

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
президиумом Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины

Вероятностные модели в теории очередей

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Форма обучения

Очная

Нижний Новгород
2022 г.

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Код дисциплины **Б1.В.ДВ.09.04. «Вероятностные модели в теории очередей»**

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.09.04. «Вероятностные модели в теории очередей» относится к части ООП направления подготовки <i>01.03.02 «Прикладная математика и информатика»</i> , формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-13. Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	ПК-13.1. Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике	Знать: - понятия случайной функции и случайного процесса, их классификацию; - свойства пуассоновского входного потока и других важных для практики потоков.	Контрольные вопросы, тестовые задания
	ПК-13.2. Знает математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований	Знать: - понятие системы Эрланга и метод изучения процесса обслуживания в этой системе; основные показатели качества работы систем с потерями и систем с ожиданием.	Контрольные вопросы, практические задачи
	ПК-13.3. Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности	Уметь: - анализировать свойства реального процесса обслуживания; строить математическую модель реального процесса обслуживания; - вычислять критериальные характеристики систем массового обслуживания.	Контрольные вопросы, тестовые задания
	ПК-13.4. Владеет навыками использования	Владеть: - навыками построения и анализа	

	<i>математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</i>	<i>систем массового обслуживания; -методами решения задач оптимизации в управляемых стохастических системах.</i>	<i>Контрольные вопросы, контрольная работа, доклад</i>
--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
-самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация - зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Элементы теории случайных процессов Определение, способы задания, классификация, основные типы.	16	4	2		6	10
Система массового обслуживания Основные элементы и способы их описания, приоритеты, классификация, примеры.	16	2	4		6	10
Теория входного потока Способы описания, простейший поток и его свойства, некоторые важные для практики типы входных потоков и их свойства.	19	6	4		10	9
Система с потерями и система с ожиданием Система Эрланга с конечным числом линий, система с ожиданием при бесконечном объеме бункера-накопителя, основные показатели качества обслуживания и их нахождение.	20	4	6		10	10
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация - зачет						

Итого	72	16	16		33	39
-------	----	----	----	--	----	----

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов включает в себя самостоятельное изучение некоторых разделов курса "Вероятностные модели в теории очередей" и подготовку доклада по заданной теме. При выполнении самостоятельной работы студенту предлагается использовать конспекты лекций и литературу, указанную ниже.

Темы докладов:

1. Исследование системы массового обслуживания с потерями и приоритетным обслуживанием.
2. Принцип введения дополнительных переменных при рассмотрении многомерных марковских моделей массового обслуживания.
3. Статистическое моделирование.
4. Исследование систем с малой загрузкой.
5. Функционирование системы в условиях большой загрузки.
6. Системы с полной информацией.
7. Системы с неполной информацией.
8. Системы обслуживания с возможностью изменения вероятностной структуры входных потоков
9. Управление потоками требований по алгоритму с приоритетом.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний	Уровень знаний ниже	Минимально допустимый	Уровень знаний в	Уровень знаний в	Уровень знаний в	Уровень знаний в

	теоретическо го материала. Невозможнос ть оценить полноту знаний вследствие отказа обучающего от ответа	минималь- ных требований. Имели место грубые ошибки.	уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	объеме, соответствующ ем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	объеме, соответствующ ем программе подготовки. Допущено несколько несущественн ых ошибок	объеме, соответствую щем программе подготовки, без ошибок.	объеме, превышающе м программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минималь- ных умений. Невозмож- ность оценить наличие умений вследствие отказа обучающего- ся от ответа	При решении стандартных задач не продемонстр ированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстр ированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстри рованы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстри рованы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстр ированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущест- венными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстр ированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможнос ть оценить наличие навыков вследствие отказа обучающего от ответа	При решении стандартных задач не продемонстр ированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальны й набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонст- рированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстри рованы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстр ированы навыки при решении нестандартн ых задач без ошибок и недочетов.	Продемонстр ирован творческий подход к решению нестандартн ых задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже

		«удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы для оценки сформированности компетенции ПК-13:

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Определение случайной функции, способы ее задания, примеры.	ПК - 13
2. Классификация случайных процессов.	ПК - 13
3. Марковские случайные процессы с конечным и счетным числом состояний	ПК - 13
4. Основные элементы классических систем массового обслуживания и их описание, классификация систем массового обслуживания.	ПК - 13
5. Понятие входного потока требований. Классические способы его описания.	ПК - 13
6. Свойства стационарности, ординарности и отсутствия последствия входного потока.	ПК - 13
7. Понятие простейшего потока.	ПК - 13
8. Одномерные вероятности для простейшего потока. Элементарное решение.	ПК - 13
9. Система дифференциальных уравнений для одномерных вероятностей для простейшего потока.	ПК - 13
10. Получение одномерных распределений для простейшего потока методом производящих функций.	ПК - 13
11. Получение одномерных распределений для простейшего потока методом замены искомых функций.	ПК - 13
12. Интенсивность простейшего потока.	ПК - 13
13. Распределение интервалов между моментами поступления требований в пуассоновском потоке.	ПК - 13
14. Нестационарный пуассоновский поток. Примеры реальных потоков. Система дифференциальных уравнений для его одномерных распределений.	ПК - 13
15. Получение одномерных распределений для нестационарного пуассоновского потока. Смысл параметра распределения.	ПК - 13
16. Стационарные потоки без последствия. Определение и примеры. Система дифференциальных уравнений для одномерных распределений потока.	ПК - 13
17. Получение одномерных распределений стационарного потока без	ПК - 13

последствия методом производящих функций.	
18. Интенсивность стационарного потока без последствия.	ПК - 13
19. Потоки с ограниченным последствием. Поток Пальма, определение, примеры.	ПК - 13
20. Простейшая система массового обслуживания с потерями. Основные предпосылки	ПК - 13
21. Описание процесса обслуживания, доказательство его марковского свойства.	ПК - 13
22. Система уравнений Эрланга для конечного числа линий.	ПК - 13
23. Получение стационарного распределения для процесса обслуживания в системе с потерями.	ПК - 13
24. Важнейшие показатели качества работы системы с потерями. Примеры.	ПК - 13
25. Простейшая система массового обслуживания с ожиданием, примеры, описание.	ПК - 13
26. Получение дифференциальных уравнений для одномерных распределений процесса функционирования системы с ожиданием.	ПК - 13
27. Стационарное распределение для системы с ожиданием.	ПК - 13
28. Распределение времени ожидания начала обслуживания.	ПК - 13
29. Основные числовые характеристики для систем с ожиданием.	ПК - 13

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-13:

В заданиях 1- 5 выберите ОДИН правильный ответ.

- Первые работы по ТМО связаны с именем
а) Бернулли б) Гаусса в) Лапласа г) Эрланга
- Необязательным элементом СМО является
а) входной поток б) выходной поток в) обслуживающее устройство г) очередь
- Пятиразрядная строка, используемая для сокращения словесного описания СМО, называется символикой
а) Кендалла б) Мендалла в) Пуассона г) Симпсона
- Функция, получаемая из семейства $\{\xi(\omega, t), t \in T\}$ при фиксировании ω , называется
а) вещественной величиной б) выборочной функцией в) графической функцией г) случайной величиной
- Классификация случайных процессов $\{\xi(\omega, t), t \in T\}$ НЕ проводится по
а) сложности задания процесса б) статистическим связям между с.в. в) структуре множества T г) числу значений с.в.

В задании 6 выберите ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ ответы.

- При изучении потоков различной вероятностной структуры необходимо учитывать, что

- а) показательное распределение для интервалов между последовательными моментами поступления заявок является необходимым и достаточным условием для того, чтобы входной поток был простейшим
- б) описание нестационарного потока нельзя выполнить с помощью случайного процесса, не учитывающего начало отсчета
- в) для потоков с ограниченным последствием удобно использовать описание с помощью случайной последовательности $\{z_i, i \geq 1\}$
- г) задание потока Пальма обязательно включает в себя задание функции $\varphi_0(t)$

В заданиях 7 - 9 вставьте пропущенное слово или несколько слов.

- 7. Стационарный поток описывается случайным процессом со стационарными ...
- 8. Для задания стационарного потока без последствия достаточно задания ... распределений случайного процесса.
- 9. Среднее число заявок, поступивших по потоку в единицу времени, называется ... потока.

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-13:

- 1. Простейший поток с заданной интенсивностью подвергся процедуре прореживания: сохраняется только каждая третья заявка в потоке. Определить вероятностную структуру нового входного потока.
- 2. В ателье по ремонту радиоаппаратуры работают 5 мастеров. В среднем в течение дня от населения поступает 10 приборов. Общее число приборов в эксплуатации у населения велико, и они выходят из строя независимо друг от друга. Каждый аппарат ремонтируется случайное время, распределенное показательным образом. В среднем в течение дня каждый мастер ремонтирует 2,5 аппарата. Оценить работу ателье с точки зрения качества обслуживания клиентов.

Пример контрольной работы:

- 1. На вход одноканальной СМО с отказами поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda = 0.2$. Время обслуживания показательное с параметром $\mu = 0.3$. В начальный момент времени канал занят. Построить размеченный граф состояний СМО. Написать и решить дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний системы. Найти финальные вероятности состояний и абсолютную и относительную пропускную способность СМО.
- 2. Найти для простейшей одноканальной СМО с неограниченной очередью среднее число заявок в системе и среднее число заявок в очереди при $\lambda = 0.4$ и $\mu = 0.5$.
- 3. Вычислить непосредственно по графу состояний, пользуясь схемой гибели и размножения, финальные вероятности состояний для простейшей двухканальной СМО с четырьмя местами в очереди при $\lambda = 0.7$ и $\mu = 0.3$. Найти для этой системы среднее число заявок в СМО и среднее время пребывания заявки в очереди в стационарном режиме.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. - М: ГИФМЛ, 1963. — В форме электронного документа доступна на сайте EdWorld «Мир математических уравнений», ИПМ РАН, 2004-2016, URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>
2. Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее применение. — М: Советское радио. 1971. – В форме электронного документа доступна на сайте «Публичная библиотека» – портал создателей электронных книг, авторов произведений и переводов, 1998-2017. URL: http://publ.lib.ru/ARCHIVES/S/SAATI_Tomas_Lori/Saati_T.L..html – доступ свободный.
3. Федоткин М. А. Модели в теории вероятностей. Учебник. — М.: Наука — ФИЗМАТЛИТ, 2012 (196 экз. в библиотеке).

б) дополнительная литература:

1. Гихман И.И. Введение в теорию случайных процессов. — М.: Наука, 1965 (36 экз. в библиотеке).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ <http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского <http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры ТВиАД Гольшева Н. М.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ТВиАД: д.ф.-м.н. Зорин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики
от 1 декабря 2021 года, протокол № 2.