

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
«31» мая 2023 г. № 6

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория функций комплексного переменного**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

**специалитет**

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

**11.05.02 «Специальные радиотехнические системы»**

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

**Радиотехнические системы и комплексы специального  
назначения**

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

**специалист**

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

**очная**

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

**1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП** Дисциплина Б1. Б.10 «Теория функций комплексного переменного» относится к обязательной части ОПОП и изучается в 3 семестре. Функции комплексного переменного находят себе многочисленные приложения, с одной стороны, в различных прикладных математических дисциплинах, с другой стороны, в различных разделах чистой математики. Знакомство с основными вопросами теории функций комплексного переменного является необходимым элементом основной образовательной программы (ОПОП) общего профиля бакалавриата по направлению подготовки «Специальные радиотехнические системы». Теоремы об аналитическом продолжении соотношений позволяют единообразно перенести в комплексную область известные свойства элементарных функций действительной переменной. Один из основных классов функций комплексной переменной – аналитические функции – находится в тесной связи с решениями уравнения Лапласа, к которому приводятся многие задачи механики и физики. Методы комплексного анализа находят широкое применение при решении задач в теории дифференциальных уравнений, задач гидро- и аэродинамики, теории упругости.

**Целью освоения дисциплины** «Теория функций комплексного переменного» является развитие в комплексной области известных из действительного анализа понятий и операций: предела, производной, интеграла и др. Обучение методам выхода в область комплексных чисел при интегрировании элементарных функций, решении дифференциальных уравнений и т. д. Применение теории функций комплексной переменной для решения задач естественных наук.

**2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**

<b>Формируемые компетенции</b> (код компетенции, уровень освоения – при наличии в карте компетенции)	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций</b>
<b>ОПК-1.</b> Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (этап освоения: начальный)	<b>Уметь</b> применять основные законы естественнонаучных дисциплин. <b>Знать</b> основные разделы математических и естественнонаучных дисциплин.

**3. Структура и содержание дисциплины (модуля)**

Объем дисциплины (модуля) составляет 5 зачетных единиц, всего 180 часов, из которых 66 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем, 45 часов контроль, 69 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

Содержание дисциплины (модуля)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)		В том числе												Самостоятельная работа обучающегося, часы
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы										Всего		
			из них												
	Очная	Заочная	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Консультации	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	Очная	Заочная	
Тема 1 Введение. Комплексная плоскость	15		4		4					8		7			
Тема 2 Функции комплексного переменного (ФКП) Функции аналитические и гармонические	16		4		4					8		8			
Тема 3 Конформные отображения	18		4		4					8		10			
Тема 4 Интеграл	18		4		4					8		10			
Тема 5 Ряды	18		4		4					8		10			
Тема 6 Ряды Лорана. Особые точки	16		4		4					8		8			
Тема 7 Теория вычетов	16		4		4					8		8			
Тема 8 Начала операционного исчисления	16		4		4					8		8			
В т.ч. текущий контроль	2														
Промежуточная аттестация: экзамен															

#### 4. Образовательные технологии

Форма занятий: лекции, практические занятия. При самостоятельной работе и при подготовке к экзамену студенты могут воспользоваться также указанной литературой.

#### 5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам и учебным пособиям, указанным в списке литературы, решении практических задач.

Контроль самостоятельной работы - контрольная работа (по темам 1,2,3,4,5,6,7), домашние задания.

В частности, важной составляющей изучения дисциплины является самостоятельная работа обучающихся при подготовке к практическим занятиям по дисциплине с целью их

наиболее эффективного проведения. При этой подготовке обучающиеся дополнительно самостоятельно изучают те разделы теоретического материала, которые являются базовыми при проведении очередной контрольной работы. Это дополнительное самостоятельное изучение, прежде всего, основано на углубленном самостоятельном изучении соответствующих разделов книг, учебно-методических пособий приведенных в списках основной и дополнительной литературы. Кроме того, при указанном дополнительном самостоятельном изучении можно использовать и доступные ресурсы сети Интернет, так как они являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Одними из возможных ресурсов для этой цели являются те, которые указаны в списке программного обеспечения и Интернет-ресурсов ниже в разделе.

## 6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),

включающий:

Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

**ОПК-1:** Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (этап формирования – базовый)

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
<b>Знания</b> <i>Знать</i> методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Отсутствие знаний материала	Наличие грубых ошибок в основном материале	Знание основного материала с рядом негрубых ошибок	Знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	Знание основного материала с незначительными погрешностями	Знание основного материала без ошибок и погрешностей	Знание основного и дополнительного материала без ошибок и погрешностей
<b>Умения</b> <i>Уметь</i> применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Полное отсутствие умения применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Отсутствие умения применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Умение применять отдельные методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Умение применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы при наличии незначительных ошибок	Умение применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Умение применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы	Умение применять методы и принципы самостоятельной научно-исследовательской работы и способность принимать решение на этой основе
<b>Навыки</b> <i>Владеть</i>	Полное отсутствие	Отсутствие навыков	Наличие минимальных	Посредственное	Достаточное	Хорошее владение	Всестороннее владение

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы	ие навыков владения опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы	владения опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы	ых навыков владения опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы	Владение опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы	владение опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы	опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы	опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

#### 6.1. Описание шкал оценивания

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен включает устную и письменную часть. Устная часть экзамена заключается в ответе студентом на теоретические вопросы курса (с предварительной подготовкой) и последующем собеседовании в рамках тематики курса. Собеседование проводится в форме вопросов, на которые студент должен дать краткий ответ. Практическая часть экзамена предусматривает решение задач.

Оценка	Уровень подготовки
Превосходно	Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, полностью справился с решением предложенных в билете задач. Студент активно работал на практических занятиях. 100 %-ное выполнение контрольных экзаменационных заданий
Отлично	Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, полностью справился с решением предложенных в билете задач. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий на 90% и выше
Очень хорошо	Хорошая подготовка. Студент дал ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях и формулировках теорем, утверждений и т.п. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 80 до 90%.

Оценка	Уровень подготовки
Хорошо	В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дал полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях и формулировках теорем, утверждений и т.п. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Студент работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 70 до 80%.
Удовлетворительно	Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки при решении задач, но при ответах на наводящие вопросы, может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ или предложить другой путь решения задачи. Студент посещал практические занятия. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 50 до 70%.
Неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий. Выполнение контрольных экзаменационных заданий до 50%.
Плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий. Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 20 %.

6.2. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- устные и письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания, включающих одну или несколько задач

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются:

- устный опрос, решение практических задач

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование,
- письменные ответы на вопросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания,
- экзамен

6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

**Примеры контрольных вопросов** для проведения экзамена.

#### **Компетенции ОПК-1**

1. Понятие комплексного числа, арифметические действия над комплексными числами, геометрическое изображение комплексных чисел, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа, формулы Муавра.

2. Понятие стереографической проекции. Связь координат точки и координат ее стереографической проекции.

3. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Понятие производной функции комплексного переменного. Критерий дифференцируемости.

4. Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями.

5. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции, понятие конформного отображения.

6. Теорема Лорана.

7. Классификация изолированных особых точек. Поведение функции в проколотой окрестности изолированной особой точки.

8. Теорема Сохоцкого

9. Определение вычета функции  $f(z)$  в изолированной особой точке. Основная теорема о вычетах.

10. Определение вычета функции  $f(z)$  в изолированной особой точке. Теорема о вычислении вычета в полюсе.

11. Определение вычета функции  $f(z)$  в изолированной особой точке. Теорема о сумме вычетов относительно всех особых точек, включая бесконечно удалённую.

**Варианты контрольных работ** для проведения промежуточной аттестации.

### Компетенции ОПК-1

#### Вариант 1.

1. Найти все значения корня и построить их:  $\sqrt[5]{\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})}$ .

2. Найти  $r$  и  $\arg z$ :  $z = 3^{2-i}$ .

3. Найти  $(-1)^{\sqrt{2}}$ .

4. Выяснить, является ли функция  $w = |z| \cdot \bar{z}$  аналитической хотя бы в одной точке.

5. Найти область плоскости ( $w$ ), на которую функция  $w = z^2 + 1$  отображает область D: четверть круга  $|z| < 1$ ,  $0 < \arg z < \frac{\pi}{2}$  плоскости ( $z$ ).

6. Найти функцию, отображающую полосу  $-\infty < \operatorname{Re} z < +\infty$ ,  $0 < \operatorname{Im} z < \frac{\pi}{2}$  на плоскость  $w$  с разрезами  $-\infty < u \leq -1$ ,  $v = 0$  и  $1 \leq u < +\infty$ ,  $v = 0$ .

### Примеры экзаменационных билетов

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского

Институт ИИТММ

Кафедра МФиОУ

Дисциплина ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

#### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Определение регулярной функции. Теорема о действительной и мнимой частях регулярной функции.

2. Определение интеграла от функции  $f(z)$  по контуру  $\gamma$ . Формула вычисления. Свойства. Существование интеграла от комплексной функции.

3. Найти функцию, отображающую полуплоскость  $\operatorname{Im} z > 1$  с удаленным кругом  $|z - 2i| < 1$  на полосу  $0 < \operatorname{Re} w < 1$ .

4. Вычислить интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2+2}{x^4+7x^2+12} dx$ .

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
Экзаменатор \_\_\_\_\_

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского  
Институт/факультет ИИТММ  
Кафедра МФиОУ  
Дисциплина ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Определение регулярной функции. Теорема о существовании регулярной в области функции.
2. Интегральная теорема Коши для многосвязной области.
3. Найти отображение области  $G = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 2, |z - \sqrt{2}| < \sqrt{2}\}$  на верхнюю полуплоскость.
4. Вычислить интеграл  $\oint_{|z-3|=1} \frac{\sin 3z+2}{z^2(z-\pi)} dz.$

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
Экзаменатор \_\_\_\_\_

6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД, [http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest\\_stud%202214.pdf](http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202214.pdf)

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

**7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

а) основная литература:

1. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций.- М.: Наука, 1978, 416 с. (43 экз.)
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1987, 688 с. (34 экз.)
3. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1. - М.: Наука, 1976, 320 с. (21 экз.)
4. Волковыский И.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: Физматлит, 2006, 312 с. (65 экз.)

б) дополнительная литература:

Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1989, 477 с. (31 экз.), 1982, 488 с (25 экз.), 1976, 407 с. (19 экз.)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Znanium.com (математика) <http://www.znaniy.com/>
2. Лань (математика) <http://e.lanbook.com/>
3. Юрайт (математика) <http://www.biblio-online.ru/>
4. Консультант студента (математика) <http://www.studentlibrary.ru/>
5. Университетская библиотека online – архив научной классики <http://www.biblioclub.ru/>



### **Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории, оснащенные партами, стульями, учебными досками. Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках и на кафедре математической физики и оптимального управления.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению (профилю) 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы»

Автор АНДРИАНОВ ВЛ

Рецензент \_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании кафедры математической физики и оптимального управления Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского

от \_\_\_\_\_ года, протокол № \_\_\_\_\_.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ М.И. Сумин

**Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета**

**Протокол 4/17 от 30.08.2022 года.**