2, -1, 0\}, a_3 = \{0, 1, 3\} \text{ в векторы}$$

$$b_1 = \{1, -7, 5\}, b_2 = \{-5, 7, -4\}, b_3 = \{1, -15, 11\}$$

соответственно, в том же базисе, в котором заданы векторы  $a_i$  и  $b_i$ .

2. Матрица оператора  $\varphi$  в базисе  $a_1 = \{2, 1\}, a_2 = \{-1, 1\}$  равна  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , а матрица

оператора  $\psi$  в базисе  $b_1 = \{-1, 3\}, b_2 = \{-2, 0\}$  равна  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу оператора  $\varphi^{-1} + \psi$  в базисе, в котором даны координаты  $a_i$  и  $b_i$ .

3. Найти собственные векторы линейного оператора заданного матрицей  $\begin{bmatrix} -8 & 39 & -16 \\ -9 & 35 & -13 \\ -16 & 57 & -20 \end{bmatrix}$ .

**Вариант 2**

1. Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы

$$a_1 = \{-1, -2, 2\}, a_2 = \{-2, -1, 1\}, a_3 = \{0, -1, 3\} \text{ в векторы}$$

$$b_1 = \{-4, 0, 1\}, b_2 = \{-5, 3, -1\}, b_3 = \{-1, -9, 7\}$$

соответственно, в том же базисе, в котором заданы векторы  $a_i$  и  $b_i$ .

2. Матрица оператора  $\varphi$  в базисе  $a_1 = \{0, 1\}, a_2 = \{-1, 1\}$  равна  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ , а матрица

оператора  $\psi$  в базисе  $b_1 = \{-1, -3\}, b_2 = \{-2, 0\}$  равна  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу оператора  $\varphi \circ \psi$  в базисе, в котором даны координаты  $a_i$  и  $b_i$ .

3. Найти собственные векторы линейного оператора заданного матрицей  $\begin{bmatrix} -17 & 66 & -25 \\ -13 & 47 & -17 \\ -20 & 69 & -24 \end{bmatrix}$ .

**5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**



**Вариант 1**

1. Найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 8x_2 - x_3 - 7x_4 = 1 \\ -3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -3 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = 8 \end{cases}$$

2. Найти общее решение и одно частное решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

3. Найти общее решение и фундаментальную систему решений системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 3x_5 = 0 \\ -2x_1 - x_2 + 5x_3 - 5x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

**Вариант 2**

1. Найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 = -2 \\ -3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Найти общее решение и одно частное решение системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_4 = 6 \end{cases}$$

3. Найти общее решение и фундаментальную систему решений системы уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases}$$

**5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-11:**

### Вариант 1

1. Вычислить  $A^{-1}$  с помощью элементарных преобразований матриц  $A$  и  $E$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

2. Найдите  $X$ , если  $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

3. Найдите ранг системы векторов и какую-либо максимальную линейно независимую подсистему системы векторов  $v_1 = (2, 1, -1, 1, 2)$ ,  $v_2 = (3, -2, 2, -3, -4)$ ,  $v_3 = (5, 1, -1, 2, 2)$ ,  $v_4 = (2, -1, 1, -3, -2)$ .

4. Исследуйте совместность и найдите общее решение системы

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ -4x_1 + 8x_2 - 15x_3 + 7x_4 = -5 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 6x_4 = -3 \end{cases}$$

5. Найдите общее решение и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = x_5 \\ -4x_1 + 8x_2 - 15x_3 + 7x_4 = -5x_5 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = x_5 \\ 3x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 6x_4 = -3x_5 \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Вычислить  $A^{-1}$  с помощью элементарных преобразований матриц  $A$  и  $E$ , если  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

2. Найдите  $X$ , если  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 1 & 11 & 7 \\ 7 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

3. Найдите ранг системы векторов и какую-либо максимальную линейно независимую подсистему системы векторов  $v_1 = (1, -2, 3, -3, 2)$ ,  $v_2 = (1, 2, -1, 1, -1)$ ,  $v_3 = (1, -1, 2, -2, 0)$ ,  $v_4 = (2, 3, -1, 1, -4)$ .

4. Исследуйте совместность и найдите общее решение системы

$$\begin{cases} x_1 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ -5x_1 - 3x_2 - 8x_3 - 7x_4 = 15 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = -3 \\ -3x_1 - 3x_3 - 6x_4 = 9 \end{cases}$$

5. Найдите общее решение и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + x_3 + 2x_4 = -3x_5 \\ -5x_1 - 3x_2 - 8x_3 - 7x_4 = 15x_5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = -3x_5 \\ -3x_1 - 3x_3 - 6x_4 = 9x_5 \end{cases}$$

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три

Оценка	Критерии оценивания
	несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели	Имеется минимальный набор навыков для решения	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартны	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартны	Продemonстрированы навыки при решении нестандарт	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартны

	вследствие отказа обучающегося от ответа	место грубые ошибки	стандартны х задач с некоторым и недочетами	х задач с некоторым и недочетами	х задач без ошибок и недочетов	ных задач без ошибок и недочетов	х задач
--	--	---------------------	---	----------------------------------	--------------------------------	----------------------------------	---------

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Системы линейных уравнений. Эквивалентные системы, свойства. Теорема об элементарных преобразованиях.
2. Приведение системы к ступенчатому виду.
3. Теоремы о совместности и определенности систем линейных уравнений. Следствия.
4. Определители второго и третьего порядков. Вывод правила Крамера для систем из 2-х уравнений с двумя неизвестными.
5. Перестановки, транспозиции символов в перестановке. Подстановки.
6. Определители и их свойства.

7. Миноры и алгебраические дополнения.
8. Правило Крамера для системы из  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными.
9. Линейные арифметические пространства. Линейная зависимость. Свойства линейной зависимости и независимости. Линейные оболочки. Подпространства.
10. Базисы, эквивалентные определения, стандартный базис в  $R^n$ . Лемма о линейно независимой системе, следствие.
11. Теорема о базисе. Размерность.
12. Ранг системы векторов. База системы векторов.
13. Ранг матрицы (горизонтальный, вертикальный, минорный). Теорема о равенстве рангов матрицы и матрицы, полученной из данной перестановкой строк (столбцов).
14. Теорема о равенстве горизонтального, вертикального и минорного рангов. Следствия.
15. Теорема Кронекера-Капелли.
16. Общий метод исследования совместности и решения системы линейных уравнений. Следствия для однородных систем.
17. Однородные системы уравнений. Свойства, теорема о фундаментальной системе решений.
18. Связь между решениями неоднородной и приведенной однородной системы.
19. Сложение и умножение матриц. Свойства сложения и умножения.
20. Обратная матрица. Определение, необходимое и достаточное условие существования.

### **5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

1. Аксиомы векторного пространства. Следствия из аксиом. Примеры векторных пространств. Подпространства, примеры.
2. Линейная комбинация, линейная оболочка системы векторов. Линейная зависимость, свойства.
3. Эквивалентные определения базиса, примеры. Конечномерные, бесконечномерные пространства.
4. Лемма о линейно независимой системе. Теорема о количестве векторов в базисе, размерность.
5. Теорема о дополнении до базиса. Свойство бесконечномерных пространств.
6. Теорема о монотонности размерности.
7. Координаты вектора в базисе, матрица перехода, ее невырожденность, формула изменения координат при переходе к новому базису.

8. База системы векторов и ранг системы векторов.
9. Сумма и пересечение подпространств, линейная оболочка объединения.
10. Теорема о размерности суммы и пересечения подпространств.
11. Прямая сумма. Критерий прямой суммы.
12. Линейные отображения векторных пространств, свойства, примеры. Матрица линейного отображения в базисах. Матричная запись. Формула преобразования матрицы линейного отображения при замене базисов.
13. Матрица линейного оператора. Матричная запись. Координаты образа вектора. Формула преобразования матрицы линейного оператора при замене базиса.
14. Теорема о задании линейного отображения на базисе. Теорема о соответствии между линейными отображениями и матрицами.
15. Ядро и образ линейного отображения. Теорема о ранге и дефекте.
16. Сумма линейных отображений, произведение на число, композиция. Их матрицы.
17. Собственные векторы. Собственные значения линейного оператора и корни характеристического многочлена. Инвариантность характеристического многочлена.
18. Билинейные формы. Однозначность определения на базисе. Матрица билинейной формы. Закон изменения матрицы при переходе к другому базису.
19. Симметрические, кососимметрические формы. Квадратичная форма, поляризация квадратичной формы, канонический вид.

### **5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-11**

1. Алгебраические операции. Теорема об обобщенной ассоциативности. Группы, кольца, поля.
2. Определение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма. Свойства операции сопряжения.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Свойства модуля.
4. Свойства степеней. Формула Муавра. Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.
5. Построение кольца многочленов. Степень многочлена, свойства степени. Теорема о целостности кольца многочленов.
6. Делимость в кольце многочленов. Теорема о делении с остатком. Схема Горнера.
7. НОД и НОК. Существование НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД.
8. Взаимно простые многочлены. Критерий взаимной простоты. Свойства.

9. Неприводимые многочлены.
10. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых унитарных. Следствия.
11. Корни многочленов. Теорема Безу.
12. Кратность корня. Теорема о количестве корней многочлена. Следствия.
13. Производная многочлена. Критерий кратности корня . Связь между кратностью корня многочлена и кратностью данного корня в производной.
14. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
15. Закон инерции квадратичных форм над  $\mathbb{R}$ .
16. Евклидовы пространства, скалярное произведение, свойства. Длина вектора, неравенство Коши-Буняковского, следствия, угол между векторами.
17. Ортогональные системы векторов. Ортонормированный базис. Скалярное произведение в о.н.б. Матрица Грама.
18. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

#### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

#### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

## Основная литература:

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / Курош А. Г. - 24-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 432 с. - Рекомендовано Министерством образования РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям «Математика», «Прикладная математика». - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46865-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=863501&idb=0>.
2. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре / Проскуряков И. В. - 16-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 476 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9039-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=781523&idb=0>.

## Дополнительная литература:

1. Ильин Владимир Александрович. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика". - 2-е изд. - М. : Изд-во Моск. ун-та, 2002. - 320 с. - ISBN 5-211-04487-8 : 125.00., 32 экз.
2. Беклемишева Л. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : [учеб. пособие] / под ред. Д. В. Беклемишева. - Изд. 2-е, перераб. - М. : Физматлит, 2004. - 496 с. - ISBN 5-9221-0010-6 : 196.10., 36 экз.
3. Фаддеев Д. К. Задачи по высшей алгебре : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по мат. специальностям. - Изд. 16-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2007. - 288 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Классические задачки и практикумы). - ISBN 978-5-8114-0427-8 : 273.90., 4 экз.

## Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. <http://www.lib.unn.ru/>
2. Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>
3. Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 15.03.03 - Прикладная механика.

Автор(ы): Любимцев Олег Владимирович, доктор физико-математических наук.



Программа одобрена на заседании методической комиссии от 10.10.2023 г., протокол № 2.