

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Проективная геометрия в компьютерном зрении

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность образовательной программы
Системное программирование

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.08.02 Проективная геометрия в компьютерном зрении относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-4: Способен проектировать программное обеспечение	<p>ПК-4.1: Знает типовые решения, библиотеки программных модулей, шаблоны, классы объектов, используемые при разработке программного обеспечения</p> <p>ПК-4.2: Знает методы и средства проектирования программного обеспечения</p> <p>ПК-4.3: Знает методы и средства проектирования баз данных</p> <p>ПК-4.4: Умеет использовать существующие типовые решения и шаблоны проектирования программного обеспечения</p> <p>ПК-4.5: Умеет применять методы и средства проектирования программного обеспечения, структур данных, баз данных</p>	<p>ПК-4.1: Знает библиотеки программных модулей, используемые при разработке программного обеспечения компьютерного зрения.</p> <p>ПК-4.2: Знает модели, методы, алгоритмы и инварианты проективной геометрии, способные обеспечить эффективность и надежность проектирования программного обеспечения компьютерного зрения.</p> <p>ПК-4.3: Умеет использовать существующие библиотеки, модели, методы, алгоритмы и инварианты проективной геометрии в проектировании программного обеспечения компьютерного зрения.</p> <p>ПК-4.4: Поддерживаются в других дисциплинах.</p> <p>ПК-4.5: Поддерживаются в других дисциплинах.</p>	Тест Практическое задание	Зачёт: Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	12
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	12
- КСР	1
самостоятельная работа	83
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
Ф	Ф	Ф	Ф	Ф	
Открытые системы и библиотеки вычислительной геометрии, сегментации, научной визуализации.	18	2	2	4	14
Основы вычислительной геометрии Алгоритмы вычислительной геометрии. Триангуляция.	18	2	2	4	14
Барицентрические координаты.	18	2	2	4	14
Моделирование кривых и поверхностей..	18	2	2	4	14
Основы проективной геометрии.	16	1	1	2	14
Гармоническое отношение. Теорема Паскаля. Проективные отображения конических сечений.	19	3	3	6	13
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	12	12	25	83

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Открытые системы и библиотеки вычислительной геометрии, сегментации, научной визуализации.
 - 1.1 Обеспечение вычислительной геометрии и геометрического моделирования
 - 1.2 Обеспечение сегментации
 - 1.3 Обеспечение научной визуализации
 - 1.4 Обеспечение компьютерного зрения
2. Алгоритмы вычислительной геометрии
 - 2.1 Геометрические микрозадачи: близость; векторное произведение; пересечение двух отрезков
 - 2.2 Точки в прямоугольнике. Построение касательных точечного множества
 - 2.3 Локализация точки в многоугольнике. Локализация точки в плоском графе
 - 2.4 Выпуклая оболочка. Алгоритм Джарвиса. Алгоритм Грэхема.
 - 2.5 Аппроксимация выпуклой оболочки. Модифицированный алгоритм Грэхема
3. Триангуляция.
 - 3.1 Триангуляция. Количественные оценки. Триангуляция Делоне и Диаграмма Вороного, двойственность
 - 3.2 Триангуляция Делоне: пошаговый алгоритм.
 - 3.3 Триангуляция монотонных полигонов. Преобразование полигона в монотонный методом сканирующей прямой
 - 3.4 Диаграмма Вороного. Алгоритм Форчуна
4. Барицентрические координаты
 - 4.1 Деление отрезка в заданном отношении. Барицентрические координаты на прямой и на плоскости
 - 4.2 Замечательные точки в треугольнике. Точки пересечения: медиан (центр тяжести); биссектрис (центр вписанной окружности); высот (ортоцентр); срединных перпендикуляров (центр описанной окружности)
 - 4.3 Барицентрическое уравнение прямой
 - 4.4 Барицентрические координаты в пространстве
 - 4.5 Применение барицентрических координат. Основные теоремы.
5. Моделирование кривых и поверхностей. Слайны Безье. Метод криволинейных PN треугольников
6. Элементы проективной геометрии
 - 6.1 Однородные координаты на прямой и на плоскости. Прямые на проективной плоскости
 - 6.2 Принцип двойственности на проективной плоскости.
 - 6.3 Конфигурации Дезарга на плоскости и в пространстве.
 - 6.4 Аффинные и проективные преобразования плоскости. Проективное преобразование квадрата. Неподвижные точки и прямые.
 - 6.5 Проективное пространство. Аффинные и проективные преобразования пространства
 - 6.6 Сложное отношение четырех точек. Инварианты. Арифметизация прямой. Проективные и перспективные ряды и пучки.
 - 6.7 Гармоническое отношение. Гармонические свойства четырехвершинника и четырехсторонника
 - 6.8 Полюсы и поляры. Принцип двойственности для полюсов и поляр.
 - 6.9 Проективное определение окружности и коники. Теорема Паскаля. Теорема Паппа. Теорема Брианшона.
 - 6.10 Задача о бабочке. Проективные отображения конических сечений. Теорема Понселе. Центральные отображения. Произвольное отображение коники на себя.
 - 6.11 Стерео: эпполярная геометрия. Алгебраический вывод фундаментальной матрицы. Эпполярные линии.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

- 1) Ефимов Н. В. Высшая геометрия (раздел II. Проективная геометрия)/ Ефимов Н. В. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2003. - 584 с. ЭБС Лань. - Ссылка в библиотечной системе ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665711&idb=0>
- 2) Шульц М.М. Аналитическая и вычислительная геометрия : спецкурс : учеб.-метод. пособие для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки "Информ. технологии", "Приклад. математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : [б. и.], 2010 (Тип. ННГУ). - 125 с. - Ссылка в библиотечной системе ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=455887&idb=0>
- 3) Макаров Евгений Маратович. Линейные и аффинные пространства в компьютерной геометрии : учебно-методическое пособие / Е. М. Макаров ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. – Н.Новгород : Изд-во ННГУ, 2019. - 36 с. - Текст : электронный. Ссылка в библиотечной системе ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=795411&idb=0>
- 4) CGAL - The Computational Geometry Algorithms Library, Voronoi Diagrams: www.cgal.org, <http://doc.cgal.org/latest/Manual/>

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

Вычислительная геометрия. Основные алгоритмы

1. Тип вопроса: одиночный выбор

Выберите правильный вариант утверждения:

Ядро звездчатого полигона для выпуклого полигона -

- a. не существует
- b. совпадает с центром полигона
- c. совпадает с самим полигоном

2. Тип вопроса: одиночный выбор

За какое время можно декомпозировать на монотонные части произвольный полигон, имеющий n вершин.

Варианты ответа:

- a) $O(n^3)$
- b) $O(n^2)$
- c) $O(n \cdot \log n)$
- d) $O(n)$
- e) $O(1)$

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Как минимум 80% правильных ответов в тесте
не зачтено	Менее 80% правильных ответов в тесте

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Знакомство с библиотекой CGAL на примере задачи построения выпуклой оболочки методом Джарвиса
 - a. Какие средства были выбраны для реализации пользовательского интерфейса и почему?
 - b. Содержание алгоритма Джарвиса.
 - c. Экстремальные случаи трудоемкости алгоритма.
2. Знакомство с алгоритмом Грэхема в среде CGAL. Реализация алгоритма Грэхема на языке C#.
 - a. Содержание алгоритма Грэхема.
 - b. Оценка трудоемкости алгоритма. Роль сортировки в общей трудоемкости алгоритма.
 - c. Возможности ускорения алгоритма Грэхема
3. Триангуляция множества точек на плоскости в среде библиотеки CGAL
 - a. Определение и содержание жадного алгоритма триангуляции Делоне.
 - b. Возможности библиотеки CGAL в построении триангуляций Делоне.
 - c. Трудоемкость триангуляции Делоне в различных алгоритмах.

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть практических заданий, возможно с незначительными недочетами. Результаты заданий представлены преподавателю в срок.
не зачтено	Выполнено менее половины практических заданий, есть существенные недочеты

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			

достижения							
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»

	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

Открытые системы и библиотеки вычислительной геометрии, сегментации, научной визуализации (ПК-4.1)

1. Обеспечение вычислительной геометрии и геометрического моделирования
2. Обеспечение сегментации
3. Обеспечение научной визуализации

Базовые алгоритмы вычислительной геометрии (ПК-4.2)

1. Геометрические микрозадачи: близость; векторное произведение; пересечение двух отрезков
2. Точки в прямоугольнике
3. Построение касательных точечного множества
4. Локализация точки в многоугольнике
5. Локализация точки в плоском графе
6. Пересечение отрезков
7. Выпуклая оболочка. Алгоритм Джарвиса
8. Выпуклая оболочка. Алгоритм Грэхема. Модифицированный Грэхема
9. Аппроксимация выпуклой оболочки

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент ответил на большую часть вопросов возможно с незначительными недочетами.
не зачтено	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении

Оценка	Критерии оценивания
	стандартных задач.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Ефимов Н. В. Высшая геометрия / Ефимов Н. В. - 7-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 584 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов математических специальностей высших учебных заведений. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 5-9221-0267-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665711&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Макаров Евгений Маратович. Линейные и аффинные пространства в компьютерной геометрии : учебно-методическое пособие / Е. М. Макаров ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2019. - 36 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=795411&idb=0>.
2. Шульц Михаил Михайлович. Аналитическая и вычислительная геометрия : спецкурс : учеб.-метод. пособие для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки "Информ. технологии", "Приклад. математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : [б. и.], 2010 (Тип. ННГУ). - 125 с. - 80.00., 100 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

- 1) CGAL - The Computational Geometry Algorithms Library: www.cgal.org, <http://doc.cgal.org/latest/Manual/>
- 2) Дистрибутив OpenCV. / Официальный сайт OpenCV (<http://opencv.org>)
- 3) OpenCV Tutorials. Image Processing (http://docs.opencv.org/master/d9/df8/tutorial_root.html)
- 4) Emgu CV: a cross platform .Net wrapper to the OpenCV image processing library (with the GNU GPL license v3, <http://www.emgu.com/>)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Турлапов Вадим Евгеньевич, доктор технических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Мееров Иосиф Борисович, кандидат технических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.