

MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION OF THE RUSSIAN FEDERATION

**Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education
«National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Working programme of the discipline

Computational methods

Higher education level

Bachelor degree

Area of study / speciality

02.03.02 - Fundamental Informatics and Information Technology

Focus /specialization of the study programme

General Profile

Mode of study

full-time

Nizhny Novgorod

Year of commencement of studies 2025

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.11 Вычислительные методы относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию ОПК-1.2: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты ОПК-1.3: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Определение погрешности вычислений и ее составные компоненты; основные понятия и факты из теории приближения функций (интерполяция, элемент наилучшего приближения; методы численного дифференцирования и интегрирования / Determination of calculation error and its components; basic concepts and facts from the theory of approximation of functions (interpolation, best approximation element; numerical differentiation and integration methods Способы отделения корней и методы приближенного решения нелинейных уравнений с одной переменной; методы решения задач линейной алгебры, условия сходимости итерационных процессов; основные методы интегрирования дифференциальных задач / Methods of root separation and methods for approximate solution of nonlinear equations with one variable; methods for solving linear algebra problems, conditions of convergence of iterative processes; basic methods of integration of	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

		<p><i>differential problems</i></p> <p>ОПК-1.2: УМЕТЬ Использовать базовые знания в формулировании задач вычислительной математики/ <i>To use basic knowledge in the formulation of computational mathematics</i></p> <p>ОПК-1.3: ВЛАДЕТЬ Базовыми знаниями естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями/ <i>To possess basic knowledge of natural Sciences, mathematics and Informatics, basic facts, concepts, principles of theories related to fundamental Informatics and information technologies</i></p>		
<p>ОПК-2: Способен применять компьютерные/суперкомпьютерные методы, современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-2.1: Знает основные положения и концепции в области программирования, архитектуру языков программирования, теории коммуникации, знает основную терминологию, знаком с содержанием Единого Реестра Российских программ</p> <p>ОПК-2.2: Умеет анализировать типовые языки программирования, составлять программы</p> <p>ОПК-2.3: Имеет практический опыт решения задач анализа, интеграции различных типов программного обеспечения, анализа типов коммуникаций</p>	<p>ОПК-2.1: ЗНАТЬ Стандартные методы решения вычислительных задач профессиональной деятельности/ <i>Standard methods of solving computational problems of professional activity</i></p> <p>Новые математические пакеты для решения вычислительных задач/ <i>Know new math packages for solving computational problems</i></p> <p>ОПК-2.2: азрабатывать новые методы решения поставленных задач / <i>Develop new methods of solving problems</i></p> <p>Анализировать погрешности вычисления / <i>To analyze the error of the calculations</i></p>	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

		<p>Исследовать сходимость получаемых приближений к точному решению поставленных задач / To investigate the convergence of the obtained approximations to the exact solution of the set tasks</p> <p>Пользоваться соответствующими математическими пакетами; / To use the appropriate mathematical packages</p> <p>ОПК-2.3: Навыками построения алгоритмов по используемым методам / Skills of building algorithms on the methods used</p> <p>Различными методами решений вычислительных задач с применением информационно-коммуникационных технологий / Various methods of solving computational problems using information and communication technologies</p> <p>Представлением о применении универсальных математических пакетов для выполнения простых вычислительных операций/ A representation of the use of universal mathematical packages to perform simple computational operations</p>		
--	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	5
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2

самостоятельная работа	94
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Введение. Introduction.	16	2	4	6	10
Основы теории погрешности. Fundamentals of the theory of error.	18	2	4	6	12
Способы решения систем линейных уравнений. Methods of solving systems of linear equations.	18	2	4	6	12
Основы теории приближений. Интерполяция. Fundamentals of approximation theory. Interpolation	18	2	4	6	12
Нелинейные уравнения с одной переменной. Нахождение экстремума. Nonlinear equations with one variable. Finding an extremum.	18	2	4	6	12
Численные методы линейной алгебры. Numerical methods of linear algebra.	18	2	4	6	12
Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений Numerical solution of the Cauchy problem for ordinary differential equations	18	2	4	6	12
Численное решение краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных Numerical solution of boundary value problems for partial differential equations	18	2	4	6	12
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	180	16	32	50	94

Contents of sections and topics of the discipline

1. Введение. Introduction.
2. Основы теории погрешности. Fundamentals of the theory of error.
3. Способы решения систем линейных уравнений. Оценка «числа шагов». Methods of solving systems of linear equations. Evaluation of the "number of steps".
4. Основы теории приближений. Интерполяция. Fundamentals of approximation theory. Interpolation
5. Нелинейные уравнения с одной переменной. Нахождение экстремума. Nonlinear equations with one

variable. Finding an extremum.

6. Численные методы линейной алгебры. Numerical methods of linear algebra.

7. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений Numerical solution of the Cauchy problem for ordinary differential equations

8. Численное решение краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных Numerical solution of boundary value problems for partial differential equations

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

1. R. L. Burden, J. D. Faires. Numerical Analysis. Brooks Cole, 2000. — 895 p. . — Режим доступа: http://fac.ksu.edu.sa/sites/default/files/textbook-9th_edition.pdf

2. J. Stoer, R. Bulirsch. Introduction to numerical analysis. Springer-Verlag, 1993. — 672 p. . — Режим доступа:

[http://www.math.uni.wroc.pl/~olech/metnum2/Podreczniki/\(eBook\)%20Introduction%20to%20Numerical%20Analysis%20-%20J.Stoer,R.Bulirsch.pdf](http://www.math.uni.wroc.pl/~olech/metnum2/Podreczniki/(eBook)%20Introduction%20to%20Numerical%20Analysis%20-%20J.Stoer,R.Bulirsch.pdf)

3. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press. 2002. — 949 p. . — Режим доступа: https://www2.units.it/ipl/students_area/imm2/files/Numerical_Recipes.pdf

5. Assessment tools for ongoing monitoring of learning progress and interim certification in the discipline (module)

5.1 Model assignments required for assessment of learning outcomes during the ongoing monitoring of learning progress with the criteria for their assessment:

5.1.1 Model assignments (assessment tool - Control work) to assess the development of the competency ОПК-1:

Задание 1. Построить интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона.

1. $y(-1) = -1, y(0) = 1, y(1) = 3, y(2) = 11.$
2. $y(-1) = -2, y(0) = 1, y(1) = 4, y(2) = 12.$
3. $y(-1) = -2, y(0) = 1, y(1) = 4, y(2) = 19.$

Задание 2. Решите численно задачу Коши для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

1. $u'' + 5u' + 4u = 0, u(0) = 1, u'(0) = -1.$
2. $u'' + 3u' + 2u = 0, u(0) = 1, u'(0) = -1.$
3. $u'' + 8u' + 12u = 0, u(0) = 1, u'(0) = -2.$

5.1.2 Model assignments (assessment tool - Control work) to assess the development of the competency ОПК-2:

Задание 1. Найти численно определенный интеграл по формуле «левых прямоугольников» и формуле Симпсона. Сравнить и оценить погрешности.

1. $\int_0^{\pi} \sin x \, dx$

2. $\int_0^4 x^4 \, dx$

Задание 2. Вывести зависимость порядка интерполяционного полинома от количества заданных точек

Assessment criteria (assessment tool — Control work)

Grade	Assessment criteria
outstanding	Студент получил верный ответ во всех заданиях. При этом студент продемонстрировал знание дополнительного материала.
excellent	Студент получил верный ответ во всех заданиях.
very good	Студент получил верный ответ в большинстве заданий.
good	Студент решил большую часть задач с незначительными недочетами.
satisfactory	Студент решил большую часть задач с существенными недочетами.
unsatisfactory	Студент допускает грубые ошибки в решении стандартных задач.
poor	Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.

5.2. Description of scales for assessing learning outcomes in the discipline during interim certification

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	обучающегося от ответа			негрубых ошибок	несущественных ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Scale of assessment for interim certification

Grade		Assessment criteria
pass	outstanding	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "outstanding", the knowledge and skills for the relevant competencies have been demonstrated at a level higher than the one set out in the programme.
	excellent	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "excellent",
	very good	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "very good",
	good	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "good",
	satisfactory	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "satisfactory", with at least one competency developed at the "satisfactory" level.
fail	unsatisfactory	At least one competency has been developed at the "unsatisfactory" level.
	poor	At least one competency has been developed at the "poor" level.

5.3 Model control assignments or other materials required to assess learning outcomes during the interim certification with the criteria for their assessment:

5.3.1 Model assignments (assessment tool - Control questions) to assess the development of the competency ОПК-1

1. Общая постановка задач вычислительной математики. Погрешность вычислений, ее составные части / General formulation of problems in computational mathematics. Computational error, its components.
2. Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Определение и нахождение погрешности арифметических операций. Понятие верной и значащей цифр / Absolute and relative errors of the approximate number. Determination and determination of the error of arithmetic operations. The concept of a true and significant number.
3. Общая постановка задачи приближенного вычисления функции / General statement of the problem of approximate calculation of a function.
4. Интерполяционный полином Лагранжа. Равноотстоящий и неравноотстоящий случаи расположения узлов. Схема Эйткена / The interpolation polynomial of Lagrange. Equal and unequal distribution of nodes. Aitken's scheme.
5. Разделенные разности. Определение, свойства, примеры / Divided differences. Definition, properties, examples.
6. Интерполяционный полином Ньютона. Неравноотстоящий случай расположения узлов / Newton interpolation polynomial. The unequal distribution of nodes.
7. Конечные разности. Определение, свойства, примеры / Finite differences. Definition, properties, examples.
8. Интерполяционные полиномы Ньютона, Гаусса / The interpolation polynomials of Newton and Gauss
9. Погрешность интерполяции. Способы ее уменьшения. / Error of interpolation. Ways to reduce it.
10. Погрешность интерполяции. Способы ее уменьшения. Сходимость интерполяционного процесса. Достаточные условия сходимости. / Error of interpolation. Ways to reduce it. Convergence of the interpolation process. Sufficient conditions for convergence.
11. Интерполяция с кратными узлами. Полином Эрмита. / Interpolation with multiple nodes. Hermite's polynomial.
12. Сплайн-функции. Определение, свойства. Примеры. / Spline functions. Definition, properties. Examples.
13. Сплайн-интерполяция. Построение для различных краевых условий. / Spline interpolation. Construction for various boundary conditions.
14. Задача численного дифференцирования. Построение формул численного дифференцирования, погрешность. Некорректность задачи численного дифференцирования. / The problem of numerical differentiation. Construction of formulas for numerical differentiation, error. Incorrectness of the problem of numerical differentiation.
15. Задача численного интегрирования. Простейшие квадратурные формулы. / The problem of numerical integration. The simplest quadrature formulas.
16. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Примеры. / Quadrature formulas of Newton-Cotes. Examples.

5.3.2 Model assignments (assessment tool - Control questions) to assess the development of the competency ОПК-2

1. Составные квадратурные формулы. Оценка погрешности. / Composite quadrature formulas. Error estimation.
2. Интегрирование функций многих переменных. Кубатурные формулы. / Integration of functions of several variables. Cubature formulas.
3. Метод Монте-Карло интегрирования функций многих переменных. / The Monte Carlo method of integrating functions of several variables.
4. Метод прогонки для трех диагональных систем. / Sweep method for three diagonal systems.
5. Частичная проблема собственных значений. Метод итераций. / Partial eigenvalue problem. Method of iterations.
6. Частичная проблема собственных значений. Метод исчерпывания. / Partial eigenvalue problem. Method of exhaustion.
7. Приведение матриц к квазитреугольному виду. / Reduction of matrices to a quasitriangular form.
8. QR, QL – алгоритмы / QR, QL algorithms
9. Задача Коши. Простейшие методы решения. Примеры. / The Cauchy problem. The simplest methods of solution. Examples.
10. Методы типа Рунге-Кутты. Примеры. / Methods of Runge-Kutta type. Examples.
11. Многошаговые методы решения задачи Коши.
Экстраполяционная и интерполяционная формулы Адамса. / Multistep methods for solving the Cauchy problem. Extrapolation and interpolation formulas Adams.
12. Метод дифференциальной прогонки (быстрый случай). / The method of differential sweep (fast case).
13. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод сеток. Аппроксимация области. Определение аппроксимации разностной схемой дифференциальной задачи / Boundary value problems for ordinary differential equations. Method of nets. Approximation of the region. Definition of approximation by the difference scheme of the differential problem
14. Метод ортогональной прогонки. / The method of orthogonal sweep.
15. Вариационно-проекционные методы. Построение линейно независимых систем пробных функций. Метод Галеркина. / Variational projection methods. Construction of linearly independent systems of trial functions. Galerkin's method.
16. Вариационно-проекционные методы. Метод Ритца. / Variational projection methods. The Ritz method.
17. Вариационно-проекционные методы. Метод наименьших квадратов. / Variational projection methods. Least square method.

Assessment criteria (assessment tool — Control questions)

Grade	Assessment criteria
outstanding	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
excellent	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
very good	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна

Grade	Assessment criteria
	компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
good	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
satisfactory	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
unsatisfactory	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
poor	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Larkin Ridgway Scott. Numerical Analysis. - Princeton University Press, 2011. - 1 online resource. - ISBN 9781400838967. - ISBN 9780691146867. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=856029&idb=0>.
2. Svetlin G. Georgiev. Numerical Analysis on Time Scales. - De Gruyter, 2022. - 1 online resource. - ISBN 9783110787320. - ISBN 9783110787252. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=856031&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Severina N. S. Numerical methods and algorithms. Algebra and approximation = Численные методы и алгоритмы. Алгебра и аппроксимация : study guide / Severina N. S., Slastushenskiy Y. V. - Москва : МАИ, 2022. - 150 с. - Книга из коллекции МАИ - Математика. - ISBN 978-5-4316-0876-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=807231&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Numerical Computing with C And C++. <https://qmplus.qmul.ac.uk/course/view.php?id=8742>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную

информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Fundamental Informatics and Information Technology.

Author(s): Баркалов Константин Александрович, доктор технических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Баркалов Константин Александрович, доктор технических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.