

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Задачи нумерации вершин графов

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
09.03.03 - Прикладная информатика

Направленность образовательной программы
Прикладная информатика в области принятия решений

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина ФТД.03 Задачи нумерации вершин графов является факультативом в образовательной программе.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-3: Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности;	<p>ОПК-3.1: Демонстрирует знание принципов, методов и средств решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p> <p>ОПК-3.2: Демонстрирует умение применять информационно-коммуникационные технологии решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с учетом основных требований информационной безопасности</p> <p>ОПК-3.3: Имеет практический опыт решения стандартных задач профессиональной деятельности с соблюдением требований информационной</p>	<p>ОПК-3.1: Знать постановки задач нумерации графов; классы графов, допускающих полиномиальные алгоритмы решения; алгоритмы решения задач.</p> <p>ОПК-3.2: Уметь строить решения задач нумерации графов; решать задачи при помощи имеющихся программных средств; уметь создавать собственные программные средства решения задач нумерации графов; осуществлять экспериментальное исследование свойств объектов задач нумерации.</p> <p>ОПК-3.3: Имеет практический опыт в решении задач нумерации графов и исследовании их свойств в том числе с использованием программного обеспечения.</p>	Задания	Зачёт: Контрольные вопросы

	безопасности			
--	--------------	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	1
Часов по учебному плану	36
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	3
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Примеры приложений задач построения оптимальных нумераций вершин графов. Фор-мальные постановки задач построения оптимальных нумераций вершин графов	7	2	2	4	3
Алгоритмы построения минимальных и максимальных нумераций вершин n-мерного единичного куба. Вычисление значений соответствующих экстремумов и числа оптимальных нумераций	4	2	2	4	
Изопериметрический подход к решению задач построения оптимальных нумераций вершин графов	4	2	2	4	
Построение минимаксных и максиминных нумераций вершин n-мерного единичного куба: алгоритмы, значения экстремумов, число оптимальных нумераций	4	2	2	4	
Оптимальные нумерации некоторых классов триангуляций и решеток	4	2	2	4	
Минимальные нумерации вершин деревьев: необходимые свойства, точные и приближенные алгоритмы, оценки трудоемкости и степени приближения	4	2	2	4	
Минимальные нумерации вершин корневых ориентированных деревьев: необходимые свойства, алгоритм, трудоемкость	4	2	2	4	

Оценки длин деревьев для различных классов нумераций	4	2	2	4	
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	36	16	16	33	3

Содержание разделов и тем дисциплины

Примеры приложений задач построения оптимальных нумераций вершин графов. Формальные постановки задач построения оптимальных нумераций вершин графов.

Алгоритмы построения минимальных и максимальных нумераций вершин n -мерного единичного куба.

Вычисление значений соответствующих экстремумов и числа оптимальных нумераций.

Изопериметрический подход к решению задач построения оптимальных нумераций вершин графов.

Построение минимаксных и максиминных нумераций вершин n -мерного единичного куба: алгоритмы, значения экстремумов, число оптимальных нумераций.

Оптимальные нумерации некоторых классов триангуляций и решеток.

Минимальные нумерации вершин деревьев: необходимые свойства, точные и приближенные алгоритмы, оценки трудоемкости и степени приближения.

Минимальные нумерации вершин корневых ориентированных деревьев: необходимые свойства, алгоритм, трудоемкость.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Задачи нумерации вершин графов, <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=3377>.

Иные учебно-методические материалы:

Редькин Н. П. - Дискретная математика: учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 010100 "Математика", 010200 "Математика. Приклад. математика", 011000 "Механика. Приклад. математика". - М.: Физматлит, 2009. - 264 с.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

1. Единичные n -мерные кубы).

Для графов E_1^3 и построить:

- а) минимальную нумерацию;
- б) максимальную нумерацию;
- в) минимаксную нумерацию;
- г) максиминную нумерацию

Подсчитать длину графа при каждой нумерации.

2. Корневые ориентированные деревья.

Нумерация вершин корневого ориентированного дерева называется допустимой, если номера вершин вдоль всех путей из корня монотонно увеличиваются.

Для заданного корневого ориентированного дерева построить:

- а) произвольную допустимую нумерацию;
- б) минимальную допустимую нумерацию;
- в) максимальную допустимую нумерацию.

Подсчитать длину корневого ориентированного дерева при каждой нумерации.

3. Неориентированные деревья.

Для неориентированного дерева, полученного из корневого ориентированного дерева п.2 путем удаления ориентации (стрелок), построить:

- а) произвольную нумерацию ;
- б) минимальную плоскую нумерацию ;
- в) минимальную нумерацию ;

Подсчитать длину дерева для каждой нумерации.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнена основная часть задания, возможно с незначительными недочетами
не зачтено	Выполнено менее половины задания, есть существенные недочеты

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-3

Примеры приложений задач построения оптимальных нумераций вершин графов. Формальные постановки задач построения оптимальных нумераций вершин графов.
Алгоритмы построения минимальных и максимальных нумераций вершин n -мерного единичного куба. Вычисление значений соответствующих экстремумов и числа оптимальных нумераций.
Изопериметрический подход к решению задач построения оптимальных нумераций вершин графов.
Построение минимаксных и максиминных нумераций вершин n -мерного единичного куба: алгоритмы, значения экстремумов, число оптимальных нумераций.
Оптимальные нумерации некоторых классов триангуляций и решеток.
Минимальные нумерации вершин деревьев: необходимые свойства, точные и приближенные алгоритмы, оценки трудоемкости и степени приближения.
Минимальные нумерации вершин корневых ориентированных деревьев: необходимые свойства, алгоритм, трудоемкость.
Оценки длин деревьев для различных классов нумераций.

Экспериментальный поиск оптимальных нумераций вершин n -мерного единичного куба для $n=3$ и 4.
Выяснение правил построения минимальных и максимальных нумераций вершин n -мерного единичного куба в терминах решения серии изопериметрических задач: минимизация или максимизация на каждом шаге множества ребер, соединяющих занумерованные вершины с незанумерованными (периметр).
Выяснение правил построения минимаксных нумераций вершин n -мерного единичного куба в терминах решения серии изопериметрических задач: максимизация на каждом шаге числа «внутренних» занумерованных вершин, не смежных с незанумерованными (периметр).
Экспериментальный поиск минимаксных нумераций вершин по заданным фрагментам 2-мерных прямоугольных решеток.
Экспериментальное исследование необходимых свойств минимальных нумераций вершин деревьев на основе тестовых заданий.
Экспериментальное исследование необходимых свойств минимальных нумераций вершин корневых ориентированных деревьев на основе тестовых заданий.
Теоретическая и экспериментальная оценки длин деревьев на нумерациях, удовлетворяющих необходимым свойствам минимальных нумераций, и сравнение со средней длиной деревьев на множестве всех $n!$ нумераций.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент ответил на большую часть вопросов возможно с незначительными недочетами.
не зачтено	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Иорданский Михаил Анатольевич. Конструктивная теория графов и ее приложения. - Н. Новгород : Кириллица, 2016. - 172 с. - ISBN 978-5-905603-48-8 : 170.00., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Иорданский М. А. Кодирование комбинаторных объектов : учебное пособие для вузов / Иорданский М. А. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 92 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46502-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?>

Action=FindDocs&ids=861098&idb=0.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Операционные системы семейства MicrosoftWindows, лицензия по подписке MicrosoftImagine.
2. Браузер Google Chrome, предоставляется бесплатно на условиях лицензионных соглашений на программное обеспечение с открытым исходным кодом.
3. Среда разработки семейства MicrosoftVisualStudio, лицензия по подписке MicrosoftImagine.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Иорданский Михаил Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Прилуцкий Михаил Хаимович, доктор технических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.